1. 다음 중에서 y가 x의 일차함수인 것을 모두 골라라.

① 밑변과 높이가 각각 $2\,\mathrm{cm}$ 와 $x\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형의 넓이는 $y\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

② 가로와 세로의 길이가 각각 $2\,\mathrm{cm}$ 와 $x\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형의 둘레의 길이는 $y\,\mathrm{cm}$ 이다.

③ $y = x(x-4)$

④ 1 분당 통화료가 x 원일 때, 6 분의 통화료는 y 원이다.

⑤ 지름이 $x\,\mathrm{m}$ 인 호수의 넓이는 $y\,\mathrm{m}^2$ 이다.

해설

① $y = x$

② $y = 2x + 4$

④ $y = 6x$

⑤ $y = \pi x^2$

2. 다음 중 일차함수 $y = \frac{3}{2}x + 6$ 의 그래프 위에 있는 점은?

① $(0,\ 5)$ ② $(1,\ 7)$ ③ $(2,\ 9)$
④ $(3,\ 11)$ ⑤ $(5,\ 13)$

해설

$x = 2,\ y = 9$ 를 주어진 식에 대입하면 $9 = \frac{3}{2} \times 2 + 6$ 로 성립한다.

3. 점 $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$를 지나는 일차함수 $y=ax-\frac{2}{3}$의 그래프를 y축 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 점 $\left(\frac{1}{3}m, m\right)$을 지난다. 이때, m의 값은?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

일차함수 $y=ax-\frac{2}{3}$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$를 지나므로 $\frac{2}{3}=a\times\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$, $a=4$이다.

따라서 주어진 함수는 $y=4x-\frac{2}{3}$이고 y축 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=4x+\frac{4}{3}$이고, 이 그래프 위에 점 $\left(\frac{1}{3}m, m\right)$이 있으므로

$m=\frac{4}{3}m+\frac{4}{3}$가 성립한다.

$\therefore\ m=-4$

4. 일차함수 $y = 2x + b$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하였더니 일차함수 $y = ax - 2$의 그래프가 되었다. 이 때, 일차함수 $y = bx - a$의 y절편을 구하면?

① -2 ② 2 ③ 7 ④ -7 ⑤ 5

해설

$y = 2x + b - 5,\ y = ax - 2$

$2x + b - 5 = ax - 2$ 이므로 $a = 2,\ b = 3$

$y = 3x - 2$이다.

따라서 y 절편은 -2이다.

5. 함수 $f(x)$의 그래프가 점 $(2,\ -3)$을 지나고, $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=-3$이다. 이때, $f(-1)\times f(1)$ 의 값은?

① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=-3$에서 기울기는 -3

점 $(2,\ -3)$을 지나므로 $y=-3x+b$에 대입하면

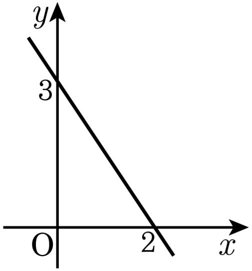
$-3=-6+b \qquad \therefore\ b=3$

$\therefore\ y=-3x+3$

$f(-1)=3+3=6,\ f(1)=-3+3=0$

$\therefore\ f(-1)\times f(1)=0$

6. 다음은 일차함수 $y = ax + b$의 그래프이다. $a + b$의 값은?



① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

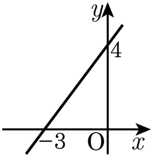
$$(y\text{절편}) = 3$$

$$\therefore\ y = -\frac{3}{2}x + 3$$

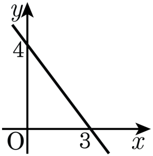
$$\therefore\ a + b = \frac{3}{2}$$

7. 일차함수 $4x-3y-12=0$의 그래프를 옳게 나타낸 것은?

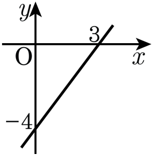
①



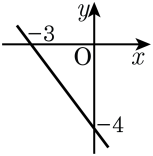
②



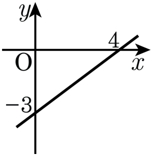
③



④



⑤



해설

x절편이 3, y절편이 -4이다.
따라서 ③이다.

8. 일차함수 $x-y-2=0$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

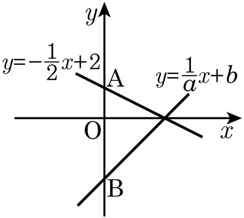
㉠ $y=x-1$의 그래프와 평행하다. ㉡ 제2 사분면을 지나지 않는다. ㉢ x절편과 y절편의 합은 4이다. ㉣ x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값은 -2만큼 감소한다.

① ㉠, ㉡
② ㉠, ㉡, ㉣
③ ㉠, ㉢, ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉢ x절편과 y절편의 합은 0이다.

