1. 명제 '$p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다'가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $Q \subset P$　　② $Q^c \subset P$　　③ $P \subset Q^c$

④ $P \cup Q = P$　　⑤ $P \subset Q$

해설

'$p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.' 가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

2. 명제「$x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

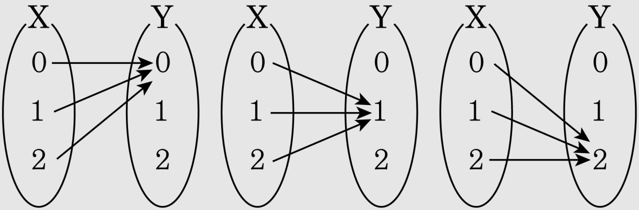
주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.
(역의 반례 : $x = -5$)

3. 집합 $A=\{0,\ 1,\ 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

① 3　　② 6　　③ 9　　④ 12　　⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

4. 유한집합 X 에서 유한집합 Y 로의 함수 f 의 역함수 f^{-1} 가 존재한다고 한다. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $n(X) = n(Y)$이다.

② $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.

③ $y = f(x)$와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

④ $f(a) = b$ 이면 $f^{-1}(b) = a$ 이다.

⑤ $y = f(x)$ 의 정의역은 $y = f^{-1}(x)$ 의 정의역과 일치한다.

해설

⑤ (f 의 정의역) = (f^{-1} 의 치역)
(f^{-1} 의 정의역) = (f 의 치역)

5. $x : y = 4 : 3$일 때, $\dfrac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x : y = 4 : 3$

$3x = 4y$

$\therefore \ x = \frac{4}{3}y$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

6. 분수함수 $y = \dfrac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(2,\ 3)$ 을 지날 때, 상수 $a,\ b$ 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$f(x) = \dfrac{ax+b}{x-1}$ 라 하면 $f(2) = 3,\ f^{-1}(2) = 3$

$f(2) = 2a + b = 3 \cdots$ ㉠

$f^{-1}(2) = 3$ 에서 $f(3) = 2$ 이므로

$f(3) = \dfrac{3a+b}{2} = 2 \quad \therefore 3a + b = 4 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$a = 1,\ b = 1 \quad \therefore ab = 1$

7. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

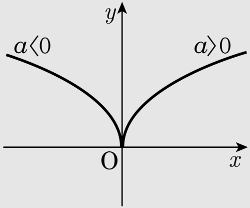
③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.

그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$

$a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로 ①은 틀린 것이다.

8. $a,\ b,\ c$가 실수일 때, p는 q이기 위한 필요충분조건인 것은?

① $p : a^2 + b^2 = 0,\ q : a = b = 0$

② $p : a,\ b$ 는 짝수, $q : a + b$ 는 짝수

③ $p : a = b,\ q : ac = bc$

④ $p : a - 1 = 0,\ q : a^2 - 1 = 0$

⑤ $p : ab > 0,\ q : |a + b| = |a| + |b|$

해설

p는 q이기 위한 필요충분조건이려면 $p \to q,\ q \to p$가 모두 참이어야 한다.

① $p \Rightarrow q,\ q \Rightarrow p$

② $p \Rightarrow q,\ q \nRightarrow p$ (반례 : $a = 1,\ b = 3$)

③ $p \Rightarrow q,\ q \nRightarrow p$ (반례 : $a = 1,\ b = 2,\ c = 0$)

④ $p \Rightarrow q,\ q \nRightarrow p$ (반례 : $a = -1$)

⑤ $p \Rightarrow q,\ q \nRightarrow p$ (반례 : $a = 0,\ b = 0$)

9. $x \geq a$가 $x^2 - 4 < 0$의 필요조건이 되게 하는 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -2

해설

$x^2 - 4 < 0$ 에서 $-2 < x < 2$ 이므로 $x \geq a$가 $-2 < x < 2$의 필요조건이 되기 위해서는 $a \leq -2$ 이어야 한다. 따라서, a 의 최댓값은 -2이다.

10. $a > 0$ 일 때, $x = \sqrt{a^2+1}$과 $y = a + \dfrac{1}{2a}$ 의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

① $x \le y$ ② $x < y$ ③ $x \ge y$ ④ $x > y$ ⑤ $x = y$

해설

$x^2 = a^2 + 1$

$y^2 = \left(a + \dfrac{1}{2a}\right)^2 = a^2 + 1 + \dfrac{1}{4a^2}$,

$\dfrac{1}{4a^2} > 0$이므로 $y^2 > x^2$

$\therefore y > x$

11. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것의 개수는? (단, x, y, z 는 실수이다.)

