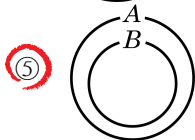
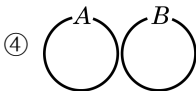
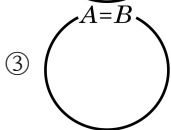
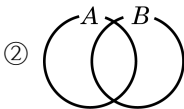
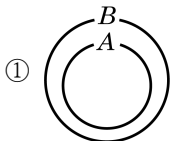


1.  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ,  $\{1, 2, 3, 6\}$  을 원소로 가지는 집합을 각각  $A, B$  라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 6\}$  이므로  
 $B \subset A$ ,  $A \neq B$

2. 다음 중 옳은 것은?

①  $0 \subset \{\emptyset\}$

②  $\{x, y\} \not\subset \{y, x\}$

③  $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

④  $\{\emptyset\} \subset \{2, 4, 6\}$

⑤  $\{1, 3, 5\} \subset \{1, 3, 4, 7\}$

해설

①  $0 \not\subset \{\emptyset\}$

②  $\{x, y\} = \{y, x\}$

④  $\{\emptyset\} \not\subset \{2, 4, 6\}$

⑤  $\{1, 3, 5\} \not\subset \{1, 3, 4, 7\}$

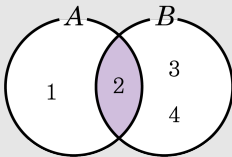
3. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{1, 2\}$ ,  $A \cap B = \{2\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$  일 때, 집합  $B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\{2, 3, 4\}$

해설

집합  $A, B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



4. 전체 집합  $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\}$  의 부분 집합  $A = \{x|x \text{는 } 16 \text{의 약수 중 짝수인 자연수}\}$ 에 대하여  $A^c$ 의 원소는?

① 2

② 4

③ 5

④ 8

⑤ 11

해설

$$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$$

$$A = \{2, 4, 8, 16\}$$

$$A^c = U - A = \{6, 10, 12, 14, 18\}$$

5. 세 수  $A = 3\sqrt{3} - 1$ ,  $B = \sqrt{3} + 2$ ,  $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

①  $C < B < A$

②  $A < B < C$

③  $A < C < B$

④  $B < A < C$

⑤  $B < C < A$

해설

$$\begin{aligned}\text{i) } A - B &= (3\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 2) \\ &= 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0 \\ \therefore A &> B\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ii) } B - C &= (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} + 1) \\ &= 1 - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore B &< C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{iii) } C - A &= (2\sqrt{3} + 1) - (3\sqrt{3} - 1) \\ &= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \\ \therefore C &> A\end{aligned}$$

따라서  $B < A < C$

6. 다음 중 항등함수를 찾으려면?

①  $f(x) = x$

②  $f(x) = x + 1$

③  $f(x) = x - 1$

④  $f(x) = x^2$

⑤  $f(x) = x^2 + 1$

해설

항등함수는  $f(x) = x$  또는  $y = x$  이다.

7. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{x^3 - 1}{x^4 + x^2 + 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^4 - 1}$$

①  $x$

②  $x^2$

③  $\frac{1}{x}$

④  $\frac{1}{x^2}$

⑤  $\frac{1}{x^2 + 1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 - 1}{x^4 + x^2 + 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^4 - 1} \\ &= \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)} \\ & \quad \times \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)} \\ &= \frac{1}{x^2 + 1} \end{aligned}$$

8. 분수식  $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$  을 간단히 하면?

①  $-\frac{1}{x+1}$

②  $\frac{x+1}{x}$

③  $\frac{x}{x-1}$

④  $\frac{x-1}{x}$

⑤  $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

9. 유리수  $x, y$ 가  $(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y) = 8$ 을 만족할 때,  $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 20

② 16

③ 12

④ 10

⑤ 8

해설

$(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y) = 8$ 을 전개하여 정리하면

$$(4x + 4y - 8) - (xy + 8)\sqrt{2} = 0$$

$$\therefore 4x + 4y - 8 = 0 \Rightarrow x + y = 2$$

$$\therefore xy + 8 = 0 \Rightarrow xy = -8$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times (-8) = 20$$

10. 다음 무리함수 중 함수  $y = \sqrt{-x}$ 을 평행이동하여 얻을 수 없는 것을 고르면?

