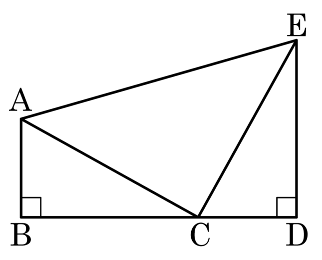
1. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다.$\overline{AB} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{DE} = 9\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?

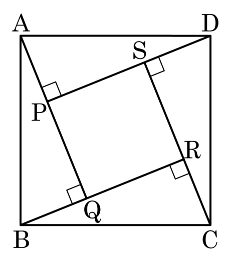


① 49　② 50　③ 51　④ 52　⑤ 53

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로
$\overline{AC} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$ 이다.
$\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$
따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

2. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\overline{DC} = 8$, $\overline{BQ} = 3$ 일 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



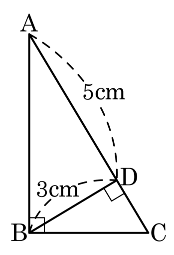
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{55} - 12$

해설

사각형 PQRS 는 정사각형이고,
$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$
$= \sqrt{8^2 - 3^2} - 3 = \sqrt{55} - 3$ 이므로
둘레는 $4 \times \left(\sqrt{55} - 3\right) = 4\sqrt{55} - 12$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{23}}{5}$　　② $\dfrac{3\sqrt{23}}{5}$　　③ $\dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

④ $\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$　　⑤ $\dfrac{18}{5}$

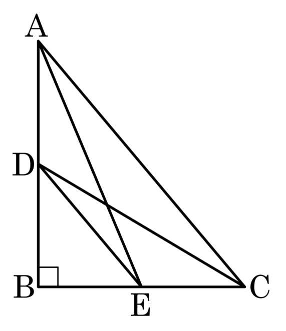
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD^2} = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \dfrac{3^2}{5} = \dfrac{9}{5}(\,\text{cm})$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\dfrac{9}{5}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

4. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?

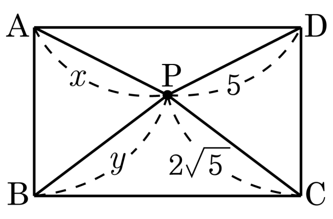


① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을구하여라.

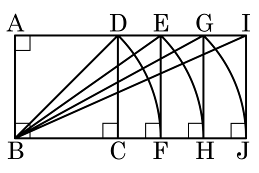


① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2$, $x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5$ 이다.

6. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BH}}$, $\overline{\mathrm{BG}} = \overline{\mathrm{BJ}}$ 이고, $\overline{\mathrm{BG}} = 6$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

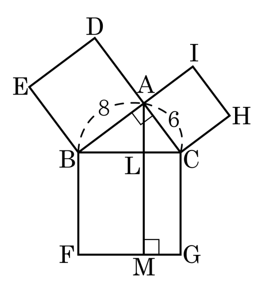
▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = a$ 라고 하면 $\overline{\mathrm{BG}} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = 2a = 6, a = 3$ 이다.

따라서 $\triangle\mathrm{ABD}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ 이다.

7. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{AM} \perp \overline{FG}$ 일 때, $\overline{FM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6.4

해설

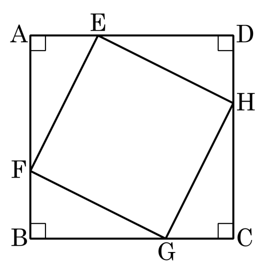
$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이다.

$\square ADEB = \square BFML$ 이므로

$64 = 10 \times \overline{FM}$ 이다.

따라서 $\overline{FM} = 6.4$ 이다.

8. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE} = 2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이다. □ABCD 의 넓이가 $45\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 25 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

□ABCD 의 넓이가 $45\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = 3\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이다.
$\overline{AF} = 2\sqrt{5}\ \mathrm{cm}$이므로 $\overline{AE} = \sqrt{5}\,\mathrm{cm}$
△AEF 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EF} = 5\,\mathrm{cm}$가 성립한다.
□EFGH 는 정사각형이므로 넓이는 $5^2 = 25\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

9. 세 변의 길이가 3, 5, a 인 삼각형이 있을 때, 직각삼각형이 되도록 하는 a 의 값들의 합을 구하여라.