보기

㉠ $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

㉡ $x^2 + 4x \geq -4$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $x^2 \geq 0$

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

㉠ $x^2 - xy + y^2 = x^2 - yx + \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4}y^2 + y^2$

$= \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉡ $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉢ $(|x| + |y|)^2 = x^2 + 2|x||y| + y^2$

$(|x - y|)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

㉣ $x^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$

$= \frac{1}{2}(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} \geq 0$

$\rightarrow$ 절대부등식

따라서 옳은 것은 모두 4 개이다.

12. 함수 $f(x)$가 임의의 실수 x, y에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y)+f(x-y)$이고 $f(1) = 1$을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

임의의 실수 x, y에 대하여
$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$가 성립하므로,
$x = 1$, $y = 0$을 대입하면
$f(1)f(0) = f(1) + f(1)$
$\therefore \quad f(0) = f(1) + f(1) = 2$

13. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 f에 대하여 $f(3x+2)=6x-3$이다. 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(3)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(3x+2)=6x-3$에서 $3x+2=t$라 하면

$f(t)=2t-7$이므로 $f(x)=2x-7$

$\therefore g(x)=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}$

$\therefore g(3)=\dfrac{3}{2}+\dfrac{7}{2}=5$

14. 0이 아닌 실수 x, y가 $\dfrac{x-y}{4x+2y}=\dfrac{1}{3}$을 만족할 때, 유리식 $\dfrac{x^2-5y^2}{2xy}$이 값은?

① -2　　② 1　　③ 0　　④ 2　　⑤ 5

해설

$\dfrac{x-y}{4x+2y}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow 3x-3y=4x+2y \quad x=-5y$

$\therefore \dfrac{x^2-5y^2}{2xy}=\dfrac{20y^2}{-10y^2}=-2$

15. 함수 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점$(0, 2)$를 지나고 $x=1, y=2$를 점근선으로 할 때 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가

$x=1,\ y=2$ 를 점근선으로 하므로

$y=\dfrac{k}{x-1}+2$ 로 놓을 수 있다.

이것이 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2=-k+2 \quad \therefore\ k=0$

따라서 $y=\dfrac{2(x-1)}{x-1}=\dfrac{2x-2}{x-1}$ 에서

$a=2,\ b=-2,\ c=-1$

$\therefore\ a+b+c=2-2-1=-1$

16. 두 집합 $A = \{0,\ 2,\ 4\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5\}$ 에 대하여 집합 C 가 다음을 만족할 때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

$$C = \{x \mid x = a + b,\ a \in A,\ b \in B\}$$

① $\{1,\ 3\}$

② $\{1,\ 3,\ 5\}$

③ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$

④ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

⑤ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$

해설

$0+1=1$, $0+3=3$, $0+5=5$, $2+1=3$, $2+3=5$, $2+5=7$, $4+1=5$, $4+3=7$, $4+5=9$ 이므로 $C=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ 이다.

17. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 이고 집합 A 에 속하는 임의의 원소 $a,\ b$ 에 대하여 $a * b = a \times b$ (a는 홀수이고 $b \neq 0$) 로 정의할 때, 집합 $B = \{x \mid x = a * b,\ a \in A,\ b \in A\}$ 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

b \ a	1	3
1	1	3
2	2	6
3	3	9

표에 의하여 $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9\}$ 이므로 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이다.

18. 집합 $A=\{x|x\text{는 }15\text{의 약수}\}$, $B=\{x|x\text{는 }9\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A\cup B)\cap X=X$, $(A\cap B)\cup X=X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A=\{1,3,5,15\}$, $B=\{1,3,9\}$ 이므로
$A\cap B=\{1,3\}$
$A\cup B=\{1,3,5,9,15\}$
$(A\cup B)\cap X=X$ 이므로 $X\subset(A\cup B)$
$(A\cap B)\cup X=X$ 이므로 $(A\cap B)\subset X$
$\therefore (A\cap B)\subset X\subset(A\cup B)$
X 는 원소 1, 3 을 포함하는
$\{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 15\}$ 의 부분집합이므로
(집합 X의 갯수) $=2^{5-2}=2^3=8$(개)

19. 전체집합 $U=\{x|x$는 20이하의 소수$\}$ 에 대하여 $A=\{2,\ 7,\ 11\}$, $B=\{3,\ 7,\ 11,\ 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A\cap B=\{7,\ 11\}$