①  $y = \sqrt{-x+2}$

②  $y = \sqrt{-(x+1)} + 3$

③  $y = \sqrt{3-x}$

④  $y = \sqrt{x-1} - 1$

⑤  $y = \sqrt{-x} - 1$

해설

$y = \sqrt{-x}$ 에서  $x$  앞의 부호가 반대일 경우  
평행이동하여 얻을 수 없다.

11. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은?

①  $\{x \mid x \text{는 일의 자리의 숫자가 1인 짝수}\}$

②  $\{x \mid x \text{는 2로 나누었을 때 나머지가 1 인 자연수}\}$

③  $\{x \mid x \text{는 8보다 큰 8의 약수}\}$

④  $\{x \mid x \text{는 두 자리의 2의 배수}\}$

⑤  $\{x \mid x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

①  $\emptyset$

②  $\{1, 3, 5, \dots\}$

③  $\emptyset$

④  $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$

⑤  $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

12. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $n(A) = 5$ ,  $n(B) = 7$  이고  $n(A \cap B) = 3$  일 때,  $n(A \cup B)$  는?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\&= 5 + 7 - 3 = 9\end{aligned}$$

13.  $A = \{2, 4, 6, 9, 10\}$ ,  $B = \{2, 7, 9, 10\}$ 에 대하여  $X - A = \emptyset$ ,  $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합  $X$ 가 될 수 있는 것은?

①  $\{2, 4\}$

②  $\{2, 6\}$

③  $\{4, 6\}$

④  $\{4, 6, 7\}$

⑤  $\{4, 6, 9, 11\}$

해설

$(A - B) \subset X \subset A$  이므로  $\{4, 6\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 9, 10\}$  이다. 따라서  $X$ 가 될 수 있는 집합은  $\{4, 6\}$  이다.

14.  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고,  $a + b + c = 14$ 일 때,  $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

이 때  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

따라서 최댓값은 14이다.

15. 두 집합  $X = \{-1, 1, 2\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수인 것을 모두 고르면?

㉠  $f : x \rightarrow x$

㉡  $g : x \rightarrow x + 2$

㉢  $h : x \rightarrow |x|$

㉣  $k : x \rightarrow x^2 - 1$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

### 해설

㉠  $f(x) = x$  에서  $f(-1) = -1$  이고  $-1 \notin Y$  이므로, 함수가 아니다.

㉡  $g(x) = x+2$  에서  $g(-1) = 1 \in Y$ ,  $g(1) = 3 \in Y$ ,  $g(2) = 4 \in Y$  이므로 함수이다.

㉢  $h(x) = |x|$  에서  $h(-1) = 1 \in Y$ ,  $h(1) = 1 \in Y$ ,  $h(2) = 2 \in Y$  이므로 함수이다.

㉣  $k(x) = x^2 - 1$  에서  $k(-1) = 0 \notin Y$ ,  $k(1) = 0 \notin Y$ ,  $k(2) = 3 \in Y$  이므로 함수가 아니다.

16. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $A$ 에서  $A$ 로의 함수  $f$  중에서  $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시키는 것의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

### 해설

역함수  $f^{-1}$ 가 존재하므로,  $f$ 는 일대일대응이다.

( i )  $f(1) = 1$  일 때,

$f(2) = 2, f(3) = 3$  또는  $f(2) = 3, f(3) = 2$

( ii )  $f(1) = 2$  일 때,

$f(2) = f^{-1}(2) = 1$  이므로  $f(3) = 3$

( iii )  $f(1) = 3$  일 때,

$f(3) = f^{-1}(3) = 1$  이므로  $f(2) = 2$

( i ), ( ii ), ( iii )에서 함수  $f$ 의 개수는 4개이다.

17. 함수  $f(x) = ax - 1$  과 그 역함수  $f^{-1}(x)$  가 같도록 상수  $a$  의 값을 정하면?

