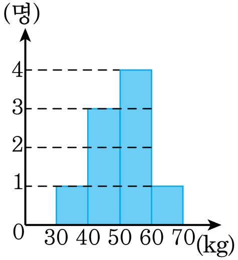
1. 다음 그림은 영희네 분단 학생 9 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 9 명의 몸무게의 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 35, 최빈값 : 45

② 중앙값 : 45, 최빈값 : 55

③ 중앙값 : 55, 최빈값 : 55

④ 중앙값 : 55, 최빈값 : 65

⑤ 중앙값 : 65, 최빈값 : 55

해설

최빈값은 학생 수가 4 명으로 가장 많을 때인 55 이고, 학생들의 몸무게를 순서대로 나열하면 35, 45, 45, 45, 55, 55, 55, 55, 65 이므로 중앙값은 55 이다.

2. 다음은 5 명의 학생의 수면 시간의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 수면 시간의 분산은?

이름	우진	유림	성호	민지	희정
편차(시간)	1	-2	3	x	0

① 3 ② 3.2 ③ 3.4 ④ 3.6 ⑤ 3.8

해설

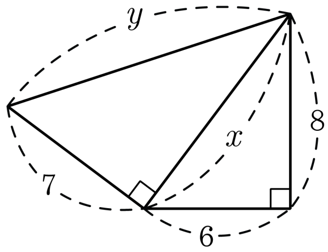
편차의 합은 0 이므로

$1-2+3+x+0=0, \quad x+2=0 \quad \therefore x=-2$

따라서 분산은

$$\frac{1^2+(-2)^2+3^2+(-2)^2+0^2}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

3. 다음 그림은 두 직각삼각형을 붙여 놓은 것이다. $x+y$ 의 값을 구하면?



① $9+\sqrt{149}$ ② $10+\sqrt{149}$ ③ $9+\sqrt{150}$

④ $10+\sqrt{150}$ ⑤ $9+\sqrt{151}$

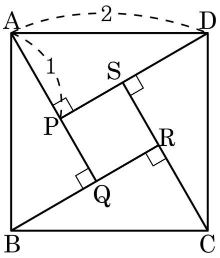
해설

$x=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

$y=\sqrt{x^2+7^2}=\sqrt{100+49}=\sqrt{149}$

$\therefore x+y=10+\sqrt{149}$

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 1$ 이다. 사각형 PQRS 의 넓이는?



① $5 - 3\sqrt{2}$　② $4 - \sqrt{3}$　③ $4 - 2\sqrt{3}$

④ $5 - \sqrt{3}$　⑤ $2 - \sqrt{3}$

해설

□PQRS 는 정사각형이므로

$\overline{AQ} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$　$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3} - 1$

$\therefore$ □PQRS $= (\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

5. 세변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① $3, 5, 4$ ② $4, 2, 2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$

④ $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$ ⑤ $4, 5, 2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2+b^2=c^2$ 성립하면 직각삼각형이고, $a^2+b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다.

⑤ 가장 긴 변은 5 이고, $4^2+(2\sqrt{2}) \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

6. 넓이가 $9\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 높이는 ?

① $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ ④ $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

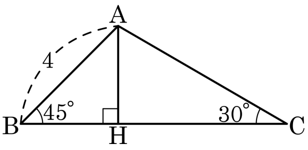
정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

(넓이) $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2 = 36$

$\therefore\ a = 6$

(높이) $= \dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$

7. 다음 그림의 $\overline{AB}=4$, $\angle B=45°$, $\angle C=30°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

④ $2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

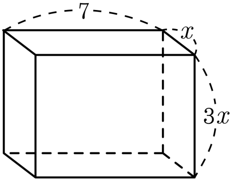
해설

$1:\sqrt{2}=\overline{BH}:4,\ \overline{BH}=2\sqrt{2}=\overline{AH}$

$1:\sqrt{3}=2\sqrt{2}:\overline{CH},\ \overline{CH}=2\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

8. 다음 그림은 대각선의 길이가 9인 직육면체이다. x 의 값을 구하면?



