

1. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{\emptyset\}) = 0$

② $n(\{2\}) = 2$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}) = 6$

④ $n(\{x \mid x \text{는 } 2 < x < 3 \text{인 자연수}\}) = 1$

⑤ $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 2$

해설

$$n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 3 - 1 = 2$$

2. 두 집합 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ① $3 \in A$

② $1 \notin B$

③ $\emptyset \in B$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{1, 2, 3, 6\} \subset B$

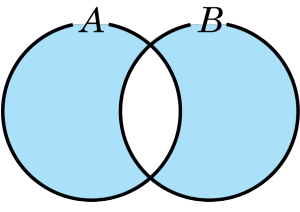
해설

② 1은 B 에 속하므로 $1 \in B$ 이다.

③ $\emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset B$ 이다.

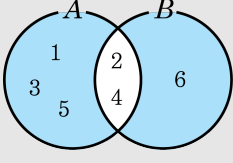
④ $\{1\} \in A$ 에서 집합과 집합의 관계에서는 $\subset$ 를 써야 한다.

3. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



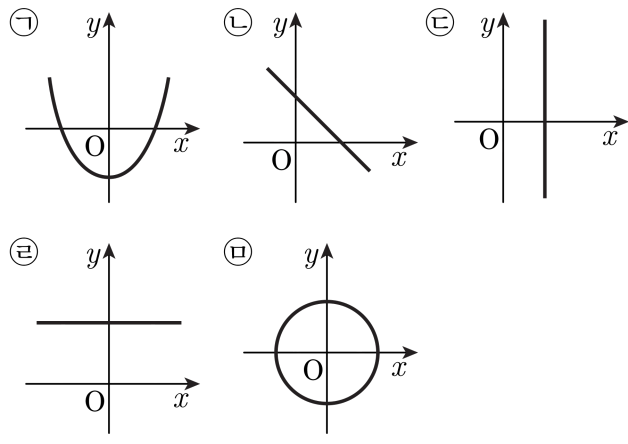
- ① {1, 2}
- ② {2, 3}
- ③ {1, 3, 4}
- ④ {1, 3, 4, 6}
- ⑤ {1, 3, 5, 6}

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 {1, 3, 5, 6} 이다.

4. 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?



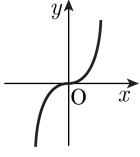
- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

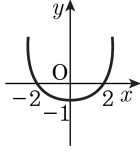
주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합 X 의 각 원소 x 의 함수값 $f(x)$ 가 하나로 결정되어야 한다. 그러나 ㉢, ㉤은 x 의 함수값 $f(x)$ 가 두개 이상인 점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

5. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

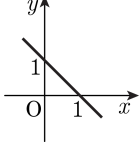
①



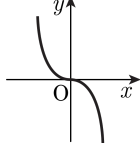
②



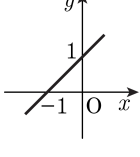
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

6. $1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)}$ 을 계산하면?

① 1

② $\frac{1}{x}$

③ $\frac{1}{x-1}$

④ $\frac{x}{x-1}$

⑤ $\frac{x+1}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)^2 + x}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 2x + x - 1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x}{x(x-1)} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)} = 1 \end{aligned}$$

7. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

㉠ $\frac{1}{5}$

㉡ $\frac{3}{2}$

㉢ 1

㉣ $\frac{1}{2}$

㉤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k(k \neq 0)$ 라고 가정하면

$$x = 3k, y = 2k$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

8. 집합 $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 중에서 $\{a, c, f\}$ 와 서로소인 집합의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 4개 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$$2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

9. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0$ 임을 증명하는 과정이다. [가]~[라] 에 알맞은 것을 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{aligned} &|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0 \text{ 이므로 } (|a| + |b|)^2, |a + b|^2 \text{ 의 대소를} \\ &\text{비교하면 된다.} \\ &(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= a^2 + [\text{가}] + b^2 - (a^2 + [\text{나}] + b^2) \\ &= 2([\text{다}]) \geq 0 \\ &(\text{단, 등호는 } [\text{라}] \geq 0 \text{ 일때 성립}) \end{aligned}$$

- ① 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab

② 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$

③ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $|ab| - ab$, 라: ab

④ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab

⑤ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$

해설

$$\begin{aligned} &(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2) \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &(\text{단, 등호는 } ab \geq 0 \text{ 일때 성립}) \end{aligned}$$

10. 두 함수 $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

11. 함수 $f(x) = ax + b (a > 0)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 이 함수 $f(x)$ 와 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하면?

- ① $a = 1, b = 0$ ② $a = 1, b = 1$ ③ $a = 2, b = 0$
④ $a = 2, b = 1$ ⑤ $a = 3, b = 0$

해설

$$f^{-1}(x) = f(x) \text{ 에서 } f(f(x)) = x$$

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= af(x) + b \\ &= a(ax + b) + b \\ &= a^2x + ab + b \end{aligned}$$

$$a^2x + ab + b = x$$

$$\therefore a^2 = 1, ab + b = 0$$

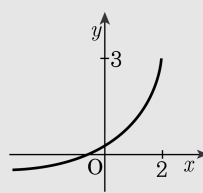
$$\therefore a = 1, b = 0$$

12. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

- ① 1, 2 사분면
- ② 1, 4 사분면
- ③ 1, 2, 3 사분면
- ④ 2, 3, 4 사분면
- ⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 (2,3)이고 (0,1)을 지나므로
∴ 1,2,3 사분면을 지난다.



