

1. $a_n = 3 \cdot 2^{1-2n}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항과 공비 r 을 차례대로 구하면?

- ① $\frac{3}{2}, \frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ ③ 3, 2 ④ 3, 4 ⑤ 3, $\frac{1}{2}$

해설

$$a_1 = 3 \cdot 2^{1-2} = \frac{3}{2}, \quad a_2 = 3 \cdot 2^{1-2 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a_1 = \frac{3}{2}, \quad r = \frac{1}{4}$$

2. 다음 등비수열에서 ()안에 알맞은 수는?

32, -8, 2, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, ()

- ① $-\frac{1}{16}$
- ② $-\frac{1}{18}$
- ③ $-\frac{1}{24}$
- ④ $-\frac{1}{32}$
- ⑤ $-\frac{1}{64}$

해설

공비가 $-\frac{1}{4}$ 인 등비수열이므로

$$\frac{1}{8} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{32}$$

3. 세 수 $x-4$, x , $x+8$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 $x-4$, x , $x+8$ 의 등비중항이므로
 $x^2 = (x-4)(x+8)$, $x^2 = x^2 + 4x - 32$
 $4x = 32 \therefore x = 8$

4. 수열 $\omega, \omega^3, \omega^5, \omega^7, \dots$ 의 첫째항부터 제 36항까지의 합을 구하여라.
($\omega^3 = 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

첫째항이 ω , 공비가 ω^2 , 항수가 36인 등비수열의 합이므로

$$S = \frac{\omega \{ (\omega^2)^{36} - 1 \}}{\omega^2 - 1} = \frac{\omega(\omega^{72} - 1)}{\omega^2 - 1}$$

이때, $\omega^3 = 1$ 이므로

$$\omega^{72} = (\omega^3)^{24} = 1^{24} = 1$$

$$\therefore S = \frac{\omega(\omega^{72} - 1)}{\omega^2 - 1} = \frac{\omega(1 - 1)}{\omega^2 - 1} = 0$$

5. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

해설

$$a_n = 2^n + (-1)^n \text{에서}$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_9$$

$$= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \cdots + (2^9 - 1)$$

$$= (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^9) - 1$$

$$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3$$

6. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5a_7 = 6$ 일 때, $a_2a_4a_6a_8a_{10}$ 의 값은?

① $\pm 6\sqrt{6}$

② $\pm 18\sqrt{6}$

③ $\pm 36\sqrt{6}$

④ $\pm 8\sqrt{6}$

⑤ ± 243

해설

수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이므로 a_2, a_6, a_{10} 과 a_4, a_6, a_8 그리고 a_5, a_6, a_7 은 모두 등비수열을 이룬다.

따라서 a_6 은 a_2 와 a_{10} , a_4 와 a_8 , a_5 와 a_7 의 등비중항이므로

$$\begin{aligned} a_2a_4a_6a_8a_{10} &= (a_2a_{10})(a_4a_8)a_6 \\ &= a_6^2 \cdot a_6^2 \cdot a_6 \\ &= a_6^5 \end{aligned}$$

이때, $a_5a_7 = a_6^2 = 6$ 이므로 $a_6 = \pm\sqrt{6}$

$$\therefore a_6^5 = \pm 36\sqrt{6}$$

7. 수열 3, 33, 333, 3333, ...의 일반항 a_n 을 구하여라.

- ① $a_n = \frac{1}{3}(10^n - 1)$ ② $a_n = \frac{2}{3}(10^n - 1)$
③ $a_n = \frac{1}{3}(10^n - 2)$ ④ $a_n = \frac{1}{3}(10^n - 2)$
⑤ $a_n = \frac{2}{3}(10^n - 2)$

해설

수열 9, 99, 999, 9999, ...에서
 $9 = 10^1 - 1$, $99 = 10^2 - 1$, $999 = 10^3 - 1$, $9999 = 10^4 - 1, \dots$
따라서 이 수열의 일반항은 $10^n - 1$ 이다.
수열 3, 33, 333, 3333, ...의 각 항은
 $3 = 9 \times \frac{1}{3}$, $33 = 99 \times \frac{1}{3}$, $333 = 999 \times \frac{1}{3}$, ...이므로
주어진 수열의 일반항은 $a_n = \frac{1}{3}(10^n - 1)$ 이다.