1. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{1, 2, 3\}$ ② $\{0\}$ ③ ϕ
④ $\{0, 1, 2, 3\}$ ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

⑤ $4 \notin A$

2. 두 집합 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8, \cdots\}$, $B = \{x \mid x\text{는 } a \text{ 의 배수}\}$에 대하여 $A = B$ 일 때, a의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 6　　⑤ 8

해설

$A = B$이면 두 집합의 모든 원소가 같다. 집합 A를 조건제시법으로 나타내면,
$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8, \cdots\} = \{x \mid x\text{는 } 2\text{의 배수}\} = B$이다. 따라서 $a = 2$이다.

3. 두 집합 A, B가 다음의 관계를 만족할 때, 집합 B로 가능한 것은?

A	B	$A \cup B$
$\{a, e\}$		$\{a, e, i, o, u\}$

① $\{i, o\}$ ② $\{i, o, u\}$ ③ $\{a, e, i\}$

④ $\{a, i, u\}$ ⑤ $\{a, o, u\}$

해설

$A = \{a, e\}$, $A \cup B = \{a, e, i, o, u\}$이므로 $\{i, o, u\} \subset B \subset \{a, e, i, o, u\}$이다.

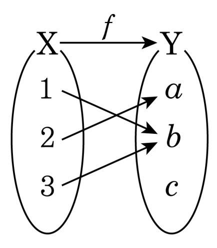
4. x, y가 실수이고 $x^2+y^2=10$일 때 $x+3y$의 최댓값은?

① 5　② 6　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

x, y가 실수이므로
코시-슈바르츠 부등식에 의하여
$(1^2+3^2)(x^2+y^2) \geq (x+3y)^2$
이 때, $x^2+y^2=10$이므로
$100 \geq (x+3y)^2$
$\therefore -10 \leq x+3y \leq 10$
(단, 등호는 $x=\frac{y}{3}$일 때 성립)
따라서 최댓값은 10이다.

5. 아래 그림은 집합 X에서 집합 Y로의 함수 $f : X \to Y$를 나타낸 것이다. f의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



① $\{a, b, c\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 2, 3\}$
② $\{a, b, c\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2\}$
③ $\{1, 2, 3\}$, $\{a, b\}$, $\{a, b\}$
④ $\{1, 2, 3\}$, $\{a, b, c\}$, $\{a, b\}$
⑤ $\{1, 2, 3\}$, $\{a, b, c\}$, $\{a, b, c\}$

해설

6. 두 집합 $X = \{a,\ b,\ c\}$, $Y = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$a,\ b,\ c$ 에 대응하는 원소를
순서쌍 $(f(a),\ f(b),\ f(c))$ 으로 나타내면
$(1, 2, 3)$, $(1, 3, 2)$, $(2, 1, 3)$, $(2, 3, 1)$, $(3, 1, 2)$,
$(3, 2, 1)$ 이므로
X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수는 6 개이다.

7. $\dfrac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2}$ 을 간단히 하면?

① $\dfrac{2x+5}{x+2}$　② $\dfrac{2x-1}{x+1}$　③ $\dfrac{2x^2+5}{x-1}$
④ $\dfrac{2x-5}{x-1}$　⑤ $\dfrac{2x+5}{x+1}$

해설

$$\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2}=\frac{(x-1)(2x+5)}{(x+2)(x-1)}=\frac{2x+5}{x+2}$$

8. $n(\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}) - n(\{1,\ 2,\ 3\})$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}) - n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 4 - 3 = 1$

9. 전체집합이 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① 조건 '$x^2 - 6x + 8 = 0$' 의 진리집합은 $\{2,\ 3\}$ 이다.

② 조건 'x 는 소수이다.' 의 진리집합은 $\{1,\ 3,\ 5\}$ 이다.

③ 조건 'x 는 4 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 2,\ 4\}$ 이다.