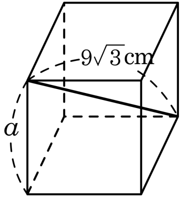
① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　② $4\sqrt{5}$　③ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

④ $2\sqrt{5}$　⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\sqrt{(3x)^2+x^2+7^2}=9$$
$$\sqrt{10x^2+49}=9$$
$$10x^2+49=81\ ,\ 10x^2=32$$
$$x^2=\frac{16}{5}$$
$$\therefore\ x=\frac{4\sqrt{5}}{5}(x>0)$$

9. 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?



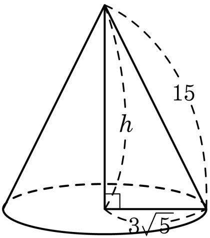
① $6\,\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\,\text{cm}$ ③ $9\,\text{cm}$

④ $9\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $18\,\text{cm}$

해설

한 변의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2+a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$ 이므로 $a\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ 으로 두면 $a = 9\,\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이고 모선이 15 인 원뿔의 부피는?



① $270\sqrt{5}\pi$ ② $45\sqrt{5}\pi$ ③ $90\sqrt{5}\pi$

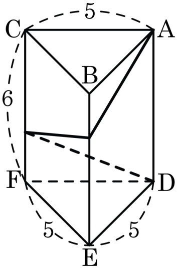
④ $6\sqrt{5}\pi$ ⑤ $8\sqrt{5}\pi$

해설

$h = \sqrt{15^2 - \left(3\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{225 - 45} = 6\sqrt{5}$ 이므로

(원뿔의 부피) $= 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times \pi \times 6\sqrt{5} \times \frac{1}{3} = 90\sqrt{5}\pi$

11. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF 를 반드시 순서대로 지나 점 D 에 도달하는 최단 거리를 구하면?

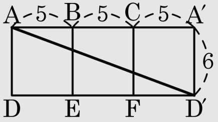


① $\sqrt{29}$ ② $2\sqrt{29}$ ③ $3\sqrt{29}$

④ $4\sqrt{29}$ ⑤ $6\sqrt{29}$

해설

$\overline{AD'} = \sqrt{15^2+6^2} = \sqrt{225+36} = 3\sqrt{29}$



12. 다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$ 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$ 의 평균이 8 이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8,\ x+y+24=40$$

$\therefore\ x+y=16\cdots$ ㉠

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y)=-105\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-105=16\times16-105=151$

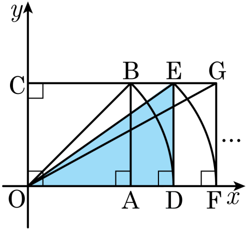
$\therefore\ x^2+y^2=151\cdots$ ㉢

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$

$16^2=151+2xy,\ 2xy=105$

$\therefore\ 4xy=210$

13. 다음 그림과 같이 □OABC 는 정사각형이고 두 점 D , F 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB}$, $\overline{OE}$ 를 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. △ODE 의 넓이가 $\sqrt{2}$ 일 때, 점 D 의 x 좌표는?



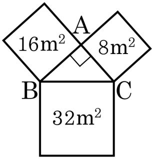
① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 4

해설

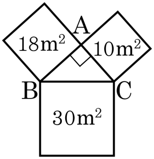
$\overline{OA}=x$라고 두면 △ODE의 넓이는 $\frac{1}{2}\times x\sqrt{2}\times x=\sqrt{2}, x^2=2, x=\sqrt{2}$이다. 따라서 점 D의 x좌표는 $x\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$이다.

14. 다음 중 삼각형 ABC 가 직각삼각형인 것은 ?

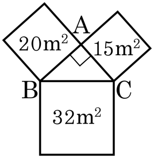
①



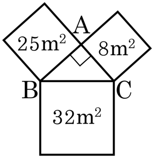
②



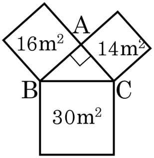
③



④



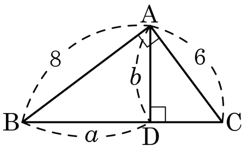
⑤



해설

직각삼각형의 밑변과 높이를 각각 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 같으므로 정답은 ⑤번이다.

