

1. 다음은 어떤 두 수의 최대공약수와 최소공배수에 대한 설명입니다. 바르게 말한 것끼리 짝지은 것은 어느 것입니까?

- ㉠ 두 수의 차는 항상 최대공약수의 배수입니다.
 ㉡ 두 수는 최대공약수로 나누어떨어집니다.
 ㉢ 두 수의 곱은 최소공배수보다 크거나 같습니다.
 ㉤ 두 수의 합은 최대공약수보다는 크고 최소공배수보다는 작습니다.
 ㉥ 두 수의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같습니다.

① ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

② ㉡, ㉤, ㉥

③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

예를 들어 알아봅시다.

두 수	최대공약수	최소공배수
4, 6	2	12
5, 6	1	30
7, 21	7	21

또는 두 수를 $A \times a, B \times a$ 라 하면,

이때, a 는 최대공약수, $A \times B \times a$ 는 최소공배수임을 이용하여 해결할 수도 있습니다.

- ㉠ 두 수의 차는 항상 최대공약수의 배수입니다. (○)

$$A \times a, B \times a$$

$$\rightarrow A \times a - B \times a = (A - B) \times a$$

- ㉡ 두 수는 최대공약수로 나누어떨어집니다. (○)

- ㉢ 두 수의 곱은 최소공배수보다 크거나 같습니다. (○)

- ㉤ 두 수의 합은 최대공약수보다는 크고 최소공배수보다는 작습니다. (×)

(아닌 경우) : 7 과 21 의 합인 $7 + 21 = 28$ 은 최소공배수인 21 보다 큼니다.

- ㉥ 두 수의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같습니다. (○)

$$A \times a, B \times a$$

$$\rightarrow (A \times a) \times (B \times a) = (A \times B \times a) \times a$$

2. 다음은 어떤 두 수의 최대공약수와 최소공배수를 구하는 과정입니다.
다음 설명 중 틀린 것은 어느 것입니까?

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \star \square} \\ 3 \overline{) \triangle \odot} \\ 3 \overline{) \bigcirc \diamond} \\ \hline 3 \quad 4 \end{array}$$

- ① $\diamond$ 는 2와 3의 배수입니다.
 ② $\odot$ 는 9의 배수이어야 합니다.
 ③ $\triangle$ 와 $\odot$ 의 최대공약수는 6입니다.
 ④ $\star$ 와 $\odot$ 의 공약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18입니다.
 ⑤ $\square$ 는 $\diamond$ 의 배수입니다.

해설

구하는 과정을 거꾸로 하면 다음과 같습니다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \star \square} \\ 3 \overline{) \triangle \odot} \\ 3 \overline{) \bigcirc \diamond} \\ \hline 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 54 \quad 72} \\ 3 \overline{) 27 \quad 36} \\ \rightarrow 3 \overline{) 9 \quad 12} \\ \hline 3 \quad 4 \end{array}$$

$\triangle = 27$, $\odot = 36$ 이므로, 두 수의 최대공약수는 9입니다.

3. 세 자연수 30, 24, $\textcircled{A}$ 가 있습니다. 이 세 수의 최대공약수는 6이고 최소공배수는 360일 때, $\textcircled{A}$ 는 얼마입니까? (단, $\textcircled{A}$ 는 20보다 크고 60보다 작은 수 입니다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

최대공약수가 6 이므로

$$\begin{array}{r} 6) \ 30 \ 24 \ \textcircled{A} \\ \hline 2) \ 5 \ 4 \ \textcircled{A}' \\ \hline \quad 5 \ 2 \ \textcircled{A}'' \end{array}$$

최소공배수가 360 이므로

$$360 = 6 \times 4 \times 5 \times \textcircled{A}' \text{ 에서}$$

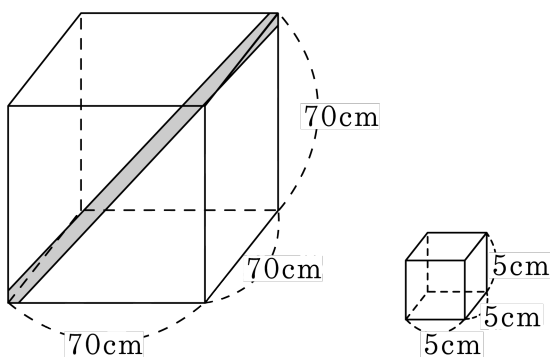
$$\textcircled{A}' = 6 \times 3 = 18 \text{ 로 조건에 맞지 않습니다.}$$

$$360 = 6 \times 2 \times 2 \times 5 \times \textcircled{A}'' \text{ 에서}$$

$$\textcircled{A}'' = 6 \times 2 \times 3 = 36 \text{ 으로 조건에 맞습니다.}$$

따라서 $\textcircled{A}$ 는 36 입니다.

4. 다음 그림과 같은 정육면체 모양의 치즈가 있습니다. 이 치즈의 두 꼭짓점을 직선으로 통과하게 소시지를 꽂은 다음, 이 치즈를 다음 그림과 같은 작은 정육면체 모양으로 똑같이 나누었습니다. 나누어진 정육면체 모양의 치즈 안에 소시지가 꽂혀 있는 것은 모두 몇 개입니까?