9. 다음 그림과 같이 두 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 와 $y=\frac{1}{a}x+b$의 그래프가 x축 위에서 만날 때, 두 그래프의 y축과의 교점을 각각 A, B 라 하자. $2\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$일 때, $a-b$의 값은?



① -6　② -3　③ 3　④ 5　⑤ 2

해설

i) $\mathrm{A}(0,2)$, $\mathrm{B}(0,b)$이고
$2\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}} \rightarrow 2\times 2=-b(\because b<0)$ $\therefore b=-4$

ii) $y=-\frac{1}{2}x+2$의 x절편인 4는 $y=\frac{1}{a}x+b$의 x절편과 같으므로
$0=\frac{4}{a}-4$ $\therefore a=1$
따라서 $a-b=5$이다.

10. 용수철저울에 xg 의 무게를 달았을 때, 용수철의 길이를 $y$cm 라고 하면 x, y 는 일차함수로 타나내어진다고 한다. 10g 의 물체를 달았을 때 용수철의 길이가 22cm, 16g 의 물체를 달았을 때 31cm 였다. 22g 의 물체를 달았을 때 용수철의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 40 cm

해설

$y = ax + b$ 가 두 점 $(10,\ 22)$, $(16,\ 31)$ 를 지나므로

$$y - 22 = \frac{31 - 22}{16 - 10}(x - 10)$$

$y = \frac{3}{2}x + 7$ 이다.

따라서 $x = 22$ 일 때 y 의 값은

$y = \frac{3}{2} \times 22 + 7 = 40(\mathrm{cm})$ 이다.

11. 택배를 할 때 내용물 손상에 대한 보상규칙이 다음과 같은 보험에 가입하였다.

(1) 기본보험료는 2000 원이고 이 때 보상액은 28 만원이다. (2) 보험료를 500 원씩 추가로 낼 때마다 보상액은 10 만원씩 올라간다. (3) 보상액은 88 만원을 초과할 수 없다.

보상액을 y , 보험료를 x 라 할 때, 보상액을 가장 많이 받으려면 보험료는 얼마인가?

① 2500 원 ② 3000 원 ③ 4300 원

④ 5000 원 ⑤ 10000 원

해설

$$y = 280000 + \frac{x - 2000}{500} \times 100000 = 200x - 120000$$

$$880000 = 200x - 120000$$

$$\therefore \ x = 5000(\text{원})$$

12. 일차방정식 $ax+y+b=0$의 그래프 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$에 대하여
다음 조건을 만족할 때, $f(3)$의 값을 구하여라. (단, $y=f(x)$)

(가) $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=2$ (나) $f(0)=6$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=2$는 기울기, $f(0)=6$은 y절편이 6을 의미하므로
$y=-ax-b$는 $y=2x+6$이다.
따라서 $f(x)=2x+6$
$\therefore f(3)=12$

13. 직선 $x + my - n = 0$ 이 제 1 사분면을 지나지 않을 때, 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프는 제 몇 사분면을 지나지 않는지 구하여라. (단, $mn \neq 0$)

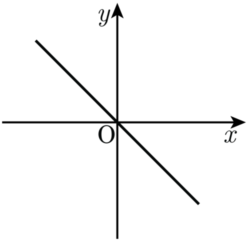
▶ 답 : ______ 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$x + my - n = 0$ 을 y에 관하여 풀면 $my = -x + n$, $y = -\frac{1}{m}x + \frac{n}{m}$ 이다. 제 1 사분면을 지나지 않으면 (기울기) < 0, (y절편) < 0 이어야 하므로 $-\frac{1}{m} < 0$, $m > 0$ 이고 $\frac{n}{m} < 0$, $m > 0$ 이므로 $n < 0$ 이다. 따라서 $y = mx + n$ 의 그래프는 (기울기) > 0, (y절편) < 0 이므로 제 2 사분면을 지나지 않는다.

14. 일차방정식 $ax + by + c = 0$의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 $ax - cy + b = 0$의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, a, b, c는 상수)



보기

㉠ y축에 평행한 그래프이다.

㉡ x축에 평행한 그래프이다.

㉢ 이 그래프는 원점을 지난다.

㉣ 제 2, 3사분면을 지난다.

㉤ 제 3, 4사분면을 지난다.

㉥ x절편은 $-\frac{b}{a}$이다.

① ㉠, ㉢, ㉤　　② ㉠, ㉣, ㉥　　③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉣, ㉥　　⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의 꼴로 변형하면,

$-\frac{a}{b} < 0, \quad -\frac{c}{b} = 0$이므로

$a > 0,\ b > 0,\ c = 0$ 또는 $a < 0,\ b < 0,\ c = 0$이다.