② $A\cap B^c=\{2\}$

③ $A^c\cap B=\{3,\ 17\}$

④ $A^c\cup B^c=\{2,\ 3,\ 9,\ 13,\ 17,\ 19\}$

⑤ $A^c\cap B^c=\{5,\ 13,\ 19\}$

해설

$U=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$,

$A=\{2,\ 7,\ 11\}$, $B=\{3,\ 7,\ 11,\ 17\}$

② $A\cap B^c=A-B=\{2\}$

③ $A^c\cap B=B-A=\{3,\ 17\}$

④ $A^c\cup B^c=(A\cap B)^c=\{2,\ 3,\ 5,\ 13,\ 17,\ 19\}$

⑤ $A^c\cap B^c=(A\cup B)^c=\{5,\ 13,\ 19\}$

20. 두 함수 $f(x)=2x-1$, $g(x)=-4x+5$ 에 대하여 $f\circ h=g$ 가 성립할 때, 함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(-5)$ 를 구하여라.

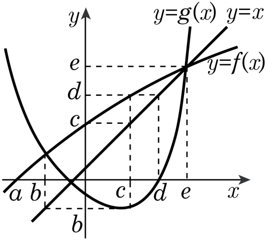
▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$f\circ h=g$ 의 양변의 왼쪽에 f^{-1} 를 합성하면 $f^{-1}\circ(f\circ h)=f^{-1}\circ g$
$f^{-1}\circ(f\circ h)=\left(f^{-1}\circ f\right)\circ h=I\circ h=h$ (단, I 는 항등함수)
$\therefore h=f^{-1}\circ g$
한 편, $f(x)=2x-1$ 에서 $y=2x-1$ 로 놓고, x 에 대하여 풀면
$x=\frac{1}{2}(y+1)$
x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y=\frac{1}{2}(x+1)$
$\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{2}(x+1)$
$h(x)=\left(f^{-1}\circ g\right)(x)=f^{-1}(g(x))=f^{-1}(-4x+5)=\frac{1}{2}(-4x+5+1)=-2x+3$
$\therefore h(-5)=-2\cdot(-5)+3=13$

21. 다음 그림은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프를 나타낸 것이다. 함수 $h(x)=(f^{-1}\circ g\circ f)(x)$일 때, $h(c)$의 값은?



① a　② b　③ c　④ d　⑤ e

해설

$$h(c)=(f^{-1}\circ g\circ f)(c)=f^{-1}(g(f(c)))$$
$$=f^{-1}(g(d))=f^{-1}(0)$$

$f^{-1}(0)=k$라 하면 $f(k)=0$

$\therefore k=a$

따라서 $h(c)=a$

22. 세 자연수 $a,\ b,\ c$가 $\dfrac{2b}{a}=\dfrac{3c}{2b}=\dfrac{a}{3c}$를 만족하고 $a,\ b,\ c$의 최소공배수가 12일 때, $a+b+c$의 값은?

① 22　　② 20　　③ 18　　④ 16　　⑤ 14

해설

$a+2b+3c \neq 0$ ($\because a,\ b,\ c$는 자연수) 이므로

가비의 리에 의하여

$$\frac{2b}{a}=\frac{3c}{2b}=\frac{a}{3c}=\frac{a+2b+3c}{a+2b+3c}=1$$ 에서

$$a=3c,\ a=2b \quad \therefore b=\frac{1}{2}a,\quad c=\frac{1}{3}a$$

$$\begin{aligned}\therefore a : b : c &= a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a\\ &= 6 : 3 : 2\end{aligned}$$

세 수의 최대공약수를 G라 하면

$a=6G,\ b=3G,\ c=2G$

(최소공배수)$=6G=12,\ G=2$

그러므로 $a=12,\ b=6,\ c=4$

$\therefore\ a+b+c=22$

23. 집합 $S=\left\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \frac{1}{3^4}\right\}$의 공집합이 아닌 서로 다른 부분집합을 $A_1,\ A_2,\ A_3,\ \cdots,\ A_{31}$이라 하자. 각 집합 $A_1,\ A_2,\ A_3,\ \cdots,A_{31}$ 에서 최소인 원소를 각각 뽑아 이들을 모두 더한 값을 구하면 $\frac{p}{q}$ $(p, q$는 서로소$)$이다. 이 때, $p-q$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 130

해설

㉠ $\frac{1}{3^4}$이 가장 작은 원소가 되는 집합의 수는 $\frac{1}{3^4}$을 포함하는 S의 부분집합의 수와 같다.