13. 다음은 밑줄친 부분 때문에 집합이 되지 않는 문장이다. 집합이 되도록 밑줄친 부분을 고칠 때, 알맞게 고친 것은?

- ① 행운의 숫자들의 모임 → 5보다 큰 숫자들의 모임
- ② 우리반에서 눈이 작은 학생들의 모임→ 우리반에서 눈이 큰 학생들의 모임
- ③ 노래 잘하는 학생들의 모임→ 노래 못하는 학생들의 모임
- ④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 적은 도시의 모임
- ⑤ 키가 작은 학생들의 모임 → 키가 큰 학생들의 모임

해설

① ‘행운’이란 단어는 기준이 분명하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

14. 자연수 k 의 양의 배수의 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18})$ 과 같은 집합은?

① A_3 ② A_6 ③ A_9 ④ A_{12} ⑤ A_{18}

해설

$A_6 = \{6, 12, 18, 24 \cdots\}$, $A_9 = \{9, 18, 27, 39 \cdots\}$, $A_{12} = \{12, 24, 36, 48 \cdots\}$, $A_{18} = \{18, 36, 54 \cdots\}$ 이므로 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18}) = A_6 \cap A_9 = A_{18}$

15. 다음 중 조건 ' $x < 0$ 이고 $x^2 = 1$ ' 의 부정은?

- ① $x > 0$ 이고 $x^2 \neq 1$
- ② $x > 0$ 또는 $x^2 \neq 1$
- ③ $x \geq 0$ 이고 $x^2 \neq 1$
- ④ $x \geq 0$ 또는 ($x \neq 1$ 이고 $x \neq -1$)
- ⑤ $x \geq 0$ 또는 ($x \neq 1$ 또는 $x \neq -1$)

해설

' $x < 0$ 이고 $x^2 = 1$ ' 의 부정
 $\Rightarrow x \geq 0$ 또는 $x^2 \neq 1$
 $\Rightarrow x \geq 0$ 또는 ($x \neq 1$ 이고 $x \neq -1$)

16. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 a 의 최댓값, 최솟값의 합은?

① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

해설

$p \rightarrow q$ 는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 와 동치임을 이용
 $\therefore x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.
 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$,
 $x = -3, 1$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.
1) $x = -3 : 9 + 3a - 6 \leq 0 \rightarrow a \leq -1$
2) $x = 1 : 1 - a - 6 \leq 0 \rightarrow a \geq -5$
 $\therefore -5 \leq a \leq -1$
따라서, $-5 + (-1) = -6$

17. 0이 아닌 실수 x, y, z 에 대하여 등식 $2x - 6y + 4z = 0$, $3x + y - 2z = 0$ 이 성립한다. 이때, $\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

해설

두 식을 연립하여 풀면 $2x = y$ 가 나온다.

$$\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2} = \frac{x^2 + 4x^2}{2x^2 + 4x^2} = \frac{5x^2}{6x^2} = \frac{5}{6}$$

18. $x + \sqrt{x^2 + 1} - \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$ 이 유리수가 되는 실수 x 의 집합은?

- ① 정수 전체의 집합
- ② 유리수 전체의 집합
- ③ 실수 전체의 집합
- ④ $\sqrt{x^2 + 1}$ 이 유리수인 실수 x 의 집합
- ⑤ $x + \sqrt{x^2 + 1}$ 이 유리수인 실수 x 의 집합

해설

$$\begin{aligned} & (\text{주어진 식}) = x + \sqrt{x^2 + 1} \\ & \quad - \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{(x + \sqrt{x^2 + 1})(x - \sqrt{x^2 + 1})} \\ & = x + \sqrt{x^2 + 1} - \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{-1} \\ & = x + \sqrt{x^2 + 1} + x - \sqrt{x^2 + 1} = 2x \\ & \therefore 2x \text{가 유리수이려면 } x \text{는 유리수이어야 한다.} \end{aligned}$$

19. 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 3$ ($k \neq 0$) 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $k > 0$ 이면 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.
- ㉡ $k < 0$ 이면 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
- ㉢ $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

점근선은 $x = 1, y = 3$ 이다.
㉠, ㉢ : $0 < k \leq 3$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
 $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.
㉡ : $k < 0$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
 $\therefore$ ㉡, ㉢ 이 참.

20. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$
- ㉡ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
- ㉣ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
- ㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

- ㉡ $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
- ㉢ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
- ㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

21. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B)^c = B - A$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

- ① $A \cap B = \emptyset$
- ② $A \cup B = U$
- ③ $A \subset B^c$
- ④ $A^c \cup B = U$
- ⑤ $A = B^c$

해설

$(A - B)^c = (A \cap B^c)^c = A^c \cup B$, $B - A = A^c \cap B$ $A^c \cup B = A^c \cap B$ 에서 $A^c = B$
즉, $A = B^c$

22. 길이가 16m인 철조망을 이용하여 마당에 직사각형 모양의 토끼장을 만들어 토끼를 기르려고 한다. 이 때, 토끼장의 넓이의 최대값은?

① 8 m^2 ② 16 m^2 ③ 25 m^2 ④ 36 m^2 ⑤ 64 m^2

해설

가로를 x , 세로를 y 라 하자.

$$2(x+y) = 16 \quad x+y = 8$$

산술기하평균을 사용하면,

$$x+y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$4 \geq \sqrt{xy}$$

$$\Rightarrow 16 \geq xy$$

$\therefore$ 넓이의 최대값 : $16(\text{m}^2)$