$ax - cy + b = 0$에서 $c = 0$이므로

$ax + b = 0,\ ax = -b,\ x = -\frac{b}{a}$이다.

그런데 $\frac{b}{a} > 0$이므로, $-\frac{b}{a} < 0$이다.

따라서 $ax - cy + b = 0$의 그래프는 원점보다 왼쪽에 위치하고 y축에 평행한 형태이다.

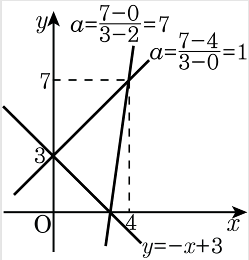
15. 점 (4, 7) 을 지나는 일차함수 $y = ax + b$ 가 $y = -x + 3$ 와 제 1 사분면에서 만날 때, 상수 a 의 범위를 구하여라.

① $0 < a < 5$ ② $0 < a < 6$ ③ $1 < a < 5$

④ $1 < a < 6$ ⑤ $1 < a < 7$

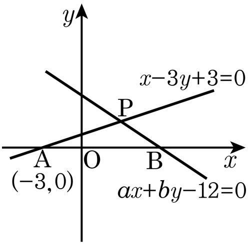
해설

상수 a 는 일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기가 된다. 그래프를 나타내면 다음과 같다.



따라서 기울기 a 의 범위는 $1 < a < 7$ 가 되어야 $y = -x + 4$ 와 제 1 사분면에서 만나게 된다.

16. 두 직선 $x-3y+3=0$, $ax+by-12=0$의 그래프가 교점 $\mathrm{P}(3,\ k)$에서 만날 때, $2\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{BO}}$이다. 이때, 상수 a, b, k에 대하여 $a+b-k$의 값은?



① -5　② -2　③ -1

④ 1　⑤ 3

해설

$x-3y+3=0$에 교점 $\mathrm{P}(3,k)$를 대입하면,

$3-3k+3=0$

$\therefore k=2\cdots$ ①

$\mathrm{A}(-3,0)$이므로 $2\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{BO}}$에 의해서 $\overline{\mathrm{BO}}=6$

$\therefore \mathrm{B}(6,0)\cdots$ ②

①, ②에 의해서 교점 $\mathrm{P}(3,2)$, $\mathrm{B}(6,0)$을 $ax+by-12=0$에 대입하면

$$\begin{cases} 3a+2b-12=0 \\ 6a-12=0 \end{cases}$$

$\therefore a=2,\ b=3$

따라서 $a+b-k=2+3-2=3$

17. 두 직선 $ax-2y=2$ 와 $bx+y=-1$ 의 그래프가 일치할 때, 연립방정식 $bx-y=2$, $ax+2y=-1$ 의 해를 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

① $a=-2,\ b=3$

② $a=-1,\ b=3$

③ $a=0,\ b=2$

④ 해는 무수히 많다.

⑤ 해가 없다.

해설

$ax-2y=2$와 $bx+y=-1$이 일치하므로
두 번째 식에 -2배를 하면
$-2bx-2y=2$이다.
$\therefore a=-2b$
$bx-y=2$와 $ax+2y=-1$에 각각 대입하여 연립하면 해는 존재하지 않는다.

18. 네 점 O(0, 0), A(6, 2), B(4, 6), C(2, 6)을 꼭짓점으로 하는 □OABC가 있다. 직선 $y=mx$가 $\overline{\mathrm{AB}}$와 만나도록 정수 m의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점 (6, 2)를 지날 때 $m=\dfrac{1}{3}$ $\cdots$①

점 (4, 6)을 지날 때 $m=\dfrac{3}{2}$ $\cdots$②

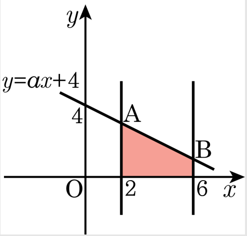
①, ②에서 $\dfrac{1}{3}\le m\le\dfrac{3}{2}$

따라서 만족하는 정수 m의 값은 1이다.

19. x 축과 세 직선 $y = ax + 4$, $x = 2$, $x = 6$ 으로 둘러싸인 사각형의 넓이가 8 일 때, 상수 a 에 대하여 $4a$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설



$A(2,\ 2a+4)$, $B(6,\ 6a+4)$ 이므로

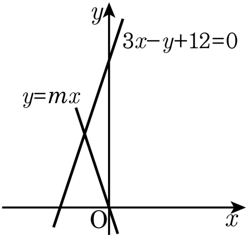
사각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (2a+4+6a+4) \times 4 = 8$

$8a + 8 = 4$

$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ 4a = -2$

20. 다음 그림과 같이 일차방정식 $3x-y+12=0$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 직선 $y=mx$ 에 의하여 이등분된다고 한다. 이 때, m 의 값은?