④ 조건 '$0 \le x < 4$ 이고 $x \ne 2$ 이다.' 의 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 3\}$ 이다.

⑤ 조건 'x 는 6 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 3\}$ 이다.

해설

① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$
, 따라서, 진리집합은 $\{2,\ 4\}$
② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2,\ 3,\ 5\}$
③ 4 의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 4\}$
④ $x = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ 이고 $x \ne 2$ 이므로 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 3\}$
⑤ 전체집합이 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 이고 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

10. 부등식 $|x+y| \leq |x|+|y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x=y$ ② $xy>0$ ③ $xy \geq 0$

④ $x \geq 0,\ y \geq 0$ ⑤ $x \leq 0,\ y \leq 0$

해설

$|x+y|=|x|+|y|$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$xy=|xy|$

(i) $xy=|xy| \quad \Rightarrow \quad xy \geq 0$

(ii) 또 $xy>0$ 이면 $x,\ y$ 는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.

$xy=0$ 이면 등호가 성립한다.

따라서, $xy \geq 0 \quad \Rightarrow \quad xy=|xy|$

(i), (ii) 에서

$xy=|xy| \Leftrightarrow xy \geq 0$

11. 함수 $f(x)=2x+6,\ g(x)=ax-1$에 대하여 $f\circ g=g\circ f$일 때, a의 값은?

① $\frac{1}{6}$　　② $\frac{5}{6}$　　③ 1　　④ 2　　⑤ 6

해설

$$
\begin{aligned}
(f\circ g)(x) &= 2g(x)+6 = 2(ax-1)+6 \\
&= 2ax+4 \ \cdots ㉠ \\
(g\circ f)(x) &= af(x)-1 = a(2x+6)-1 \\
&= 2ax+6a-1 \ \cdots ㉡
\end{aligned}
$$

㉠, ㉡에서 $2ax+4=2ax+6a-1$

$4=6a-1$

$\therefore\ a=\frac{5}{6}$

12. 함수 $f(x) = ax+3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -2　　② -1　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$f^{-1} = f$ 의 양변에 함수 f 를 합성하면

$f^{-1} \circ f = f \circ f$

이때, $f^{-1} \circ f = I$(I는항등함수) 이므로 $f \circ f = I$

즉 $(f \circ f)(x) = x$

$\therefore (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax+3)$

$= a(ax+3)+3 = a^2x+3a+3 = x$

따라서 $a^2 = 1,\ 3a+3 = 0$ 이므로 $a = -1$

13. $x = 2 - \sqrt{3}$, $y = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 6xy}$ 의 값은?

① $\sqrt{3} + 1$　　② $\sqrt{3} - 1$　　③ $2\sqrt{3} + 1$

④ $2\sqrt{3} - 1$　　⑤ $\sqrt{3}$

해설

$x^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3} = 7 - 2\sqrt{12}$

$6xy = 6(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 6$ 에서

$$\sqrt{x^2 + 6xy} = \sqrt{13 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{(\sqrt{12} - 1)^2}$$
$$= 2\sqrt{3} - 1$$

14. 함수 $y=\dfrac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=a, y=b$일 때, a의 값을 구하면?

① -1　② $-\dfrac{1}{2}$　③ 0　④ 1　⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$y=\dfrac{x+2}{-2x+1}$

$=\dfrac{x+2}{-2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)}$

$=\dfrac{\left(x-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{5}{2}}{-2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)}$

$=\dfrac{\dfrac{5}{2}}{-2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)}-\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{2},\ b=-\dfrac{1}{2}$

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \triangle B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 <u>없는</u> 것은?(단, $U \neq \varnothing$)

① $A \triangle U = U$　② $A \triangle B = B \triangle A$　③ $A \triangle \varnothing = A^c$
④ $A \triangle B = A^c \triangle B^c$　⑤ $A \triangle A^c = \varnothing$

해설

$A \triangle B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 에 따라 $A \triangle U = A$

16. 두 명제 $p \to \sim q$와 $\sim r \to q$가 참일 때, 다음 중 항상 참이라고 할 수 <u>없는</u> 것은? (단, $\sim p$는 p 의 부정이다.)