15. 다음은 직각삼각형의 한 점에서 수선을 그은 것이다. $a+b-1.2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = 10$ 이므로 삼각형의 넓이가 같음을 이용하면 $6\times8 = 10\times b$

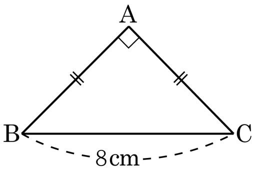
따라서 $b = 4.8$

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$\overline{\mathrm{DC}} = \dfrac{36}{10} = 3.6$ 이므로 $a = 6.4$

그러므로 $a+b-1.2 = 6.4+4.8-1.2 = 10$

16. 아래 그림과 같이 빗변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



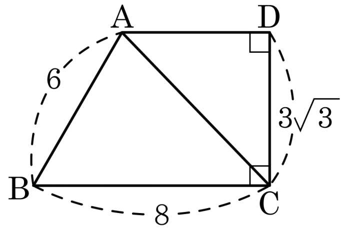
① $32\,\mathrm{cm}^2$
② $24\,\mathrm{cm}^2$
③ $16\,\mathrm{cm}^2$
④ $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$2\overline{\mathrm{AB}^2} = 8^2,\ \overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{ABC} = (4\sqrt{2})^2 \times \dfrac{1}{2} = 16(\,\mathrm{cm}^2)$

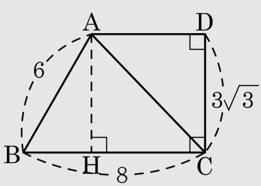
17. 가로의 길이가 8, 세로의 길이가 $3\sqrt{3}$ 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 남은 사각형이 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 H 라 하면,

$\overline{AH} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$

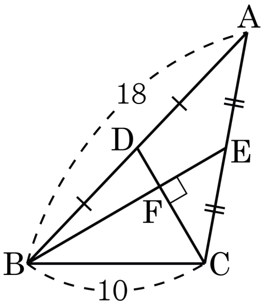
$\triangle ABH$ 에서 $6^2 = \overline{BH}^2 + (3\sqrt{3})^2$

$\therefore \overline{BH} = 3, \overline{CH} = 5$ 이므로

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$

$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{13}$

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

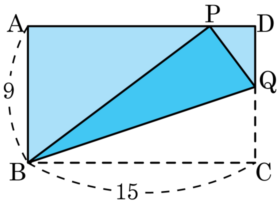
$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$

$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$

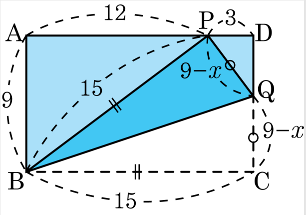
$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

19. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BQ}$ 를 접는 선으로 하여 접었더니 꼭짓점 C 가 $\overline{AD}$ 위의 점 P 에 겹쳐졌다. 이 때, $\triangle DPQ$ 의 넓이는?



① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 12 ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ 24

해설



$\overline{DQ} = x$ 라 하면 $\overline{CQ} = 9 - x$

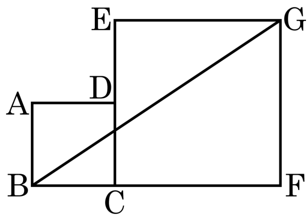
$\overline{BP} = \overline{BC} = 15$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$, $\overline{PD} = 3$

$\triangle DPQ$ 에서 $(9 - x)^2 = x^2 + 3^2$

$18x = 72 \quad \therefore \; x = 4$

$\therefore \; \triangle DPQ = \dfrac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

20. 다음 그림은 정사각형을 두 개 연결해놓은 그림이다. 정사각형 ABCD 의 넓이는 12cm^2 , 정사각형 ECFG 의 넓이는 48cm^2 일 때, $\overline{\text{BG}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