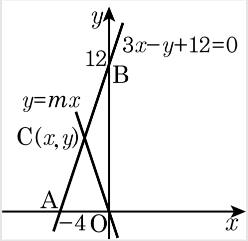


① -1 ② 0 ③ 1

④ -3 ⑤ 3

해설

오른쪽 그림에서



$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 12 = 24$$

$$\therefore \ \triangle OAC = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot y = \frac{1}{2} \cdot 4 \times y = 12$$

$y=6$ 이므로 $x=-2$

$y=mx$ 가 $(-2,\ 6)$ 을 지나므로 $6=-2m$

$\therefore \ m=-3$

21. A, B, C, D, E 5명이 일렬로 설 때, A와 B가 서로 이웃하지 않을 확률은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 12

해설

모든 경우의 수 : $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)

A, B 가 서로 이웃할 경우의 수 : $(4\times3\times2\times1)\times(2\times1)=48$(가지)

따라서 A와 B가 서로 이웃하지 않을 확률은

$$1-\frac{(4\times3\times2\times1)\times(2\times1)}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{3}{5}$$

22. A, B 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라고 할 때, 직선 $ax+by=8$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 가 될 확률은?

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$ax+by=8$ 에서 x 절편은 $y=0$ 일 때 x 의 값인 $\frac{8}{a}$ 이고 y 절편은 $x=0$ 일 때 y 의 값인 $\frac{8}{b}$ 이다. 그러므로 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{8}{a}\times\frac{8}{b}=4$, 즉 $ab=8$ 이다.

따라서 $(a,b)=(2,\ 4),\ (4,\ 2)$ 의 2 가지이다. 두 개의 주사위를 던지면 나오는 경우의 수는 $6\times6=36$ (가지) 이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

23. 주머니 속에 검은 공 3개, 파란 공 2개, 흰 공 2개가 들어 있다. 이 주머니에서 차례로 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 두 개의 공이 같은 색일 확률이 높은 순서대로 나열한 것은?

① 흰 공 > 검은 공 > 파란 공

② 파란 공 > 흰 공 = 검은 공

③ 검은 공 > 파란 공 > 흰 공

④ 파란 공 = 흰 공 > 검은 공

⑤ 검은 공 > 파란 공 = 흰 공

해설

검은 공 2번 : $\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42}$

파란 공 2번 : $\frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{42}$

흰 공 2번 : $\frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{42}$

24. 일기예보에 의하면 이번 토요일에 비가 올 확률이 30 %, 일요일에 비가 올 확률이 20 %라고 한다. 토요일에는 비가 오지 않고 일요일에는 비가 올 확률은?

① 6 % ② 14 % ③ 21 % ④ 30 % ⑤ 60 %

해설

(구하는 확률)= (토요일에 비가 오지 않을 확률)× (일요일에 비가 올 확률)

$= (1 - 0.3) \times 0.2 = 0.14$

따라서 구하는 확률은 14 %

25. A, B 두 사람이 5전 3승제로 탁구 시합을 하고 있는데 현재 A가 2승 1패로 앞서가고 있다. 앞으로 A는 1승을, B는 2승을 더 해야만 승리를 할 수 있다고 한다. 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같을 때, A가 이길 확률은 B가 이길 확률의 몇 배인가? (단, 비기는 게임은 없다)

① 2배 ② 3배 ③ 5배 ④ 7배 ⑤ 9배

해설

A가 4번째 게임이나 5번째 게임에서 이기면 탁구 시합에서 승리하게 되므로, 구하는 확률은 (4번째 게임에서 이길 확률) + (5번째 게임에서 이길 확률)이다.

4회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

5회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

따라서, A가 이길 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$이고, B가 이길 확률은 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$이므로 3배이다.

26. 일차함수 $f(x) = ax + b$에서 $f\left(x+\frac{3}{2}\right) - f(x) = -6$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$일 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$f\left(x+\frac{3}{2}\right) - f(x) = -6$에서

$a\left(x+\frac{3}{2}\right) + b - (ax+b) = -6$

$\frac{3}{2}a = -6$, $a = -4$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$에서

$(-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b = \frac{9}{2}$, $b = \frac{5}{2}$

$\therefore\ ab = (-4) \times \frac{5}{2} = -10$

27. 일차함수 $y = mx - 1$의 x값의 범위와 y값의 범위가 모두 $n \le x \le 0$와 같을 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x = 0$ 일 때 $y = -1$, $x = n$ 일 때 $y = mn - 1$ 이므로

1) $m > 0$ 일 때, $mn - 1 \le y \le -1$ 이므로

$n \le x \le 0$ 와 일치할 수 없다.

2) $m < 0$ 일 때, $-1 \le y \le mn - 1$이므로

$n \le x \le 0$ 와 일치하려면 $n = -1$, $mn - 1 = 0$

$\therefore\ n = -1,\ m = -1$

따라서 1), 2)에 의해 $m + n = -2$ 이다.

28. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하였더니 $y = -3x - 7$ 의 그래프와 일치하였다. 이때, 상수 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = ax + b$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3 만큼,
y 축 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
$y = a(x - 3) + b + 1 = ax - 3a + b + 1$
이것이 $y = -3x - 7$ 의 그래프와 일치하므로
$a = -3,\ b = -17$
$\therefore\ a - b = 14$

29. 어떤 일차함수의 그래프가 $(1,\ 3)$, $(-1,\ 7)$, $(a,\ b)$ 의 세 점을 지난다. 이때, $4a+2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4a+2b=10$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{3-7}{1-(-1)}=\frac{b-3}{a-1}$$

$$-2(a-1)=b-3$$

$$2a+b=5$$

$$\therefore\ 4a+2b=2(2a+b)=2\times5=10$$

30. 일차함수 $y = (2k - 3)x - 8k + 1$ 의 그래프가 제 2, 3, 4사분면을 지나기 위한 k 값을 $a < k < b$ 라고 할 때, $b \div a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

제 2 ,3 ,4사분면을 지나려면 오른쪽 아래를 향하고 음의 y 절편 값을 가지므로

$2k - 3 < 0$, $-8k + 1 < 0$ 이어야 한다.

그러므로 $\frac{1}{8} < k < \frac{3}{2}$ 이고, $a = \frac{1}{8}$, $b = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $b \div a = \frac{3}{2} \div \frac{1}{8} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$ 이다.

31. 두 직선 $y = ax + 2b$, $y = -(a+2)x + 4(b+1)$ 의 교점이 A(2, 6) 일 때, 두 직선과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 직선의 교점이 A(2, 6) 이므로 각각 (2, 6) 을 대입하면

$y = ax + 2b$, $6 = 2a + 2b$, $a + b = 3 \cdots$ ㉠

$y = -(a+2)x + 4(b+1)$, $6 = -2(a+2) + 4(b+1)$,

$-a + 2b = 3 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립해서 풀면 $a = 1$, $b = 2$ 이다.

두 직선이 x 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 하고 좌표를 구하면 B(−4, 0), C(4, 0) 이다.

두 직선과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 삼각형 ABC 의 넓이와 같으므로 $\frac{1}{2}(4+4) \times 6 = 24$ 이다.

32. 세 점 A$(-3,\ 4)$, B$(0,\ 5)$, C$(-4,\ 1)$ 로 이루어진 삼각형은 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 라고 한다. 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x + 1$

해설

삼각형 ABC 는 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형이므로, 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 일차함수는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 수직이등분한다.

$\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울기가 $\dfrac{5-1}{0-(-4)} = 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 수직인 직선의 기울기는 -1 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = -x + b \cdots$ ㉠ 으로 놓을 수 있다.

점 A$(-3,\ 4)$를 지나므로 ㉠에 대입하면 $b = 1$이다.

따라서 구하고자 하는 직선의 식은 $y = -x + 1$ 이다.

33. 직선 $y = ax + b$ 는 점 $(3,\ 6)$ 을 지나고 $y = 3x - 9$ 와 y 축 위에서 만난다. 이때, $a - b$ 의 값은?

① 14　　② 13　　③ 12　　④ 11　　⑤ 10

해설

$y = 3x - 9$ 와 y 축에서 만난다는 것은 y 절편이 같다는 뜻이다.
그러므로 $y = ax - 9$ 이다.

$6 = 3a - 9$

$3a = 15$

$a = 5,\ b = -9$

$\therefore\ a - b = 5 - (-9) = 14$

34. 다음 두 점 $(-1,\ 4)$, $(2,\ 5)$를 지나는 직선에 평행한 직선을 그래프로 갖는 일차함수는?

① $y = 3x + 1$　② $y = -3x + 5$　③ $y = x - 3$

④ $y = \frac{1}{3}x - 2$　⑤ $y = -\frac{1}{3}x - 3$

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{5-4}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$$

35. 일차함수 $ax-5y+b=0$ 의 그래프가 한 점 $(3,\ 3)$ 을 지나고 x 절편이 -2 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$ax-5y+b=0$이 두 점 $(3,3)$, $(-2,\ 0)$ 을 지나므로
$3a-15+b=0 \quad \cdots$ ㉠
$-2a+b=0 \quad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=6$
$\therefore a^2+b^2=9+36=45$

36. 보통 온도를 말할 때 섭씨(°C) 또는 화씨(°F)로 나타낸다. 두 표현 방식에는 °C $= \frac{5}{9}$(°F − 32) 의 관계식이 성립한다. 섭씨로 나타낸 숫자가 화씨로 나타낸 온도의 숫자보다 크게 되는 것은 화씨 몇 도 미만인가?