①

-1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$y = f(x)$  라 하면  $y = ax - 1$

이것을  $x$  에 대하여 정리하면  $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데  $f(x) = f^{-1}(x)$  이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ 이고 } \frac{1}{a} = -1 \text{ 이어야 하므로}$$

$$\therefore a = -1$$

18. 함수  $f(x) = ax + b$  에 대하여  $f^{-1}(1) = 2$  ,  $f(1) = 2$  일 때,  $f(3)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

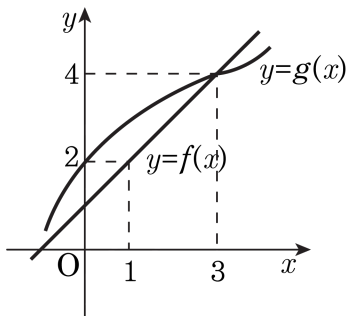
해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

$$\text{연립하면 } a = -1, \quad b = 3$$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

19. 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 가 각각 일대일대응이고 그 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $(g^{-1} \circ f)(1) + g(3)$ 의 값은 얼마인가?



① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

### 해설

주어진 식을 간단히 하면

$$\begin{aligned}(g^{-1} \circ f)(1) + g(3) &= g^{-1}(f(1)) + 4 \\ &= g^{-1}(2) + 4\end{aligned}$$

$g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면  $g(k) = 2$

문제의 그림에서  $y = g(x)$ 의 그래프가

$(0, 2)$ 를 지나므로  $g(0) = 2$

이 때,  $y = g(x)$ 는 일대일대응이므로  $k = 0$

$$\therefore g^{-1}(2) + 4 = 0 + 4 = 4$$

20.  $x^2 - 5x + 1 = 0$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을  $x$ 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

21.  $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$  일 때,  $\frac{xy}{x^2 + 2y^2}$  의 값을 구하면?

①  $\frac{2}{17}$

②  $\frac{3}{17}$

③  $\frac{4}{17}$

④  $\frac{5}{17}$

⑤  $\frac{6}{17}$

해설

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}y$$

$$\therefore \frac{xy}{x^2 + 2y^2} = \frac{\frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 + 2y^2} = \frac{6}{17}$$

22.  $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$  에서  $A$  의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $A = -25$

해설

$$\frac{-x + 2(y + 4z) - 8 \times z}{-5 + 2 \times 2 - 8 \times 3}$$
$$= \frac{-x + 2y + 8z - 8z}{-5 + 4 - 24} = \frac{-x + 2y}{-25}$$

$$\therefore A = -25$$

23. 분수함수  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  의 그래프의 점근선이  $x = a$ ,  $y = b$  일 때, 상수  $a, b$  의 합  $a + b$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \frac{2x-1}{x-1} \Rightarrow y = 2 + \frac{1}{x-1} \text{ 이므로,}$$

점근선은  $y = 2$ ,  $x = 1$  이다.

$$\therefore a + b = 3$$

24. 유리함수  $y = \frac{ax-b}{x-2}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-3$ 만큼,  $y$  축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동하면  $y = \frac{3x-1}{x+c}$  의 그래프와 일치한다. 이 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax-b}{x-2} \Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{x+1} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a=1, b=6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

25.  $y = \frac{3-ax}{1-x}$  의 그래프의 점근선이  $x = 1$ ,  $y = -2$  일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은  $x = 1$ ,  $y = a$

$$\therefore a = -2$$

26. 분수함수  $y = \frac{ax+b}{x-1}$  의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점  $(2, 3)$  을 지날 때, 상수  $a, b$  의 곱  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-1} \text{ 라 하면 } f(2) = 3, f^{-1}(2) = 3$$

$$f(2) = 2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f^{-1}(2) = 3 \text{ 에서 } f(3) = 2 \text{ 이므로}$$

$$f(3) = \frac{3a+b}{2} = 2 \quad \therefore 3a+b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1 \quad \therefore ab = 1$$

27.  $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수  $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축으로  $\alpha$ ,  $y$ 축으로  $\beta$ 만큼 평행이동한 것이다.  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,  
이것은  $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축 방향으로 3만큼,  
 $y$ 축 방향으로 5만큼  
평행이동한 그래프의 함수이다.  
즉,  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 5$   
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

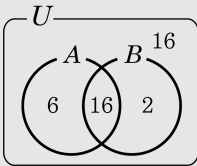
28. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $n(U) = 40$ ,  
 $n(A) = 22$ ,  $n(B) = 18$ ,  $n(A - B) = 6$  일 때,  $n((A \cup B)^c)$  을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$n((A \cup B)^c) = 16$$

29. 100 명의 학생 중 축구를 좋아하는 학생이 77 명, 농구를 좋아하는 학생이 57 명이다. 축구와 농구를 모두 좋아하는 학생수의 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$ 라 할 때  $a + b$ 의 값은?

