

1. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$ 에서
 $x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

2. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

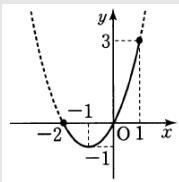
$f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$, $-2 \leq x \leq 1$ 에서
 $y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.

즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$

따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,

$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로

구하는 합은 $3 - 1 = 2$



3. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$

② $m < 1, m > 5$

③ $-1 < m < 3$

④ $-1 < m < 5$

⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면

$$x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$$

$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

4. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(1) = f(3) = 8$ 이고 최솟값 5를 가질 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로

이차함수는 $f(x) = a(x - 2)^2 + 5$ 라고 할 수 있다.

$f(3) = 8$ 이므로 $x = 3, y = 8$ 을 대입하면

$a + 5 = 8 \quad \therefore a = 3$ 이므로

$$f(x) = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

5. 함수 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 가 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 최댓값 5, 최솟값 -4를 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고 $a < 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = ax^2 - 2ax + b$$

$$= a(x-1)^2 - a + b \text{ 에서 } a < 0 \text{ 이고}$$

꼭짓점의 x 좌표 1이 $-2 \leq x \leq 2$ 에 속하므로

$x = 1$ 일 때 최댓값을 갖고,

$x = -2$ 일 때 최솟값을 갖는다.

$$\text{즉, } f(1) = -a + b = 5, f(-2) = 8a + b = -4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 4$

$$\therefore a + b = 3$$

6. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x - 2a$ 의 최솟값이 1 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(x) = x^2 - 4x - 2a = (x - 2)^2 - 2a - 4$$

이 때, 꼭짓점의 x 좌표 2 가 $-1 \leq x \leq 1$ 에 속하지 않으므로

$f(-1), f(1)$ 중 작은 값이 최솟값이다.

따라서, 최솟값은 $f(1) = -3 - 2a = 1$

$$\therefore a = -2$$

7. 두 개의 곡선 $y = ax^2 + bx + 8$, $y = 2x^2 - 3x + 2$ 의 두 교점을 연결하는 직선이 $y = -x + 6$ 일 때, 상수 a , b 의 값을 구하면?

① $a = -1$, $b = -1$

② $a = -1$, $b = 0$

③ $a = 1$, $b = 0$

④ $a = 1$, $b = -1$

⑤ $a = 0$, $b = 1$

해설

$$y = ax^2 + bx + 8 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$y = -x + 6 \quad \dots \textcircled{3}$$

두 교점을 ①, ②, ③이 모두 지나므로

②, ③의 교점을 ①이 지난다고 생각해도 좋다.

②, ③을 연립하여 풀면

교점은 $(2, 4)$, $(-1, 7)$ 이고,

이 두 점을 곡선 ①이 지나므로

$$4a + 2b + 8 = 4, \quad a - b + 8 = 7$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 0$$

8. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t = x^2 - 2x + 3$ 으로 놓으면

$$y = t^2 - 2t + 1 = (t - 1)^2 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $t = (x - 1)^2 + 2$ 이므로

$$t \geq 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은

$t = 2$ 일 때 1이다.

9. x 에 관한 방정식 $|x^2 - 1| - x - k = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, k 의 값의 범위를 구하면?

① $1 < k < \frac{5}{4}$

② $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

③ $-5 < k < -\frac{5}{4}$

④ $k < 1, k > \frac{5}{4}$

⑤ $\frac{4}{5} < k < 1$

해설

$|x^2 - 1| - x - k = 0$ 을 변형하여
분리하면

$$|x^2 - 1| = x + k, y = |x^2 - 1|, y = x + k$$

이 두 함수가 4개의 교점을 가지
려면

다음그림과 같아야 한다.

$$y = -x^2 + 1, y = x + k \text{가}$$

두 점에서 만나야하므로

$x^2 + x + k - 1 = 0$ 의 판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$D = 1 - 4k + 4 > 0 \quad \therefore k < \frac{5}{4}$$

또, 직선 $y = x + k$ 는 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선 위에 존재해야
하므로

$$0 < -1 + k \quad \therefore k > 1$$

$$\therefore 1 < k < \frac{5}{4}$$