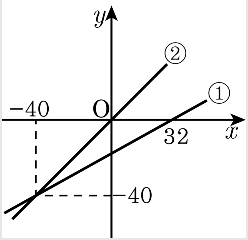
① 영하 10도 ② 영하 20도 ③ 영하 30도

④ 영하 40도 ⑤ 영하 50도

해설

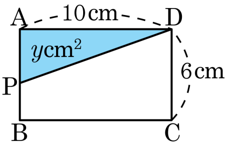
섭씨를 y, 화씨를 x 라 하면

관계식은 $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$ $\cdots$①



그림에서 ①의 그래프가 직선 $y = x \cdots$②보다 위에 있을 경우의 x의 값의 범위를 구하면 된다. 직선 ①과 ②의 교점이 $(-40,\ -40)$ 이므로 $x < -40$이다.

37. 다음 그림에서 □ABCD는 가로가 10 cm, 세로가 6 cm인 직사각형이다. 점 P가 점 A를 출발하여 매초 2 cm의 속력으로 직사각형의 둘레를 따라 점 D까지 시계 반대 방향으로 움직일 때, x초 후 △APD의 넓이를 $y\text{ cm}^2$이라고 한다. x와 y의 관계를 그래프로 나타냈을 때, 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?



① 60 cm^2 ② 120 cm^2 ③ 150 cm^2

④ 180 cm^2 ⑤ 240 cm^2

해설

i) $0 \le x \le 3$일 때 : $y = \frac{1}{2} \times 2x \times 10 = 10x$

ii) $3 \le x \le 8$ 일 때 : $y = 30$

iii) $8 \le x \le 11$일 때 :

$y = \frac{1}{2} \times 10 \times (22 - 2x) = 110 - 10x$

그래프의 넓이를 구하면

$(5 + 11) \times \frac{1}{2} \times 30 = 240$

38. 거리가 5m 인 두 지점 A, B 를 꿀벌 한 마리가 1 m/s 의 일정한 속도로 1 분 동안 왕복한다. 꿀벌이 A 에서 출발한 후, 이동한 시간을 x 초, x 초 후에 꿀벌과 A 지점 사이의 거리를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

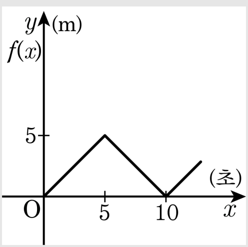
해설

벌이 A 지점에서 B 지점까지 가는 데는 $\frac{5}{1} = 5$ (초)가 걸린다.

즉, $0 \le x \le 5$ 일 때, $f(x) = x$

또 5 초 후에는 B 지점에서 A 지점으로 이동하므로

$5 \le x \le 10$ 일 때, $f(x) = 5 - x$



1 분 동안 왕복하므로 $0 \le x \le 60$ 일 때,

$f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 5\right) \times 6 = 150$ 이다.

39. 직선 $7x+5y=1$과 직선 $7ax+5by=1$이 평행하고 점 $(a,\ b)$는 직선 $7x+5y=1$ 위의 점일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

해설

평행일 조건 : $\frac{7}{7a}=\frac{5}{5b}\neq\frac{1}{1}$

$\frac{1}{a}=\frac{1}{b},\ a=b\ \cdots$ ㉠

$7x+5y=1$에 점 $(a,\ b)$를 대입하면

$7a+5b=1\ \cdots$ ㉡

$a=b$이므로 $7a+5a=1,\ 12a=1$

$\therefore\ a=b=\frac{1}{12},\ a+b=\frac{1}{6}$

40. 두 직선 $6y+x=-7$, $3x-2y=4-a$의 교점이 직선 $x-2y-1=0$ 위에 있을 때, a의 값은?

① -3　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

세 직선은 한 점에서 만난다.
$6y+x=-7$과 $x-2y-1=0$을 연립하여 풀면
$x=-1$, $y=-1$
$(-1,\ -1)$을 $3x-2y=4-a$에 대입하면
$-3+2=4-a$에서 $a=5$

41. 다음의 세 직선이 한 점에서 만날 때, 상수 a의 값은?

$y = x + 2,\ 3x - 4y = 4,\ 2x - ay = 6$

① -3　　② -1　　③ 1　　④ 3　　⑤ 5

해설

$x - y = -2 \cdots$ ①

$3x - 4y = 4 \cdots$ ②

① $\times 3 -$ ②를 하면

$x = -12,\ y = -10$

점 $(-12,\ -10)$을 $2x - ay = 6$에 대입

$-24 + 10a = 6,\ a = 3$

42. 세 개의 일차함수 $x+2y=4$, $-2x+6y=17$, $y=ax+\frac{1}{2}a$ 의 그래프가 만나 삼각형을 만들 수 없을 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$y=ax+\frac{1}{2}a$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 세 직선으로 삼각형을 만들 수 없다.