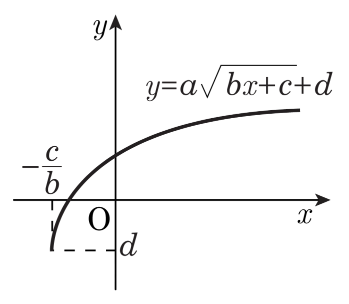
① $q \to \sim p$　　② $p \to r$　　③ $q \to \sim r$

④ $\sim q \to r$　　⑤ $\sim r \to \sim p$

해설

$p \to \sim q$, $\sim r \to q$의 대우인 $q \to \sim p$, $\sim q \to r$도 참이다.
$p \to \sim q \to r$이므로 $p \to r$, 그 대우인 $\sim r \to \sim p$도 참이다.

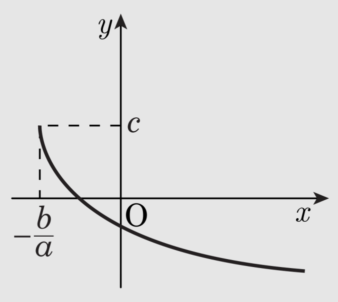
17. 함수 $y = a\sqrt{bx+c}+d$의 그래프의 개형이 그림과 같을 때, 함수 $y = d\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 반드시 지나는 사분면은?



① 제 1사분면　　② 제 2사분면　　③ 제 3사분면
④ 제 2, 4사분면　　⑤ 제 3, 4사분면

해설

$\frac{-c}{b} < 0, d < 0, a > 0$



18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A-B=\varnothing$ 일 때, $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ 이라면 집합 B 로 알맞지 <u>않은</u> 것은?

① $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 8\}$　② $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 8\}$

③ $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8\}$　④ $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8\}$

⑤ $B=\{1\ ,2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 8,9\}$

해설

$A-B=\varnothing$ 이면 집합 A 의 모든 원소는 집합 B에 속한다.

19. 두 조건 $p : x \le 3 - a$ 또는 $x \ge a$, $q : |x| \le 7$에 대하여 p 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a \ge 3$)

① $a > 10$　② $a > 7$　③ $a > 3$
④ $a > -1$　⑤ $a > -4$

해설

p 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로
$p \to \sim q$ 의 대우명제 $q \to \sim p$ 가 참이다.
p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
$Q \subset P^c$ 이므로
$P^c = \{x \mid 3 - a < x < a\}$,
$Q = \{x \mid -7 \le x \le 7\}$ 이므로
$3 - a < -7$, $a > 7$
따라서 $a > 10$,$a > 7$ 이므로 $a > 10$

20. $\dfrac{a}{b+c-a}=\dfrac{b}{c+a-b}=\dfrac{c}{a+b-c}$ 의 값들의 합은?

① 0 ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ -1

해설

(분모의 합)

$=(b+c-a)+(c+a-b)+(a+b-c)=a+b+c$

ⅰ) $a+b+c\neq 0$ 일 때, 가비의 리를 이용하면

$$\frac{a}{b+c-a}=\frac{b}{c+a-b}=\frac{c}{a+b-c}$$

$$=\frac{a+b+c}{a+b+c}=1$$

ⅱ) $a+b+c=0$ 일 때,

$b+c=-a,\ c+a=-b,\ a+b=-c$ 이므로

$$\frac{a}{-a-a}=\frac{b}{-b-b}=\frac{c}{-c-c}=-\frac{1}{2}$$

ⅰ), ⅱ) 에서 구하는 값은 1 또는 $-\dfrac{1}{2}$

$\therefore$ 분수식의 값들의 합은 $\dfrac{1}{2}$