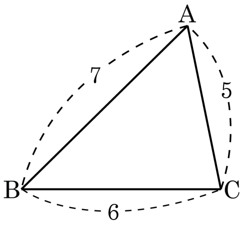
▷ 정답 : $2\sqrt{39}$ cm

해설

정사각형 ABCD 의 넓이가 12cm^2 이므로 $\overline{\text{BC}}$ 의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
정사각형 ECFG 의 넓이가 48 cm^2 이므로 $\overline{\text{CF}}$ 의 길이는 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
$\overline{\text{BF}} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{\text{GF}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\begin{aligned}\overline{\text{BG}} &= \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{108 + 48} = \sqrt{156} \\ &= 2\sqrt{39}(\text{cm})\end{aligned}$$

21. 다음 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

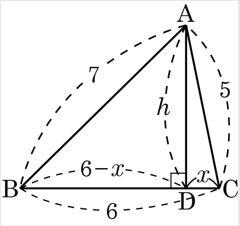


▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{6}$

해설

$\triangle$ABC 의 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 수선을 그어 그 교점을 D 라 하고, 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}} = h$, $\overline{\mathrm{DC}} = x$ 라 하자.



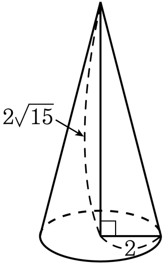
$\triangle$ADC 에서 $h^2 = 5^2 - x^2$, $\triangle$ADB 에서 $h^2 = 7^2 - (6-x)^2$ 이므로

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \quad \therefore \ x = 1$

$\therefore \ h = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$\therefore \ \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 6 = 6\sqrt{6}$

22. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2, 높이가 $2\sqrt{15}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad {}^\circ}$

▷ **정답 :** $\underline{90^\circ}$

해설

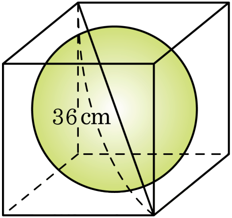
원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{\left(2\sqrt{15}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{64} = 8$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi \times 8 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2 \qquad \therefore\ x = 90^\circ$$

23. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^3

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi$ cm^3

해설

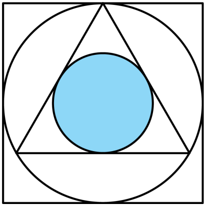
정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 36$ $\quad \therefore\ a = 12\sqrt{3}$ (cm)

(구의 반지름의 길이) $= 6\sqrt{3}$ (cm)

(구의 부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times \left(6\sqrt{3}\right)^3 = 864\sqrt{3}\pi$ (cm^3)

24. 다음 그림과 같이 정사각형에 내접한 원에 정삼각형이 내접하고 있고, 정삼각형 안에 원이 또 내접하고 있다. 정사각형의 넓이가 18 일 때, 작은 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{8}\pi$

해설

큰 원의 지름의 길이는 정사각형의 한 변의 길이이므로

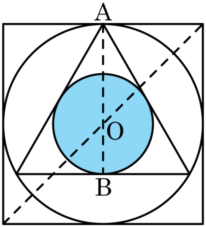
(큰 원의 지름의 길이) $= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

이 때, 점 O 는 정삼각형의 무게중심이므로

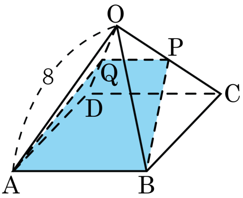
$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{AO} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

따라서 작은 원의 넓이는 $\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 \pi = \frac{9}{8}\pi$

이다.



25. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 8인 정사각뿔에서 P, Q 는 각각 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 의 중점일 때, □QABP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{11}$

해설

□QABP는 $\overline{QP} // \overline{AB}$ 인 사다리꼴

$\overline{QP} = \dfrac{\overline{AB}}{2} = 4$

△PHB에서 $\overline{PB} = 4\sqrt{3}$, $\overline{HB} = 2$

$\therefore\ \overline{PH} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}$

□QABP $= (4+8) \times 2\sqrt{11} \times \dfrac{1}{2} = 12\sqrt{11}$