① 90

② 91

③ 93

④ 96

⑤ 97

### 해설

최대일 때는 한 쪽이 다른 쪽에 포함될 때이다.

$$\therefore a = 57$$

모두 좋아하는 학생수를  $x$  라 하면  $77 + 57 - x \leq 100$ ,  $x \geq 34$

$$\therefore b = 34$$

$$\therefore a + b = 91$$

30. 명제 ' $|x-1| \leq a$ 이면  $|x| < 3$  이다.'가 참이 되기 위한  $a$ 의 값의 범위는?  
(단,  $x, y$ 는 실수이고,  $a > 0$ )

①  $0 < a \leq 2$

②  $0 < a < 2$

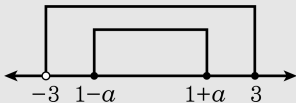
③  $0 < a \leq 4$

④  $0 < a < 4$

⑤  $0 < a < 5$

해설

$|x-1| \leq a$ 에서  $-a \leq x-1 \leq a \therefore 1-a \leq x \leq 1+a$   $|x| < 3$ 에서  $-3 < x < 3$  따라서 주어진 명제가 참이 되려면,



위의 그림에서  $1-a > -3$  그리고  $1+a < 3 \therefore a < 4$  그리고  $a < 2$   
 $\therefore a < 2$  그런데  $0 < a$  이므로,  $0 < a < 2$

31. 두 명제  $p \rightarrow q$ 와  $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 ‘반드시 참이다’라고 말할 수 없는 명제는?

①  $q \rightarrow r$

②  $p \rightarrow r$

③  $\sim p \rightarrow \sim r$

④  $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤  $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$$p \rightarrow q \leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p \quad \sim r \rightarrow \sim q \leftrightarrow q \rightarrow r \quad p \rightarrow q, q \rightarrow r$$

이므로

$$p \rightarrow r \leftrightarrow r \rightarrow \sim p$$

32.  $x, y, z$  가 실수일 때, 다음 중 조건  $p$  가 조건  $q$  이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은?

- ①  $p: x$  는 2 의 배수,  $q: x$  는 6 의 배수
- ②  $p: x$  는 16 의 약수,  $q: x$  는 8 의 약수
- ③  $p: x > 0$  또는  $y > 0$ ,  $q: x + y > 0$
- ④  $p: (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$ ,  $q: x = y = z$
- ⑤  $p: x, y$  는 정수,  $q: x + y, xy$  는 정수

#### 해설

- ① 2 의 배수 중 4 는 6 의 배수가 아니므로  $p \not\Rightarrow q$   
6 의 배수는 모두 2 의 배수이므로  $p \Leftarrow q$   
따라서,  $p$  는  $q$  이기 위한 필요조건이다.
- ② 16 의 약수 중 16 은 8 의 약수가 아니므로  $p \not\Rightarrow q$   
8 의 약수는 모두 16 의 약수이므로  $p \Leftarrow q$   
따라서,  $p$  는  $q$  이기 위한 필요조건이다.
- ③  $x = 1, y = -3$  이면  $x + y = -2 < 0$  이므로  $p \not\Rightarrow q$   
 $x + y > 0$  이면  $x > 0$  또는  $y > 0$  이므로  $p \Leftarrow q$   
따라서,  $p$  는  $q$  이기 위한 필요조건이다.
- ④  $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$   
 $\Leftrightarrow x - y = y - z = z - x = 0 \Leftrightarrow x = y = z$   
따라서,  $p$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건이다.
- ⑤  $x, y$  가 정수이면  $x + y, xy$  도 정수이므로  $p \Rightarrow q$   
 $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$  이면  $x + y, xy$  는 정수이지만  $x, y$  는 정수가 아니므로  $p \not\Leftarrow q$   
따라서,  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.

33.  $a, b$ 가 실수일 때,  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건이 아닌 것은?

