

1. 다음 중에서 집합이 될 수 없는 것은?

- ① 1 보다 작은 자연수의 집합
- ② 우리 반에서 키가 160cm 이상인 학생들의 모임
- ③ 3 보다 큰 소수들의 모임
- ④ 우리 반에서 몸무게가 작은 학생들의 모임
- ⑤ 우리나라 전임 대통령들의 모임

해설

④ 몸무게가 ‘작은’ 이란 기준이 명확하지 않다.

2. 다음 증에서 옳지 않은 것은?

① $n(\emptyset) + n(\{1\}) = 1$

② $n(\{2, 4\}) + n(\{1, 2\}) = 4$

③ $n(\{5, 6, 7\}) - n(\{5, 7\}) = 6$

④ $n(\{1, 2\}) - n(\{1\}) = 1$

⑤ $n(\{0, 2\}) + n(\{1\}) = 3$

해설

③ $n(\{5, 6, 7\}) = 3$, $n(\{5, 7\}) = 2$ 이므로 $3 - 2 = 1$ 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1, 2\} \cap \{2, 3\} = \{2\}$

② $\{\text{월, 수, 금}\} \cap \{\text{화, 목}\} = \emptyset$

③ $\{\rightarrow, \uparrow, \nwarrow, \swarrow\} \cap \{\searrow, \nearrow, \downarrow\} = \{\nwarrow, \swarrow\}$

④ $\{x|x\text{는 }6\text{의 약수}\} \cap \{2, 3, 5\} = \{2, 3\}$

⑤ $\{x|x\text{는 홀수}\} \cap \{x|x\text{는 }14\text{의 약수}\} = \{1, 7\}$

해설

③ $\{\rightarrow, \uparrow, \nwarrow, \swarrow\} \cap \{\searrow, \nearrow, \downarrow\} = \{\nwarrow\}$

④ $\{1, 2, 3, 6\} \cap \{2, 3, 5\} = \{2, 3\}$

⑤ $\{1, 3, 5, \dots\} \cap \{1, 2, 7, 14\} = \{1, 7\}$

4. 다음 집합을 조건제시법으로 나타낸 것이다. 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = \{x|x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$

② $A - B = \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$

③ $A \cap B = \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$

④ $A^c = \{x|x \in U \text{ 또는 } x \notin A\}$

⑤ $B - A = \{x|x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$

해설

$A^c = \{x|x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$

5. 집합 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A - B$ 의 원소의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$A - B = A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$
 $\therefore$ 5개

6. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 한라산은 제주도에 있다.
- ② 독도는 섬이 아니다.
- ③ 19 는 짝수이다.
- ④ 수학 책은 두껍다.
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

참인 명제 : ①, ⑤
거짓인 명제 : ②, ③
④의 경우 두껍다는 기준이 모호하므로 명제가 아니다.

7. 명제 ‘ p 이면 q 가 아니다.’의 역인 명제의 대우를 구하면?

- ① q 가 아니면 p 이다. ② q 이면 p 가 아니다.
③ p 가 아니면 q 가 아니다. ④ p 가 아니면 q 이다.
⑤ q 이면 p 이다.

해설

$p \rightarrow \sim q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow q \Rightarrow p$ 가 아니면 q 이다.

8. 다음 중 $x > 7$ 의 필요조건이고, 충분조건은 되지 않는 것은?

- ① $x > 7$ ② $x < 7$ ③ $x \geq 7$ ④ $x \leq 7$ ⑤ $x = 7$

해설

$x > 7$ 범위를 포함하는 것을 고르면 $x \geq 7$

9. 다음 중 역함수가 존재하지 않는 것은?

① $y = x - 2$

② $y = x^2$

③ $y = x^3$

④ $y = x^2 - 2x$ (단, $x \geq 1$)

⑤ $y = |x - 1|$ (단, $x \geq 1$)

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.
그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

10. 다음 중 $A \subset B$ 인 관계인 것은?

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
② $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 5, 7, 9\}$
③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}, B = \{1, 2, 4\}$
④ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$

해설

- ① $A \subset B$
② $B \subset A$
③ $B \subset A$
④ $B \subset A$
⑤ 포함 관계가 없다.

11. 두 집합 $A = \{a+1, 4, 6\}$, $B = \{b, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$A = B$ 이므로 $a+1 = 5$, $a = 4$, $b = 4$
 $\therefore a+b = 8$

12. 다음 보기의 대응 중에서 함수인 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

- ㉠ 원의 반지름의 길이와 그 넓이의 대응
- ㉡ 이차방정식과 그 방정식의 실근의 대응
- ㉢ 선분과 그 길이의 대응
- ㉤ 함수와 그 함수의 정의역의 대응
- ㉥ 실수와 그 실수를 포함하는 집합의 대응

- ① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉤

③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉡,㉢

⑤ ㉤,㉥

해설

㉠ 모든 원의 반지름의 길이 r 는 오직 하나의 넓이 πr^2 에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
㉡ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $b^2 - 4ac < 0$ 이면 대응을 갖지 못하고(허근), $b^2 - 4ac > 0$ 이면 두 개의 대응을 가지므로 (서로 다른 두 실근) 함수가 될 수 없다.
㉢ 모든 선분은 오직 하나의 길이에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
㉤ 모든 함수는 반드시 정의역을 갖고 그 정의역은 유일하므로 함수가 될 수 있다.
㉥ 특정한 실수 a 를 포함하는 집합은 $\{a\}$, $\{a, b\}$, $\{a, b, c\}$, $\dots$ 등 무수히 많다. 즉, 실수 a 에 a 를 포함하는 무수히 많은 집합들이 대응되므로 함수가 될 수 없다. 따라서 함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

13. 이차함수 $f(x) = x^2 - x$ 가 있다. 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이 되도록 하는 집합 X 는 $X = \{x|x \geq k\}$ 이다. 이 때, k 의 값은 얼마인가?