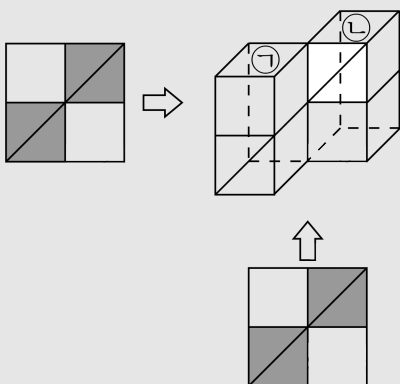
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

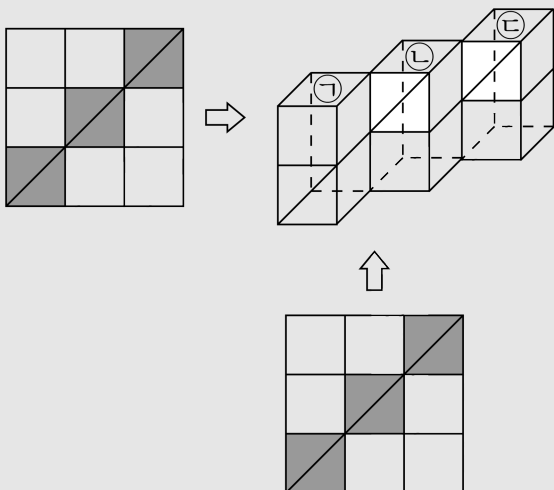
치즈를 각 모서리를 따라 2 등분하여 전체를 8 등분할 경우 : 치즈를 위에서 보면 정사각형 모양이고, 소시지는 정사각형의 대각선과 같습니다.

이것을 먼저 4 등분하면, 소시지가 꽂혀 있는 부분은 색칠한 부분입니다. 색칠한 부분의 입체도형은 다음 그림과 같습니다. 이 입체도형을 앞에서 보면 정사각형 모양이고, 소시지는 정사각형의 대각선과 같습니다. 이것을 다시 자르면, 소시지가 꽂혀 있는 치즈는 ㉠의 아래 부분이고, ㉡의 윗부분으로 2 개입니다.



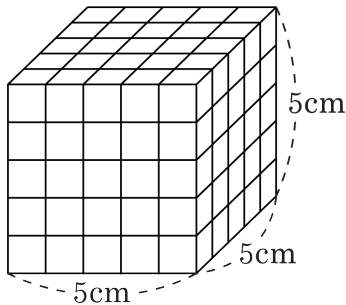
치즈를 각 모서리를 따라 3 등분하여 전체를 27 등분할 경우 : 치즈를 위에서 보면 정사각형 모양이고, 소시지는 정사각형의 대각선과 같습니다. 이것을 먼저 9 등분하면, 소시지가 꽂혀 있는 부분은 색칠한 부분입니다. 색칠한 부분의 입체도형은 다음 그림과 같습니다.

이 입체도형을 앞에서 보면 정사각형 모양이고, 소시지는 정사각형의 대각선과 같습니다. 이것을 다시 3 등분하면, 소시지가 꽂혀 있는 치즈는 ㉢의 아랫부분, ㉣의 중간 부분, ㉤의 윗부분으로 3 개입니다.



이와 같이 하면, 각 모서리를 따라 $70 \div 5 = 14$ (등분) 하면, 소시지가 꽂혀 있는 치즈는 14 개가 됩니다.

5. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5cm인 정육면체 모양의 나무도막의 여섯 면에 노란색 페인트칠을 하였습니다. 이 나무도막을 한 모서리의 길이가 1cm인 정육면체로 잘랐을 때 노란색 페인트칠이 한 면도 칠해지지 않은 정육면체는 몇 개인지 구하시오.



▶ 답 :

개

▷ 정답 : 27 개

해설

$$1 \text{ 면} : 9 \times 6 = 54 \text{ (개)},$$

$$2 \text{ 면} : 12 + (3 \times 4) + 12 = 36 \text{ (개)},$$

3 면 : 1 층과 5 층에 각각 4 개씩 8 개입니다.

$$\text{따라서 } 5 \times 5 \times 5 - (54 + 36 + 8) = 125 - 98 = 27 \text{ (개)}$$

6. ○에 알맞은 수를 구하시오.

$$\frac{\bigcirc + \bigcirc}{\bigcirc \times \bigcirc} = \frac{1}{100}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$$\frac{\bigcirc + \bigcirc}{\bigcirc \times \bigcirc} = \frac{2 \times \bigcirc}{\bigcirc \times \bigcirc} = \frac{2}{\bigcirc}$$

$$\frac{2}{\bigcirc} = \frac{1}{100} \text{ 이므로 } \bigcirc = 200$$

7. $\frac{5}{9}$ 와 크기가 같은 분수 중에서 분모에서 5 를 빼면 $\frac{5}{8}$ 와 크기가 같아지는 분수는 어느 것입니까?

