**1.** 다음은 어떤 두 수의 최대공약수와 최소공배수에 대한 설명입니다. 바르게 말한 것끼리 짝지은 것은 어느 것입니까?

> ㉠ 두 수의 차는 항상 최대공약수의 배수입니다.
>
> ㉡ 두 수는 최대공약수로 나누어떨어집니다.
>
> ㉢ 두 수의 곱은 최소공배수보다 크거나 같습니다.
>
> ㉣ 두 수의 합은 최대공약수보다는 크고 최소공배수보다는 작습니다.
>
> ㉤ 두 수의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같습니다.

① ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

예를 들어 알아봅니다.

| 두 수 | 최대공약수 | 최소공배수 |
|---|---|---|
| 4, 6 | 2 | 12 |
| 5, 6 | 1 | 30 |
| 7, 21 | 7 | 21 |

또는 두 수를 $A \times a, B \times a$ 라 하면,
이때, $a$ 는 최대공약수, $A \times B \times a$ 는 최소공배수임을 이용하여 해결할 수도 있습니다.

㉠ 두 수의 차는 항상 최대공약수의 배수입니다. (○)
$A \times a$ ,$B \times a$
$\rightarrow A \times a - B \times a = (A - B) \times a$

㉡ 두 수는 최대공약수로 나누어떨어집니다. (○)

㉢ 두 수의 곱은 최소공배수보다 크거나 같습니다.(○)

㉣ 두 수의 합은 최대공약수보다는 크고 최소공배수보다는 작습니다. (×)
(아닌 경우) : 7 과 21 의 합인 $7 + 21 = 28$ 은 최소공배수인 21 보다 큽니다.

㉤ 두 수의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같습니다. (○)
$A \times a$ ,$B \times a$
$\rightarrow (A \times a) \times (B \times a) = (A \times B \times a) \times a$

**2.** 다음은 어떤 두 수의 최대공약수와 최소공배수를 구하는 과정입니다. 다음 설명 중 틀린 것은 어느 것입니까?

$$\begin{array}{r|l} 2 & \bigstar \quad \square \\ \hline 3 & \triangle \quad \circledcirc \\ \hline 3 & \bigcirc \quad \lozenge \\ \hline & 3 \quad 4 \end{array}$$

① $\lozenge$는 2 와 3 의 배수입니다.

② $\circledcirc$는 9 의 배수이어야 합니다.

③ $\triangle$와 $\circledcirc$의 최대공약수는 6 입니다.

④ $\bigstar$와 $\circledcirc$의 공약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 입니다.

⑤ $\square$는 $\lozenge$의 배수입니다.

해설

구하는 과정을 거꾸로 하면 다음과 같습니다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & \bigstar \quad \square \\ \hline 3 & \triangle \quad \circledcirc \\ \hline 3 & \bigcirc \quad \lozenge \\ \hline & 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{r|l} 2 & 54 \quad 72 \\ \hline 3 & 27 \quad 36 \\ \hline 3 & 9 \quad 12 \\ \hline & 3 \quad 4 \end{array}$$

$\triangle = 27$ , $\circledcirc = 36$ 이므로, 두 수의 최대공약수는 9 입니다.

**3.** 세 자연수 30, 24, ㉮가 있습니다. 이 세 수의 최대공약수는 6이고 최소공배수는 360일 때, ㉮는 얼마입니까? (단, ㉮는 20보다 크고 60보다 작은 수 입니다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

최대공약수가 6 이므로

$$\begin{array}{r|lll} 6) & 30 & 24 & ㉮ \\ \hline 2) & 5 & 4 & ㉮' \\ \hline & 5 & 2 & ㉮'' \end{array}$$

최소공배수가 360 이므로

$360 = 6 \times 4 \times 5 \times ㉮'$ 에서

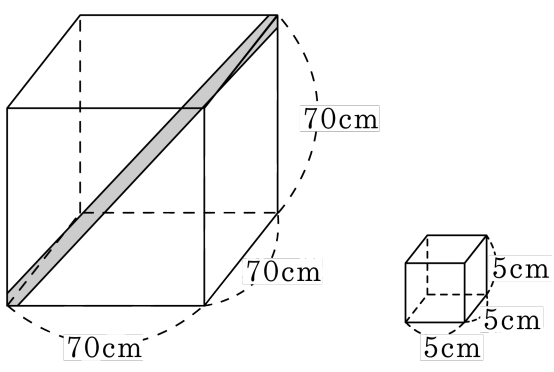
$㉮ = 6 \times 3 = 18$ 로 조건에 맞지 않습니다.

$360 = 6 \times 2 \times 2 \times 5 \times ㉮''$ 에서

$㉮ = 6 \times 2 \times 3 = 36$ 으로 조건에 맞습니다.

따라서 ㉮는 36 입니다.

**4.** 다음 그림과 같은 정육면체 모양의 치즈가 있습니다. 이 치즈의 두 꼭짓점을 직선으로 통과하게 소시지를 꽂은 다음, 이 치즈를 다음 그림과 같은 작은 정육면체 모양으로 똑같이 나누었습니다. 나누어진 정육면체 모양의 치즈 안에 소시지가 꽂혀 있는 것은 모두 몇 개입니까?