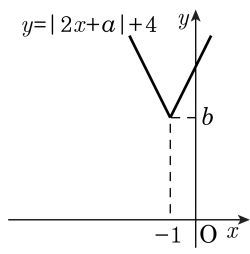
- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

주어진 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이려면,
(정의역)=(공역)이므로
(정의역)=(치역)이 되어야 한다.
즉, $f(k) = k$
 $\therefore k = 0$ 또는 $k = 2$
(i) $k = 0$ 이면 $f(0) = f(1)$ 이므로
 $f(x) = x^2 - x$ 가 일대일대응이 되지 않는다.
(ii) $k = 2$ 이면 일대일대응이 된다.
 $\therefore k = 2$

14. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$$y = |2x + a| + 4$$

$$= \left| 2 \left(x + \frac{a}{2} \right) \right| + 4$$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는
 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향
 으로

$-\frac{a}{2}$ 만큼,

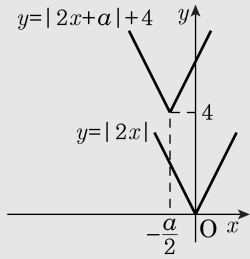
y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = -1, \quad b = 4$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 4 \quad \therefore ab = 8$$



15. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값을 구하여라.

- ① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{5}{13}$ ⑤ 5

해설

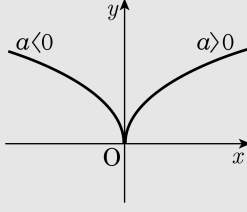
$$\begin{aligned} x : y = 2 : 3 &\Rightarrow x = 2k, y = 3k \\ \frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} &= \frac{3(2k)^2 + 2(2k)(3k)}{4k^2 + (2k)(3k)} \\ &= \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

16. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
- ③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수 있다.
그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
 $a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로
①은 틀린 것이다.



17. 다음 부등식 중 성립하지 않는 것은? (단, 모든 문자는 실수)

① $|a| + |b| \geq |a + b|$

② $a \geq b > 0$ 일 때 $\frac{b}{2+a} \geq \frac{a}{2+b}$

③ $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc (a > 0, b > 0, c > 0)$

④ $\sqrt{3} + \sqrt{13} > \sqrt{2} + \sqrt{14}$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

해설

$$\begin{aligned}\frac{b}{2+a} - \frac{a}{2+b} &= \frac{2b + b^2 - 2a - a^2}{(2+a)(2+b)} \\ &= \frac{b^2 - a^2 + 2(b-a)}{(2+a)(2+b)} \\ &= \frac{(b-a)(a+b+2)}{(a+2)(b+2)} \text{여기서}\end{aligned}$$

$(a+2)(b+2) > 0$ 이고

$(b-a) \leq 0, a+b+2 > 0$ 이므로

$(\because a \geq b > 0)$

$$\frac{b}{2+a} - \frac{a}{2+b} \leq 0$$

$$\therefore \frac{b}{2+a} \leq \frac{a}{2+b}$$

18. $a > 0, b > 0$ 일 때, 부등식 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) \geq k$ 가 항상 성립하는 k 의 범위를 구하면 ?

① $k \geq 9$

② $k \leq 9$

③ $k \geq 4$

④ $k \leq 4$

⑤ $k \leq -4$

해설

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 1 + 4 + \frac{4}{ab} = ab + \frac{4}{ab} + 5$$

그런데, a, b 가 양수이므로 $ab > 0, \frac{4}{ab} > 0$

$$\therefore ab + \frac{4}{ab} \geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} = 4$$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + \frac{4}{ab} + 5 \geq 4 + 5$$

$$\therefore k \leq 9$$

19. 함수 $f(x) = ax$ 가 $(f \circ f)(x) = x$ 를 만족할 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax) = a(ax) = a^2x = x \text{에서}$$

$$a^2 = 1 \quad \therefore a = \pm 1$$

20. 유리식 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $a \neq b$)

- ① $\frac{a+b}{a-b}$ ② $\frac{a-b}{a+b}$ ③ $\frac{a}{a+b}$ ④ $\frac{a}{a-b}$ ⑤ 1

해설

$$\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a - b)^2} = \frac{a + b}{a - b}$$

21. 무리식 $\sqrt{2-x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정할 때, 정수 x 의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$2-x \geq 0, x+3 > 0$$

$\therefore -3 < x \leq 2$ 이므로 정수의 개수는 5개