

1. 다음 중 집합 $A = \{4, 8, 16\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② A

③ $\{8\}$

④ $\{4, 8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 16\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면 $\emptyset$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{16\}$, $\{4, 8\}$, $\{4, 16\}$, $\{8, 16\}$, $\{4, 8, 16\}$ 이다.

2. 두 집합 $A = \{x, 7\}$, $B = \{3, x+4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다.
따라서 $x = 3$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{a, 8\}, B = \{1, 4, b\}$ 가 다음을 만족할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$A \cap B = \{4, 8\}$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 집합 A, B 는 $A \cap B$ 를 포함한다.
 $A \cap B = \{4, 8\}$ 이므로 $\{4, 8\} \subset \{a, 8\}$, $\{4, 8\} \subset \{1, 4, b\}$ 이다.
따라서 $a = 4, b = 8$ 이므로 $\frac{b}{a} = \frac{8}{4} = 2$ 이다.

4. 다음 () 안에 알맞은 수는?

1, 5, 9, (), 17

- ① 10 ② 11 ③ 13 ④ 14 ⑤ 16

해설

나열된 각 수는 $4n + 1$ 의 꼴이다.
따라서 () 안에 들어갈 수는 $9 + 4 = 13$ 이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = B$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset B$

③ $A \cap B = B$

④ $(B \cap \emptyset) \cup A = \emptyset$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B) \subset B$

해설

$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$ 이다.

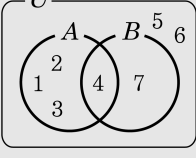
④ $(B \cap \emptyset) \cup A = \emptyset \cup A = A$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 는 $B \subset A$ 와 같으므로 옳지 않다.

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{4, 7\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?
- ① $\{5, 6\}$ ② $\{6, 7\}$ ③ $\{4\}$
④ $\{5, 6, 7\}$ ⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 2, 3, 4, 7\})^c = \{5, 6\}$ 이다.



7. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?
- ① $\emptyset$ ② $\{0, 1\}$ ③ $\{3, 4, 5\}$
④ $\{2, 3, 4, 5\}$ ⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)
 $x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)
 $x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)
 $x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)
따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

8. $x - 4 = 0$ 이 $x^2 + ax - 48 = 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$$

$$\therefore 16 + 4a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

9. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\ &\therefore (|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2 \\ &\text{그런데 } |a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|a|+|b| \geq |a+b| \text{ (단, 등호는 } (\quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 } (\quad \text{㉢} \quad) \text{ 일 때, 성립)} \end{aligned}$$

- ① $|ab|+ab, |ab|=ab, ab \leq 0$
② $|ab|+ab, |ab|=-ab, ab \geq 0$
③ $|ab|-ab, |ab|=-ab, ab \leq 0$
④ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \geq 0$
⑤ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠} : & |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2|a||b| + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab \\ &= 2(|ab| - ab) \\ \text{㉡} : & \text{등호는 } |ab| - ab = 0 \text{ 일 때 성립} \\ &\Rightarrow |ab| = ab \\ \text{㉢} : & |ab| = ab \text{ 이려면 } ab \geq 0 \text{ 이어야 한다} \end{aligned}$$

10. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9 항

② 제 10 항

③ 제 11 항

④ 제 12 항

⑤ 제 13 항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n-1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, \quad 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33 \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

11. 제 4항이 6, 제 7항이 162인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

- ① $\frac{1}{9}(3^{10} - 1)$ ② $\frac{1}{10}(3^{10} - 1)$ ③ $\frac{1}{9}(3^{10} + 1)$
④ $\frac{1}{10}(3^{10} + 1)$ ⑤ $\frac{1}{9}(3^{11} - 1)$

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$ar^3 = 6, ar^6 = 162$$

$$r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3, a = \frac{2}{9}$$

$$S_n = \frac{\frac{2}{9} \cdot (3^{10} - 1)}{3 - 1} = \frac{1}{9}(3^{10} - 1)$$

12. 다음 수열의 합을 $\sum$ 기호를 써서 나타내면?

$3 + 6 + 12 + \cdots + 3 \cdot 2^{n-1}$

- ① $\sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^{k-1}$

② $\sum_{k=1}^{n-1} 3 \cdot 2^{k-1}$

③ $\sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^k$

④ $\sum_{k=1}^{n-1} 3 \cdot 2^k$

⑤ $\sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^{k+1}$

해설

제 k 항은 $3 \cdot 2^{k-1}$, 항 수는 n 이므로
 $3 + 6 + 9 + \cdots + 3 \cdot 2^{n-1} = \sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^{k-1}$

13. 다음 중 집합의 원소를 구한 것 중 옳지 않은 것은?

- ① 5보다 작은 자연수의 모임→ 1,2,3,4
- ② 10이하의 소수의 모임→2,3,5
- ③ 우리 나라 사계절의 모임 → 봄, 여름, 가을, 겨울
- ④ 사군자의 모임 → 매화, 난초, 국화, 대나무
- ⑤ 8의 약수의 모임→ 1,2,4,8

해설

② 10이하의 소수의 모임 → 2,3,5,7

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cup B)^c$ 으로 정의할 때, 다음 중 $(B * A) * B$ 와 항상 같은 것은?

① A ② B ③ $A - B$ ④ $B - A$ ⑤ A^c

해설

$$\begin{aligned}(B * A) * B &= ((B \cup A)^c \cup B)^c = (B \cup A) \cap B^c \\ &= (A \cup B) - B = A - B\end{aligned}$$

15. 밑변의 길이와 높이의 길이의 곱이 8인 직각삼각형이 있다. 이 때 빗변의 길이의 최솟값과 그 때의 가로의 길이를 합한 값은?

① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

해설

밑변의 길이를 x , 높이를 y 라 하면

$$xy = 8 \cdots \text{㉠}$$

피타고라스의 정리에 의하여 빗변의 길이는 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 이다.

$x > 0, y > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{x^2 \cdot y^2} = 2xy = 16$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} \geq \sqrt{16} = 4$$

단, 등호는 $x^2 = y^2$ 즉 $x = y$ 일 때 성립한다.

$x = y$ 를 ㉠에 대입하면 $x^2 = 8$

따라서 $x = 2\sqrt{2}$ 이다.

$$4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

16. 두 수열

$$\{a_n\} = 6, a_2, a_3, 48, \dots$$

$$\{b_n\} = 6, b_2, b_3, 48, \dots \text{에 대하여}$$

$\{a_n\}$ 은 등비수열, $\{b_n\}$ 은 등차수열일 때, $a_{10} - 10b_{10}$ 의 값은?(단, 공비는 실수이다.)

- ① 1752 ② 1843 ③ 1950 ④ 2250 ⑤ 2356

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면 $a_4 = 48$ 이므로

$$6r^3 = 48, r^3 = 8 \quad \therefore r = 2 (\because r \text{은 실수})$$

$$a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$$

수열 $\{b_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 $b_4 = 48$ 이므로

$$6 + 3d = 48, 3d = 42 \quad \therefore d = 14$$

$$b_n = 6 + (n-1) \cdot 14 = 14n - 8$$

$$\therefore a_{10} - 10b_{10} = 6 \times 2^9 - 10(14 \cdot 10 - 8)$$

$$= 3072 - 1320 = 1752$$

17. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^3 - n$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에서 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_{20}}$ 의 값은?

- ① $\frac{17}{19}$
- ② $\frac{17}{30}$
- ③ $\frac{19}{40}$
- ④ $\frac{17}{50}$
- ⑤ $\frac{19}{60}$

해설

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (n^3 - n) - \{(n-1)^3 - (n-1)\} = 3n(n-1) (n \geq 2)$$
$$\therefore \frac{1}{a_n} = \frac{1}{3n(n-1)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \right) (n \geq 2)$$
$$\therefore \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_{20}}$$
$$= \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{20} \right) \right\}$$
$$= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{20} \right) = \frac{19}{60}$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 2n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 일 때, 일반항 a_n 은 $a_n = pn^2 + qn + r$ 이다. 이때, p, q, r 의 합 $p + q + r$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$a_{n+1} - a_n = 2n - 1$ 의 양변에 $n = 1, 2, \dots, n - 1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 더하면

$$a_2 - a_1 = 1$$

$$a_3 - a_2 = 3$$

$$\begin{array}{l} \vdots \\ +) a_n - a_{n-1} = 2n - 3 \\ \hline a_n - a_1 = 1 + 3 + \dots + (2n - 3) \end{array}$$

$$= \frac{(n - 1) \{1 + (2n - 3)\}}{2} = n^2 - 2n + 1$$

$$\therefore a_n = n^2 - 2n + 1 + a_1 = n^2 - 2n + 3$$

$$\therefore p + q + r = 1 + (-2) + 3 = 2$$

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 하면

$$b_n = a_{n+1} - a_n = 2n - 1$$

따라서 $n \geq 2$ 일 때,

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k - 1) \\ &= 2 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{n-1} 1 \\ &= 2 + 2 \cdot \frac{(n-1)n}{2} - (n-1) \\ &= n^2 - 2n + 3 \dots \textcircled{\tiny{H}} \end{aligned}$$

이때, $a_1 = 2$ 는 $\textcircled{\tiny{H}}$ 을 만족시키므로 구하는 일반항은

$$a_n = n^2 - 2n + 3$$

$$\therefore p + q + r = 1 + (-2) + 3 = 2$$

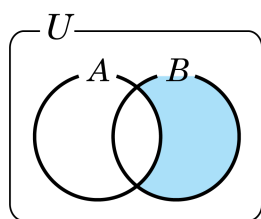
19. 자연수들로 이루어진 두 집합 A, B 에 대하여 $A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$ 라 하자. $A = \{2, 4, 6, \dots\}, Y = \{3, 6, 9, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $A + B$ 의 원소 중에서 10 이하의 자연수의 개수는?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$A + B$ 가 10 이하인 수는
 $A = 2$ 일 때, $B = 3, 6$ 의 2가지이고
 $A = 4$ 일 때, $B = 3, 6$ 의 2가지이고
 $A = 6$ 일 때, $B = 3$ 이므로 모두 5개의 자연수가 있다.

20. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합이 아닌 것을 고르면?



- ① $B - A$ ② $A^c \cap B$ ③ $(A \cup B) - A$
④ $B - (A \cap B)$ ⑤ $(A \cup B) \cap B$

해설

⑤ $(A \cup B) \cap B = B$

21. 네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여 $q \Rightarrow \sim s, \sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$ 라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

- ① $p \Rightarrow q$
- ② $p \Rightarrow \sim r$
- ③ $r \Rightarrow q$
- ④ $r \Rightarrow s$
- ⑤ $\sim s \Rightarrow q$

해설

$$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$$
$$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$$
$$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$$

22. 세 수 $5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

해설

$5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 등차수열을 이루면 $4 - x$ 가 등차중항이므로

$$4 - x = \frac{(5 - 2x) + (6 + 3x)}{2}$$

$$2(4 - x) = 5 - 2x + 6 + 3x$$

$$8 - 2x = 11 + x$$

$$-3x = 3 \quad \therefore x = -1$$