1) $x+2y=4$ 또는 $-2x+6y=17$ 과 평행할 때

$(x+2y=4\text{의 기울기})=-\frac{1}{2}$

$(-2x+6y=17\text{의 기울기})=\frac{1}{3}$

$\therefore\ a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{1}{3}$

2) $x+2y=4$ 와 $-2x+6y=17$ 의 교점을 지날 때, $x+2y=4$ 와 $-2x+6y=17$ 의 교점은 $\left(-1,\ \frac{5}{2}\right)$ 이므로

$\frac{5}{2}=-a+\frac{1}{2}a \qquad \therefore\ a=-5$

1), 2) 에 의해 a 의 값은 -5, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 이다.

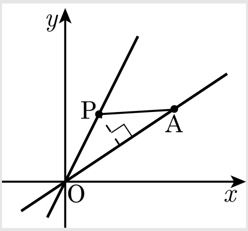
43. $y = 2x$ 의 그래프 위에 있는 점 P 와 점 A$(6,\ 4)$ 사이의 직선 거리는 원점 O 와 점 P 사이의 직선 거리와 같다. 이러한 점 P 의 좌표를 $(t,\ 2t)$ 라고 할 때, t 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $t = \dfrac{13}{7}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PO}} = \overline{\mathrm{PA}}$ 이므로 점 P 는 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 수직이등분선 위의 점이다.



직선 OA 의 기울기가 $\dfrac{4-0}{6-0} = \dfrac{2}{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{OA}}$ 에 수직인 직선의 기울기는 $-\dfrac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{OA}}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = -\dfrac{3}{2}x + b \cdots$ ㉠ 으로 놓을 수 있다.

또한 원점과 점 A 의 중점이 $(3,\ 2)$ 이므로 ㉠ 에 대입하면 $b = \dfrac{13}{2}$ 이다.

$\therefore\ y = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{13}{2} \cdots$ ㉡

한편 점 P 는 $y = 2x$ 와 ㉡ 의 교점이므로 두 식을 연립하여 풀면

$\mathrm{P}\left(\dfrac{13}{7},\ \dfrac{26}{7}\right) = \mathrm{P}(t,\ 2t)$ 이므로

$\therefore\ t = \dfrac{13}{7}$

44. 1 ~ 4 까지의 숫자가 적힌 4 개의 공이 A, B, C, D 의 4 개 칸에 일렬로 놓여 있다. 이 공을 다음과 같은 규칙으로 다시 배열하려고 한다.

(가) A, B 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 A가 작으면 A 와 B 를 바꾸고, B 가 작으면 그대로 둔다.

(나) B, C 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 B가 작으면 B 와 C 를 바꾸고, C 가 작으면 그대로 둔다.

(다) C, D 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 C가 작으면 C 와 D 를 바꾸고, D 가 작으면 그대로 둔다.

(라) D, E 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 D가 작으면 D 와 E 를 바꾸고, E 가 작으면 그대로 둔다.

이때, 처음에 B 위치에 있던 공이 다시 배열한 후에는 D 위치에 오게 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

4 개의 공을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는 24 가지
처음에 임의로 놓여있던 공들이 (가) (라) 의 과정을 거치면 언제나 가장 작은 공이 맨 뒤에 오게 된다.
따라서 B가 D의 위치에 오므로 B 의 앞에 A, C, D 를 배열시키는 확률을 구하면 된다.
A, C, D 를 배열시키는 경우의 수는 6 가지이므로
구하는 확률은 $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ 이다.

45. 다섯 장의 카드의 뒷면에 2, 3, 4, 5, 6가 각각 쓰여져 있다. 카드를 한 장 뽑아 그 카드에 쓰여진 숫자를 a 라 한다. 분수 $\frac{1}{a}$ 을 소수로 나타낼 때 순환소수로 나타내어질 확률은?

① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\frac{1}{2}=0.5$,$\frac{1}{3}=0.\dot{3}$,$\frac{1}{4}=0.25$,$\frac{1}{5}=0.2$.$\frac{1}{6}=0.1\dot{6}$ 이므로

$a=3$ 또는 6 일 때 순환소수가 된다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}$ 가 된다.

46. 좌표평면 위의 점 P 는 원점에서 출발하여, 한 번에 오른쪽으로 1 또는 왼쪽으로 1 씩 움직여 (5, 5) 까지 최단 경로로 이동한다. 이때, 점 P 가 점 A(2, 1), B(3, 4) 를 거치지 않고 이동할 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{42}$

해설

원점에서 (5, 5) 까지 최단 거리로 가는 모든 방법의 수 $\frac{10!}{5!5!} =$ 252 (가지) 이다.
A 와 B 를 거치지 않고 갈 확률은 전체 확률에서 A 또는 B 를 거치고 갈 확률을 빼면 된다.