①  $p : a^2 + b^2 = 0, q : |a| + |b| = 0$

②  $p : a = 0, q : |a + b| = |a - b|$

③  $p : |a| = |b|, q : a^2 = b^2$

④  $p : a + b > 0, ab > 0, q : a > 0, b > 0$

⑤  $p : |a| + |b| > |a + b|, q : ab < 0$

해설

$$q : |a + b| = |a - b| \rightarrow a = 0 \text{ 또는 } b = 0$$

34.  $a \leq x \leq 3$  은  $1 \leq x \leq 4$  이기 위한 충분조건이고,  $1 \leq x \leq 4$  이기 위한 필요조건은  $0 \leq x \leq b$  이다. 이때,  $a$  의 최솟값과  $b$  의 최솟값의 곱은?

① 0

② 1

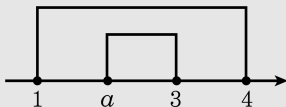
③ 2

④ 3

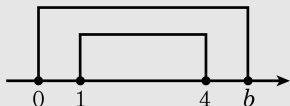
⑤ 4

해설

- (i)  $0 \leq x \leq 3$  은  $1 \leq x \leq 4$  이기 위한 충분조건이므로 다음 그림에서  $1 \leq a \leq 3$  따라서,  $a$  의 최솟값은 1이다.



- (ii)  $1 \leq x \leq 4$  이기 위한 필요조건이  $0 \leq x \leq b$  이므로 다음 그림에서  $b \geq 4$



따라서,  $b$  의 최솟값은 4이다.

- (i), (ii) 에서  $a$  의 최솟값과  $b$  의 최솟값의 곱은  $1 \times 4 = 4$

35. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $P, Q$  가 조건  $p, q$  를 만족하는 집합이라고 하자. 조건  $p$  가 'x는 소수' 이고  $p$  가  $q$  이기 위한 필요조건일 때, 집합  $Q$  의 원소가 될 수 없는 것은?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ ,  $P \subset U$ ,  $Q \subset U$  이고 조건  $p$  가 'x는 소수' 이므로  $P = \{2, 3, 5, 7\}$

$p$  가  $q$  이기 위한 필요조건이므로  $Q \subset P$

따라서, 집합  $P$  의 원소가 아닌 것은 집합  $Q$  의 원소가 될 수 없다.

36. 함수  $f$ 가 모든 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 를 만족할 때,  $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x+y) = f(x) + f(y)$  에서

$x = 0, y = 0$  을 대입하면

$$f(0+0) = f(0) + f(0), f(0) = 2f(0)$$

$$\therefore f(0) = 0$$

37. 다음 중 임의의 실수  $a$  에 대하여  $y = |x - a| + a - 1$  의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?

①  $y = x + 1$

②  $y = x - 1$

③  $y = x - 2$

④  $y = -x - 1$

⑤  $y = -x + 1$

### 해설

$a$  의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

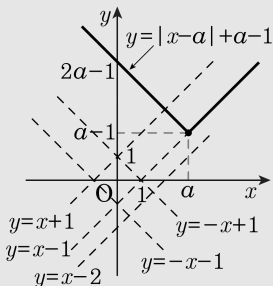
i)  $a > 0$  일 때,

$y = |x - a| + a - 1$  의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서,  $y = |x - a| + a - 1$  은  $y = x + 1$ ,

$y = x - 1$  과 만나며  $a \leq 1$  일 때

$y = -x + 1$  도 만난다.

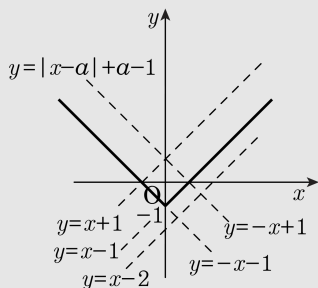


ii)  $a = 0$  일 때,

$y = |x - a| + a - 1$  의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서  $y = |x - a| + a - 1$  과

만나지 않는 그래프는  $y = x - 2$  밖에 없다.

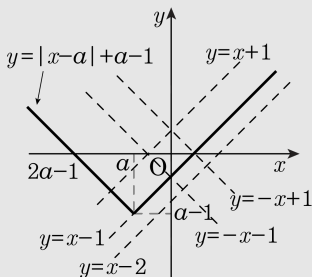


iii)  $a < 0$  일 때,

$y = |x - a| + a - 1$  의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서  $y = |x - a| + a - 1$  과 만나지 않는

그래프는  $y = x - 2$  밖에 없다.



i), ii), iii) 에서  $y = |x - a| + a - 1$  의 그래프와 항상 만나지 않는 직선은  $y = x - 2$  이다.