$\therefore\ 2^4$ 개

㉡ $\frac{1}{3^3}$이 가장 작은 원소가 되는 집합의 수는 $\frac{1}{3^3}$은 포함하고 $\frac{1}{3^4}$는 포함하지 않은 S 의 부분집합의 수와 같다.

$\therefore\ 2^3$ 개

㉢ $\frac{1}{3^2}$이 가장 작은 원소가 되는 집합의 수는 $\frac{1}{3^2}$은 포함하고 $\frac{1}{3^3}$, $\frac{1}{3^4}$는 포함하지 않은 S 의 부분집합의 수와 같다.

$\therefore\ 2^2$ 개

㉣ $\frac{1}{3}$이 가장 작은 원소가 되는 집합의 수는 $\frac{1}{3}$은 포함하고 $\frac{1}{3^2}$, $\frac{1}{3^3}$, $\frac{1}{3^4}$는 포함하지 않은 S 의 부분집합의 수와 같다.

$\therefore\ 2$ 개

㉤ 1이 가장 작은 원소가 되는 경우는 1가지이다.

그러므로 구하는 값은 $\frac{1}{3^4}\times 2^4+\frac{1}{3^3}\times 2^3+\frac{1}{3^2}\times 2^2+\frac{1}{3}\times 2+1=$

$\left(\frac{2}{3}\right)^4+\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^1+1=\frac{16+24+36+54+81}{81}=$

$\frac{211}{81}$

$\therefore\ p=211, q=81$이므로 $p-q=130$

24. 집합 $P=\{p_1,p_2,p_3,\cdots,p_N\}$ 에 대하여 $f(P)=p_1+p_2+p_3+\cdots+p_N$ 이라 정의한다.
집합 $A=\{3,6,9,12\}$ 의 부분집합을 $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1)+f(A_2)+(A_3)+\cdots+f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$A=\{3,6,9,12\}$ 의 부분집합을 $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_{16}$ 이라 두면,
집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1}=8$ (번) 씩 나온다.
따라서 $f(A_1)+f(A_2)+(A_3)+\cdots+f(A_{16})=8\times(3+6+9+12)=240$

25. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은 ?

① $A \cup B = A,\ A \cap B = A$ 이면 $n(B-A)=0$ 이다.

② $A^c \subset B^c$ 이면 $B-A$ 는 공집합이다.

③ A 가 무한집합, B 가 유한집합이면 $A \cup B$ 는 무한집합이다.

④ $A \cap B$ 가 유한집합이면 A, B 모두 유한집합이다.

⑤ $A = \{x|x\text{는 유리수}\}$, $B = \{x|x\text{는 자연수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는 무한집합이다.

해설

① $A \cup B = A,\ A \cap B = A$ 이면 $n(B-A)=0$ 이다. $\rightarrow$ $A = B$ 이므로 옳다.
② $A^c \subset B^c$ 이면 $B-A$ 는 공집합이다. $\rightarrow$ $A^c \subset B^c$ 이면 $B \subset A$ 이므로 옳다.
③ A 가 무한집합, B 가 유한집합이면 $A \cup B$ 는 무한집합이다. $\rightarrow$ 무한집합과 유한집합의 합집합은 무한집합이다.
④ $A \cap B$ 가 유한집합이면 A, B 모두 유한집합이다. $\rightarrow$ 두 집합 중 어느 하나만 유한집합이라도 교집합은 유한집합이므로 틀렸다.
⑤ $A = \{x|x\text{는 유리수}\}$, $B = \{x|x\text{는 자연수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는 무한집합이다. $\rightarrow$ $A \cap B$ 은 자연수 전체의 집합이므로 무한집합이다.

26. 대열의 길이가 5 km 인 부대가 일정한 속도로 걸어서 이동하고 있다. 이 때 부대의 맨 끝에서 말을 타고 있던 전령이 이 부대의 맨 앞에 있는 장군에게 긴급히 전해줄 편지가 있었다. 이 전령은 말을 타고 일정한 속도로 부대가 이동하는 방향을 따라 신속히 부대의 맨 앞의 장군에게 편지를 전해주고 바로 반대 방향으로 이동해 부대의 맨 끝으로 왔다. 그 동안에 대열 전체는 5 km 를 이동했다고 할 때, 이 전령이 움직인 거리는? (단, $\sqrt{2} = 1.414$)