(1) 원점에서 A 를 거쳐 (5, 5) 로 가는 방법의 수는 $\frac{3!}{1!2!} \times \frac{7!}{3!4!} =$ 105 (가지)

(2) 원점에서 B 를 거쳐 (5, 5) 로 가는 방법의 수는 $\frac{7!}{3!4!} \times \frac{3!}{1!2!} =$ 105 (가지)

(3) 원점에서 A 와 B 를 거쳐 (5, 5) 로 가는 방법의 수는 $\frac{3!}{1!2!} \times \frac{4!}{1!3!} \times \frac{3!}{1!2!} = 36$ (가지)

(1), (2), (3)에서 경우의 수는 $105 + 105 - 36 = 174$ (가지) 이다.

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{174}{252} = \frac{13}{42}$ 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

47. 어느 동물의 62.5 % 는 수컷이고, 37.5 % 는 암컷이다. 이 동물 3 마리를 임의로 골랐을 때, 적어도 한 마리가 수컷일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{485}{512}$

해설

37.5 % 는 암컷이므로 암컷일 확률은 $\dfrac{375}{1000} = \dfrac{3}{8}$

3 마리 모두 암컷일 확률은 $\dfrac{3}{8} \times \dfrac{3}{8} \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{27}{512}$

따라서 적어도 1 마리가 수컷일 확률은

$1 - \dfrac{27}{512} = \dfrac{485}{512}$ 이다.

48. 예지 출판사에서는 수학 문제집을 만드는데, 가끔 책의 인쇄가 번져서 나온다고 한다. 인쇄가 정확히 나오면 500 원의 이익을 얻지만, 잉크가 번져서 나오면 12000 원의 손해를 본다고 한다. 인쇄에 정확도가 최소한 몇 % 이어야 손해를 보지 않는가?

① 96% ② 95% ③ 94% ④ 93% ⑤ 92%

해설

정확도를 x % 라고 하면

$$\frac{x}{100} \times 500 - \frac{(100-x)}{100} \times 12000 \geq 0$$

$$5x - 12000 + 120x \geq 0$$

$$125x \geq 12000 \therefore x \geq 96$$

따라서 손해를 안보는 최소한의 합격률은 96% 이다.

49. 검은 색 구슬 3 개, 흰 색 구슬 5 개가 들어 있는 주머니 A 와 검은 색 구슬 7 개, 흰 색 구슬 2 개가 들어 있는 주머니 B 가 있다. A 에서 1 개의 구슬을 B 로 옮기고 다시 B 에서 1 개의 구슬를 A 로 옮긴 후, A 주머니에서 선택한 구슬이 검은 색 구슬일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{269}{640}$

해설

A 에서 꺼내어 B 로 보낸 구슬과 B 에서 꺼내어 A 로 보낸 구슬의 색깔이

(1) 각각 흰 색, 흰 색인 경우

A 주머니에서 검은 색 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{5}{8} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{8}$

(2) 각각 흰 색, 검은 색인 경우

A 주머니에서 검은 색 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{5}{8} \times \frac{7}{10} \times \frac{4}{8}$

(3) 각각 검은 색, 흰 색인 경우

A 주머니에서 검은 색 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{8} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{8}$

(4) 각각 검은 색, 검은 색인 경우

A 주머니에서 검은 색 구슬을 꺼낼 확률은

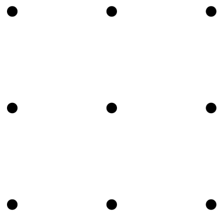
$\frac{3}{8} \times \frac{8}{10} \times \frac{3}{8}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{8} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \times \frac{7}{10} \times \frac{4}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{8}{10} \times \frac{3}{8} = \frac{269}{640}$

이다.

50. 다음 그림과 같이 가로 또는 세로로 인접한 두 점사이의 거리가 모두 같은 9 개의 점이 있다. 3 개의 점을 이어서 삼각형을 만들 수 있는 확률을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{21}$

해설

세 점을 잇는 경우의 수 : $\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$(가지)

이 중에서 삼각형을 만들 수 없는 확률을 구하면

i) 가로로 세 점을 잇는 경우의 확률

$\frac{3}{84}=\frac{1}{28}$

ii) 세로로 세 점을 잇는 경우의 확률

$\frac{3}{84}=\frac{1}{28}$

ii) 대각선으로 세 점을 잇는 경우의 확률

$\frac{2}{84}$

$\therefore$ 구하는 확률은 $1-\left(\frac{1}{28}+\frac{1}{28}+\frac{2}{84}\right)=\frac{19}{21}$