38. 부분분수를 이용하여 다음을 만족시키는 양수  $x$  를 구하여라.

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} = \frac{4}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식을 부분분수로 나타내면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left( \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \left( \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \right\} \\ & = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+8} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{x(x+8)} = \frac{4}{x(x+8)} \\ & = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

$$\therefore x(x+8) = 9$$

$$x^2 + 8x - 9 = (x-1)(x+9) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1$$

39.  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  의 그래프는 점  $(2, 0)$  을 지나고,  $x = 1$ ,  $y = 2$  를 점근선으로 할 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $-2$       ④  $-\frac{3}{2}$       ⑤  $-3$

해설

$x = 1$ ,  $y = 2$  가 점근선이므로

$$y = \frac{k}{x-1} + 2 \text{ 이다.}$$

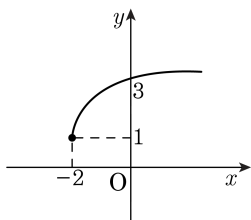
점  $(2, 0)$  을 지나므로  $k = -2$

$$\therefore y = \frac{-2}{x-1} + 2 = \frac{-2 + 2(x-1)}{x-1} = \frac{2x-4}{x-1}$$

$$\therefore a = 2, b = -4, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

40. 무리함수  $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는  $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를  $x$ 축으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축으로  $1$ 만큼 평행이동한 것과 같으므로  $y = \sqrt{a(x+2)} + 1$   
또, 점  $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a} + 1, \quad \sqrt{2a} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

따라서  $y = \sqrt{2(x+2)} + 1 = \sqrt{2x+4} + 1$  이고,

이것이  $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$$a = 2, b = 4, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

41. 다음 조건을 만족하는 집합  $A$ 의 원소를 모두 구하여 원소나열법으로 나타내어라.

㉠ 모든 원소는 20 이하의 자연수이다.

㉡  $2 \in A, 3 \in A$

㉢  $a \times b \in A, a \in A, b \in A$

▶ 답:

▶ 정답:  $\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18\}$

해설

$2 \in A, 3 \in A$  이고, 모든 원소는 20 이하의 자연수이므로

$2 \times 2 = 4 \in A, \quad 2 \times 3 = 6 \in A$

$3 \times 3 = 9 \in A, \quad 3 \times 4 = 12 \in A, \quad 3 \times 6 = 18 \in A$

$4 \times 2 = 8 \in A, \quad 4 \times 4 = 16 \in A$

42. 다음은 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$  에 대하여 원소의 개수와 진부분집합의 개수를 바르게 구한 것은?

① 5, 31

② 6, 63

③ 7, 127

④ 8, 255

⑤ 9, 511

### 해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$  를 원소나열법으로 고치면  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  이므로 원소의 개수는 8 개이다.

(진부분집합의 개수) = (부분집합의 개수) - 1

이므로 부분집합의 개수는  $2^8 = 256$  이고

진부분집합의 개수는  $256 - 1 = 255$  ( 개 ) 이다.

43. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$  일 때, 다음 조건을 만족하는 집합  $B$ 의 개수를 구하여라.

$$B \subset A, \{1, 3\} \subset B, n(B) = 5$$

▶ 답 :      개

▶ 정답 : 4 개

해설

$\{1, 2, 3, 4, 6\}, \{1, 2, 3, 4, 12\},$   
 $\{1, 2, 3, 6, 12\}, \{1, 3, 4, 6, 12\}$

44. 집합  $A = \{x \mid 15 < x < 30, x = 3n + 2 (n \text{은 자연수})\}$ 라고 할 때, 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 8 개

② 16 개

③ 24 개

④ 32 개

⑤ 40 개

해설

$A = \{17, 20, 23, 26, 29\}$ 이므로 집합  $A$ 의 부분집합의 개수는  $2^5 = 32$  (개) 이고, 이 중에서 짝수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 17, 23, 29로 만든 부분집합이므로  $2^3 = 8$  (개) 이다.

$$\therefore 32 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

45. 우리 반 학생 50 명 중에서 수학을 좋아하는 학생은 35 명, 과학을 좋아하는 학생은 25 명일 때, 두 과목 모두 좋아하는 학생 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

▶ 답 :                      명

▷ 정답 : 35 명

#### 해설

문제에서  $A \cup B$  이 주어지고 있다. 우리 반 학생 50 명이  $A \cup B$  이다.