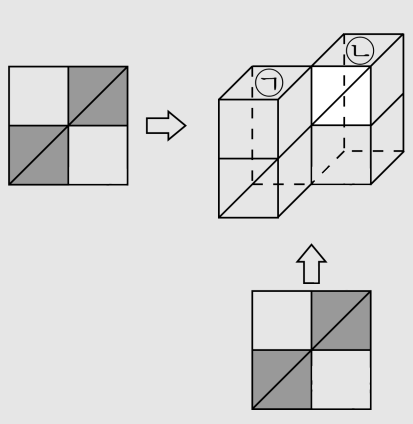



▶ 답 : 개

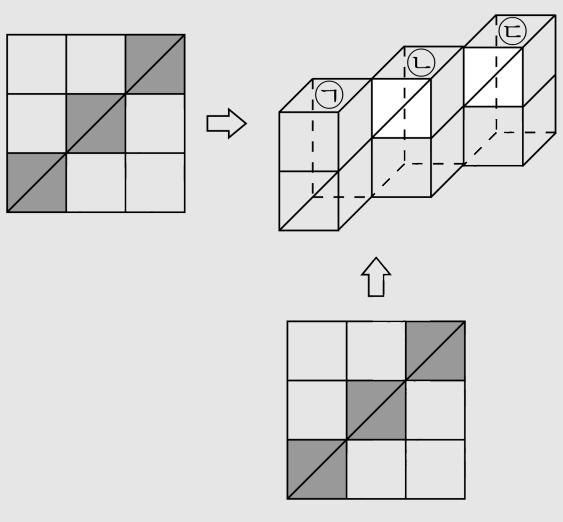
▷ 정답 : 14 개

해설

치즈를 각 모서리를 따라 2 등분하여 전체를 8 등분할 경우 : 치즈를 위에서 보면 정사각형 모양이고, 소시지는 정사각형의 대각선과 같습니다.
이것을 먼저 4 등분하면, 소시지가 꽂혀 있는 부분은 색칠한 부분입니다. 색칠한 부분의 입체도형은 다음 그림과 같습니다.
이 입체도형을 앞에서 보면 정사각형 모양이고, 소시지는 정사각형의 대각선과 같습니다. 이것을 다시 자르면, 소시지가 꽂혀 있는 치즈는 ㉠의 아래 부분이고, ㉡의 윗부분으로 2 개입니다.

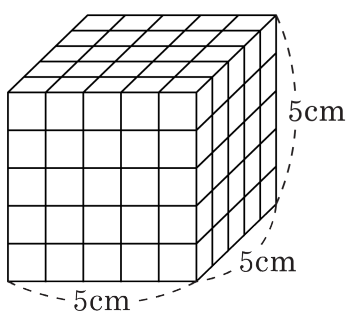



치즈를 각 모서리를 따라 3 등분하여 전체를 27 등분할 경우 : 치즈를 위에서 보면 정사각형 모양이고, 소시지는 정사각형의 대각선과 같습니다. 이것을 먼저 9 등분하면, 소시지가 꽂혀 있는 부분은 색칠한 부분입니다. 색칠한 부분의 입체도형은 다음 그림과 같습니다.
이 입체도형을 앞에서 보면 정사각형 모양이고, 소시지는 정사각형의 대각선과 같습니다. 이것을 다시 3 등분하면, 소시지가 꽂혀 있는 치즈는 ㉠의 아랫부분, ㉡의 중간 부분, ㉢의 윗부분으로 3 개입니다.




이와 같이 하면, 각 모서리를 따라 $70 \div 5 = 14$ (등분)하면, 소시지가 꽂혀 있는 치즈는 14 개가 됩니다.

**5.** 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 cm인 정육면체 모양의 나무도막의 여섯 면에 노란색 페인트칠을 하였습니다. 이 나무도막을 한 모서리의 길이가 1 cm인 정육면체로 잘랐을 때 노란색 페인트칠이 한 면도 칠해지지 않은 정육면체는 몇 개인지 구하시오.




▶ 답 : 개

▷ 정답 : 27개

해설

1면 : $9 \times 6 = 54$ (개),
2면 : $12 + (3 \times 4) + 12 = 36$ (개),
3면 : 1층과 5층에 각각 4개씩 8개입니다.
따라서 $5 \times 5 \times 5 - (54 + 36 + 8) = 125 - 98 = 27$ (개)

**6.** ㉠에 알맞은 수를 구하시오.

$$\frac{㉠+㉠}{㉠\times㉠}=\frac{1}{100}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$\frac{㉠+㉠}{㉠\times㉠}=\frac{2\times㉠}{㉠\times㉠}=\frac{2}{㉠}$

$\frac{2}{㉠}=\frac{1}{100}$ 이므로 $㉠=200$

**7.** $\frac{5}{9}$ 와 크기가 같은 분수 중에서 분모에서 5 를 빼면 $\frac{5}{8}$ 와 크기가 같아지는 분수는 어느 것 입니까?

① $\frac{15}{27}$ ② $\frac{20}{36}$ ③ $\frac{25}{45}$ ④ $\frac{25}{40}$ ⑤ $\frac{30}{48}$

해설

$\frac{5}{9}$ 와 $\frac{5}{8}$ 는 분자는 5로 같고, 분모의 차는 1 입니다.
따라서, 두 분수에 같은 수를 곱하여
분모의 차가 5가 되는 때는
분자, 분모에 5를 곱할 때이므로
$\frac{5}{9} = \frac{5\times5}{9\times5} = \frac{25}{45}$ 입니다.