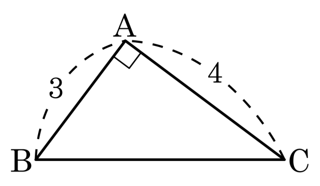
▶ 답:

▷ 정답: $4+\sqrt{34}$

해설

가장 긴 변의 길이가 주어지지 않았으므로 가장 긴 변의 길이를 정해주어야 한다.
3 은 가장 긴 변이 될 수 없으므로, 5 또는 a 가 가장 긴 변의 길이가 된다.
(i) 5 가 가장 긴 변일 경우, $5^2 = 3^2 + a^2, a^2 = 16, a = 4$
(ii) a 가 가장 긴 변일 경우, $a^2 = 3^2 + 5^2 = 34, a = \sqrt{34}$
두 값의 합은 $4+\sqrt{34}$ 가 된다.

10. 다음 그림의 삼각형 ABC 가 직각삼각형의 되기 위해 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이로 알맞은 것을 모두 고르면?(단, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는 4보다 작을 수도 있다.)

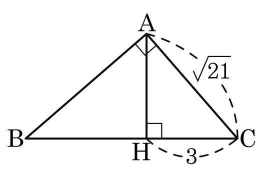


① 5 ② 25 ③ $7\sqrt{7}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{10}$

해설

$\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이를 x 라 하자.
① $x > 4$ 인 경우, $x < 3 + 4$ 이고 $x^2 = 3^2 + 4^2$ $\therefore$ $x = 5$
④ $x < 4$ 인 경우 $x + 3 > 4$ 이고 $x^2 + 3^2 = 4^2$ $\therefore$ $x = \sqrt{7}$
따라서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이로 알맞은 것은 5 또는 $\sqrt{7}$ 이 된다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



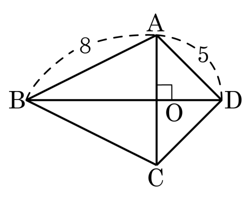
▶ 답 :

▷ 정답 : $7\sqrt{3}$

해설

$\triangle ACH$ 와 $\triangle ABC$ 는 $\angle C$ 를 공통각으로 가지고 있으며
한 개씩의 직각을 가지고 있다.
따라서 두 삼각형은 닮은 꼴이므로
$\overline{AC} : \overline{CH} = \overline{BC} : \overline{AC}$ 에서
$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로 $21 = 3 \times \overline{CB}$, 즉 $\overline{CB} = 7$
$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리를 적용하면 $49 = 21 + \overline{AB}^2$
$\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times \sqrt{21} = 7\sqrt{3}$

12. 다음 삼각형에서 $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$ 의 값을 구하여라.



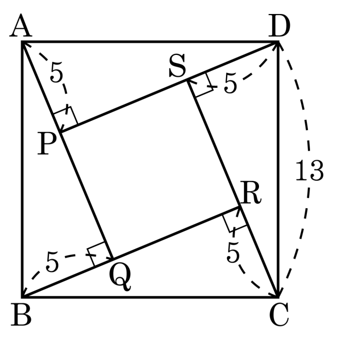
▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$8^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 8^2 - 5^2 = 39$

13. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 13 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

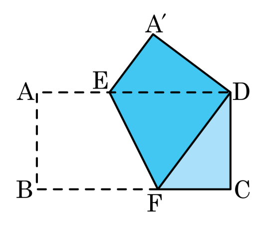
해설

$\overline{AQ} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$

$\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$

□PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $7 \times 7 = 49$

14. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{A'E}} = \overline{\mathrm{CF}}$

② $\triangle\mathrm{DEF}$ 는 이등변삼각형이다.

③ $\triangle\mathrm{A'ED} \equiv \triangle\mathrm{CFD}$

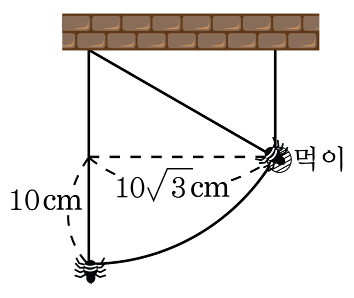
④ $\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{DE}}$

⑤ $\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DE}}$

해설

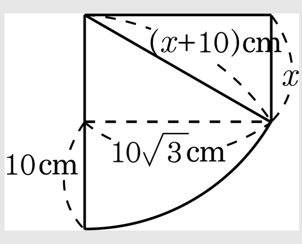
④ $\overline{\mathrm{EF}} \neq \overline{\mathrm{DE}}$

15. 천정에 매달려 있던 거미가 먹이를 먹기 위해 그림과 같이 움직였습니다. 먹이가 천정으로부터 떨어져 있는 거리는?