수학을 좋아하는 학생을 집합  $A$  라고 하고, 과학을 좋아하는 학생을 집합  $B$  라고 한다.

수학, 과학을 모두 좋아하는 학생은  $A \cap B$  가 된다.

$A \cap B$  의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$50 = 35 + 25 - x$$

$x$  의 최솟값은 10명이다.

최댓값은 과학을 좋아하는 학생이 수학을 좋아하는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로  $x$  의 최댓값은 25명이다.

최솟값과 최댓값의 합은 35명이다.

46. 전체집합  $U = \{3 \times x + 1 | x < 10, x \text{는 자연수}\}$  의 부분집합  $A, B$  가 있다.

$A^c \cap B^c = \{28\}$  ,  $(A \cup B) - (A \cap B) = \{4, 10, 19, 25\}$  일 때,  $n(A \cap B)$  를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$U = \{3 \times x + 1 | x < 10, x \text{는 자연수}\} = \{4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28\} ,$$

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{28\} ,$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = \{4, 10, 19, 25\} ,$$

전체집합  $U$  는  $A - B$  ,  $B - A$  ,  $(A \cup B)^c$  ,  $A \cap B$  로 이루어지므로,  
 $A \cap B = \{7, 13, 16, 22\}$  이다.

$$\therefore n(A \cap B) = 4$$

47. 좌표평면 위의 점 A(3, 2) 를 지나는 직선  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 이  $x$  축,  $y$  축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때,  $\triangle OBC$  의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤  $2\sqrt{6}$

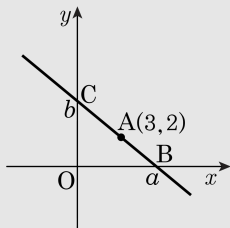
해설

$\triangle OBC$  의 넓이를

$S$  라 하면

$$S = \frac{1}{2}ab, \quad A(3, 2)$$

는 직선  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  위의 점이므로



$$1 = \frac{3}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{3}{a} \times \frac{2}{b}} = 2\sqrt{\frac{3}{S}}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 1 \geq \frac{12}{S} \quad \therefore S \geq 12$$

따라서  $\triangle OBC$  의 넓이의 최솟값은 12 이다.

48.  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  에 대하여  $f_0(x) = \frac{1}{1-x}$  이고  $f_{n+1}(x) = f_0(f_n(x))$  일 때,  $f_{100}(100)$  의 값은?

①  $-\frac{1}{99}$

②  $\frac{99}{100}$

③  $\frac{100}{99}$

④ 99

⑤ 100

해설

$$f_0(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$f_1(x) = f_0(f_0(x)) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$$

$$f_2(x) = f_0(f_1(x)) = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = x$$

$n = 2$  일 때  $f(x) = x$  이다.

즉 3 번을 주기로 함수가 반복된다는 뜻이다.

$$\text{따라서 } f_{100}(x) = f_{3 \times 33 + 1}(x) = f_1(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$\therefore f_{100}(100) = \frac{100-1}{100} = \frac{99}{100}$$

49.  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  ( $x \geq 2$ ),  $g(x) = 2x - 6$  에 대하여  $(f \circ (g \circ f)^{-1})(4)$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$g(5) = 4 \text{ 이므로 } g^{-1}(4) = 5$$

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ f)^{-1})(4) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(4) \\ &= g^{-1}(4) \\ &= 5\end{aligned}$$

50. 함수  $f(x) = |x| + |x-a| + |x-3a|$  의 최솟값이 6 일 때, 상수  $a$  의 값을 구하면?  
(단,  $a > 0$ )

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

i)  $x < 0$  일 때,  $f(x) = -3x + 4a$

ii)  $0 \leq x < a$  일 때,  $f(x) = -x + 4a$

iii)  $a \leq x < 3a$  일 때,  $f(x) = x + 2a$

iv)  $x \geq 3a$  일 때,  $f(x) = 3x - 4a$

따라서  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같고 최솟값은  $3a$  이므로

$$3a = 6 \quad \therefore a = 2$$