① $\frac{15}{27}$

② $\frac{20}{36}$

③ $\frac{25}{45}$

④ $\frac{25}{40}$

⑤ $\frac{30}{48}$

해설

$\frac{5}{9}$ 와 $\frac{5}{8}$ 는 분자는 5로 같고, 분모의 차는 1 입니다.

따라서, 두 분수에 같은 수를 곱하여

분모의 차가 5가 되는 때는

분자, 분모에 5를 곱할 때이므로

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \times 5}{9 \times 5} = \frac{25}{45} \text{ 입니다.}$$

8. 다음 식이 성립하는 A, B, C 를 순서대로 구하시오. (단, $A > B > C$)

$$\frac{23}{24} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 2

해설

24의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 중에서
세 수를 더해서 23 이 되는 경우는 $12 + 8 + 3 = 23$ 입니다.

$$\frac{23}{24} = \frac{12}{24} + \frac{8}{24} + \frac{3}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$$

따라서, $A = 8$, $B = 3$, $C = 2$

9. 다음과 같이 분수를 일정한 규칙에 따라 늘어놓을 때, 다섯째 번과 여섯째 번 분수의 차를 구하시오.

$$1\frac{1}{3}, 3\frac{2}{5}, 5\frac{3}{7}, \dots$$

① $1\frac{131}{143}$

② $1\frac{12}{143}$

③ $2\frac{12}{143}$

④ $2\frac{3}{143}$

⑤ $2\frac{1}{143}$

해설

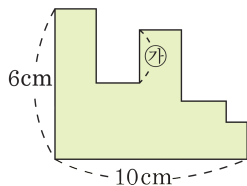
$$1\frac{1}{3}, 3\frac{2}{5}, 5\frac{3}{7}, 7\frac{4}{9}, 9\frac{5}{11}, 11\frac{6}{13}, \dots \text{이므로}$$

$$11\frac{6}{13} - 9\frac{5}{11} = 11\frac{66}{143} - 9\frac{65}{143} = 2\frac{1}{143}$$

10. 다음 그림의 전체 둘레의 길이는 40 cm 입니다.
다. ㉔의 길이는 몇 cm 입니까?

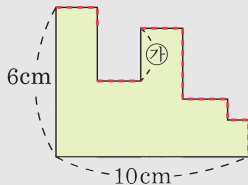
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

④ 4 cm ⑤ 5 cm

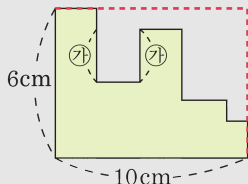


해설

점선 표시 된 것을 직사각형의 가로와 세로로 생각하여 옮기면,
다음 그림과 같이 생각할 수 있습니다.



따라서 그림의 둘레의 길이를 구하면,
(직사각형의둘레 + ㉔ × 2) 의 길이로 구할 수 있습니다.



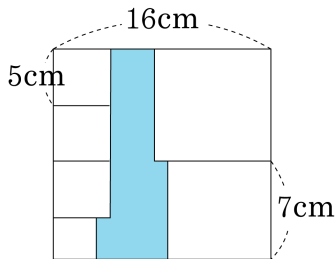
$$(\text{직사각형의둘레} + ㉔ \times 2) = 40(\text{cm})$$

$$㉔ = (40 - \text{직사각형의둘레}) \div 2$$

$$㉔ = (40 - 32) \div 2$$

$$㉔ = 4(\text{cm})$$

11. 다음 사각형은 모두 정사각형입니다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



▶ 답 : cm^2

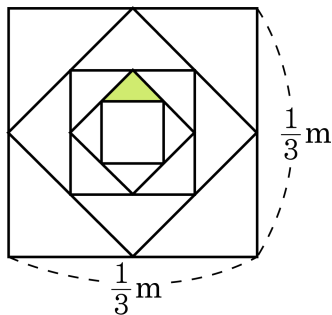
▷ 정답 : 50 cm^2

해설

한 변이 16 cm인 정사각형에서 한 변이 5 cm인 정사각형 3개,
한 변이 1 cm, 9 cm, 7 cm인 정사각형 각각 1개씩을 뺍니다.

$$16 \times 16 - 5 \times 5 \times 3 - 1 \times 1 - 9 \times 9 - 7 \times 7 = 256 - 75 - 1 - 81 - 49 = 50 (\text{cm}^2)$$

12. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 똑같이 나눈 점을 이어서 정사각형을 계속 그려 나간 것입니다. 색칠한 부분의 넓이를 구하십시오.



① $\frac{1}{9} \text{ m}^2$

② $\frac{1}{36} \text{ m}^2$

③ $\frac{1}{144} \text{ m}^2$

④ $\frac{1}{288} \text{ m}^2$

⑤ $\frac{1}{576} \text{ m}^2$

해설

정사각형의 중점들을 이어서 만든 사각형의 넓이는 처음 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 입니다.

처음 정사각형의 넓이 : $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9} (\text{m}^2)$

색칠한 부분은 가장 작은 사각형 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이므로

$\frac{1}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{576} (\text{m}^2)$