**8.** 다음 식이 성립하는 A , B , C 를 순서대로 구하시오. (단, A > B > C )

$$\frac{23}{24} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 2

해설

24 의 약수 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 8 , 12 , 24 중에서
세 수를 더해서 23 이 되는 경우는 $12 + 8 + 3 = 23$ 입니다.

$$\frac{23}{24} = \frac{12}{24} + \frac{8}{24} + \frac{3}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$$

따라서, $A = 8$ , $B = 3$ , $C = 2$

**9.** 다음과 같이 분수를 일정한 규칙에 따라 늘어놓을 때, 다섯째 번과 여섯째 번 분수의 차를 구하시오.

$$1\frac{1}{3},\ \ 3\frac{2}{5},\ \ 5\frac{3}{7},\cdots$$

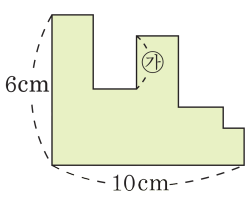
① $1\frac{131}{143}$ ② $1\frac{12}{143}$ ③ $2\frac{12}{143}$ ④ $2\frac{3}{143}$ ⑤ $2\frac{1}{143}$

해설

$1\frac{1}{3},\ 3\frac{2}{5},\ 5\frac{3}{7},\ 7\frac{4}{9},\ 9\frac{5}{11},\ 11\frac{6}{13},\ \cdots$ 이므로

$$11\frac{6}{13}-9\frac{5}{11}=11\frac{66}{143}-9\frac{65}{143}=2\frac{1}{143}$$

**10.** 다음 그림의 전체 둘레의 길이는 40 cm 입니다. ㉮의 길이는 몇 cm 입니까?

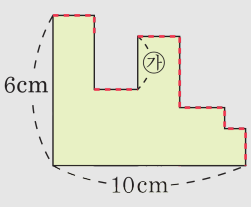



① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

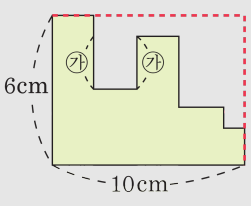
④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

점선 표시 된 것을 직사각형의 가로와 세로로 생각하여 옮기면, 다음 그림과 같이 생각할 수 있습니다.

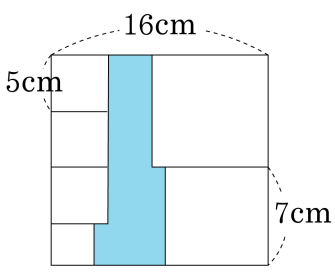



따라서 그림의 둘레의 길이를 구하면,
(직사각형의둘레 + ㉮ × 2) 의 길이로 구할 수 있습니다.




(직사각형의둘레 + ㉮ × 2) = 40( cm)
㉮ = (40 – 직사각형의둘레) ÷ 2
㉮= (40 – 32) ÷ 2
㉮= 4( cm)

**11.** 다음 사각형은 모두 정사각형입니다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



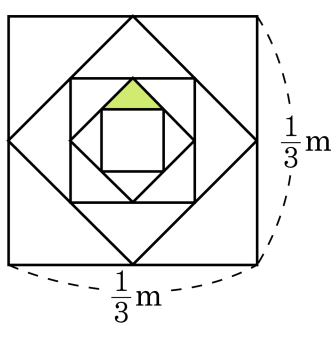

▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $50\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

한 변이 16 cm인 정사각형에서 한 변이 5 cm인 정사각형 3개, 한 변이 1 cm, 9 cm, 7 cm인 정사각형 각각 1개씩을 뺍니다.
$16\times16-5\times5\times3-1\times1-9\times9-7\times7=256-75-1-81-49=50(\text{cm}^2)$

**12.** 다음 그림은 정사각형의 각 변을 똑같이 나눈 점을 이어서 정사각형을 계속 그려 나간 것입니다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.




① $\frac{1}{9}$ $m^2$ ② $\frac{1}{36}$ $m^2$ ③ $\frac{1}{144}$ $m^2$
④ $\frac{1}{288}$ $m^2$ ⑤ $\frac{1}{576}$ $m^2$

해설

정사각형의 중점들을 이어서 만든 사각형의 넓이는
처음 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 입니다.
처음 정사각형의 넓이 : $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}(m^2)$
색칠한 부분은 가장 작은 사각형 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이므로
$\frac{1}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{576}(m^2)$