① 약 10.4 km ② 약 11.5 km ③ 약 12.1 km

④ 약 12.6 km ⑤ 약 13.2 km

해설

부대의 이동 속도를 1, 전령의 이동 속도를 v
전령이 부대 앞까지 이동하는 데 걸리는 시간을 t_1
부대 뒤로 되돌아오는데 걸리는 시간은 t_2 라 하면

$$\begin{cases} vt_1 = 5 + 1 \cdot t_1 \cdots ㉠ \\ vt_2 = 5 - 1 \cdot t_2 \cdots ㉡ \\ 1 \cdot t_1 + 1 \cdot t_2 = 5 \end{cases}$$

㉠ − ㉡에서 $v(t_1 - t_2) = t_1 + t_2 = 5 \;\cdots$ ㉢
㉠ + ㉡에서 $v(t_1 + t_2) = 10 + (t_1 - t_2)$
$\therefore 5v = 10 + (t_1 - t_2) \;\cdots$ ㉣($\because$㉢에서)
㉢, ㉣에서 $v(5v - 10) = 5$
$v^2 - 2v - 1 = 0,\ v = 1 + \sqrt{2}(\because v > 1)$
(전령이 움직인 거리) $= v(t_1 + t_2)$
$= 5(1 + \sqrt{2})$
$= 5 \times 1 + 5 \times 2.414$
$= 12.07$
따라서 약 12.1km 를 전령이 움직였다.

해설

부대의 이동 속도를 a, 전령의 이동 속도를 b 라 하면
부대가 5 km 이동하는 데 걸리는 시간은 $\dfrac{5}{a}$
전령이 부대의 맨 앞까지 이동하는 데 걸리는 시간은 $\dfrac{5}{b-a}$
전령이 부대의 맨 뒤로 되돌아오는 데 걸리는 시간은 $\dfrac{5}{b+a}$ 이다.
$\dfrac{5}{b-a} + \dfrac{5}{b+a} = \dfrac{5}{a}$ 에서
$b = (1 + \sqrt{2})a$
$\therefore$(전령이 움직인 거리)$= (1 + \sqrt{2})a \cdot \dfrac{5}{a} \fallingdotseq 5 \times 2.414 = 12.07$
따라서 약 12.1km 를 전령이 움직였다.

27. $\sqrt{6}$의 소수 부분을 p_0이라 하고 $\dfrac{1}{p_0}$의 소수 부분을 p_1, $\dfrac{1}{p_1}$의 소수 부분을 p_2라 한다. 이와 같이 $\dfrac{1}{p_{n-1}}$의 소수 부분을 p_n이라 할 때, p_{2006}의 값은? (단, $n \geq 1$)

① $\sqrt{6}$　② $\sqrt{6}+1$　③ $\sqrt{6}-2$

④ $\sqrt{6}+2$　⑤ $\sqrt{6}+4$

해설

$2 < \sqrt{6} < 3$에서 $\sqrt{6}$의 정수 부분은 2이므로 소수 부분은 $\sqrt{6}-2$이다. 그러므로 $p_0 = \sqrt{6}-2$이고 $\dfrac{1}{p_0} = \dfrac{1}{\sqrt{6}-2} = \dfrac{\sqrt{6}+2}{2}$의 정수 부분은 2이다.

따라서 $\dfrac{1}{p_0}$의 소수 부분

$$p_1 = \frac{\sqrt{6}+2}{2} - 2 = \frac{\sqrt{6}-2}{2}$$

또, $\dfrac{2}{\sqrt{6}-2} = \dfrac{1}{p_1} = \sqrt{6}+2$의 정수 부분은 4이므로 $p_2 = (\sqrt{6}+2)-4 = \sqrt{6}-2 = p_0$

$$\therefore \ p_0 = p_2 = p_4 = \cdots = \sqrt{6}-2,$$

$$p_1 = p_3 = p_5 = \cdots = \frac{\sqrt{6}-2}{2}$$

$$\therefore \ p_{2006} = \sqrt{6}-2$$

28. 두 함수 $f(x) = \sqrt{2x+3}$, $g(x) = px + q(p > 0)$ 에 대하여 부등식 $f\left(x - \frac{3}{2}\right) \le g(x) \le f(x)$ 을 만족하는 x의 범위가 $2 \le x \le 3$일 때, 실수 $q - p$의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f\left(x - \frac{3}{2}\right) = \sqrt{2x}$

$\sqrt{2x} \le px+q \le \sqrt{2x+3}$ 의 해가 $2 \le x \le 3$ 이므로

그래프가 그림과 같아야 한다.

$\therefore\ g(2) = 2, g(3) = 3 \quad \therefore g(x) = x$

$q - p = -1$