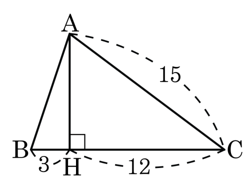
① 6cm　② 7cm　③ 8cm　④ 9cm　⑤ 10cm

해설



간단하게 그리면 위의 그림과 같으므로 피타고라스 정리에 의해
$x^2 + (10\sqrt{3})^2 = (x+10)^2$ 이므로,
$300 = 20x + 100$
$\therefore x = 10$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$

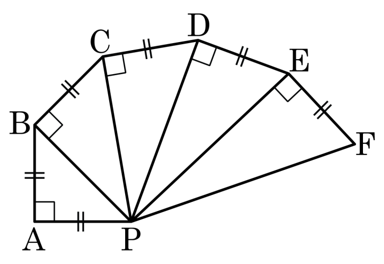
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

17. $\overline{AP}=\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?

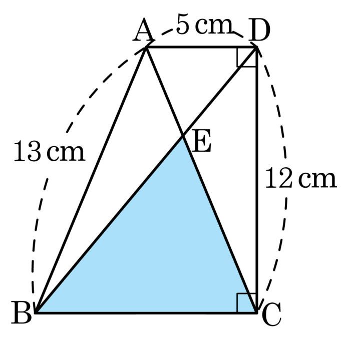


① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

해설

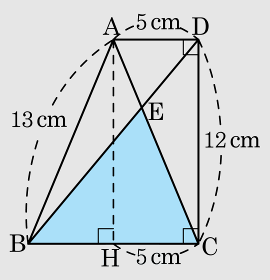
$\overline{PB}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\overline{PC}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
$\overline{PD}=\sqrt{16}=4$, $\overline{PE}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2 ② 50cm^2 ③ 60cm^2
④ 70cm^2 ⑤ 80cm^2

해설



$\overline{AH} = 12\text{cm}$

$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$

$\triangle EBC \backsim \triangle EDA$($\because$ AA닮음)

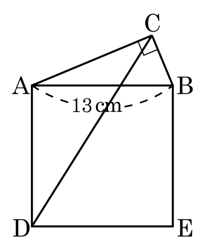
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$(\triangle EBC\text{의 넓이}) = \dfrac{2}{3} \times (\triangle DBC\text{의 넓이})$

$= \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times 10 \times 12$

$= 40(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



① $21\,\text{cm}^2$ ② $22\,\text{cm}^2$ ③ $25\,\text{cm}^2$

④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\text{cm}^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (\text{cm}^2)$ 이다.

20. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

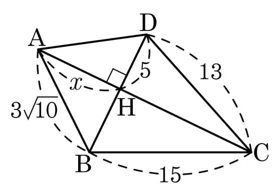
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a 라 하면
i) 5가 가장 긴 변인 경우
$5^2 = a^2 + 3^2 \ \therefore \ a = 4$
ii) a가 가장 긴 변인 경우
$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \ \therefore a = \sqrt{34}$

21. 다음 그림에서 $\triangle$AHD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$(3\sqrt{10})^2 + 13^2 = \overline{AD}^2 + 225, \overline{AD}^2 = 34$

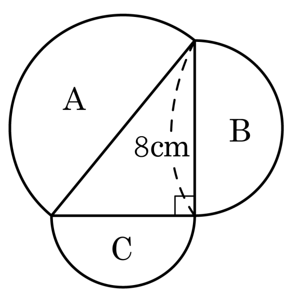
$\triangle$AHD는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$34 = x^2 + 25$

$\therefore x = 3$

$\triangle AHD = 3 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

22. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $\mathrm{A} = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

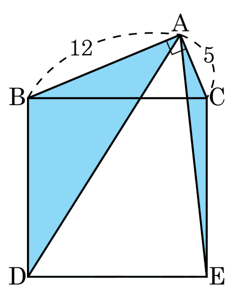
해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $\mathrm{C} = \mathrm{A} - \mathrm{B} = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $\mathrm{A} : \mathrm{B} : \mathrm{C} = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

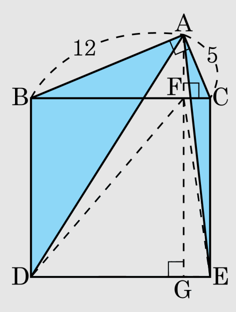
23. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{169}{2}$

해설



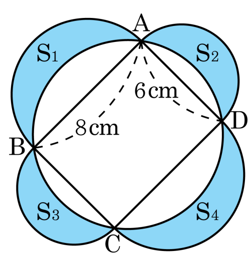
$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

그림에서 $\triangle ABD = \triangle FBD$, $\triangle ACE = \triangle FCE$ 이다.

$\therefore \triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$$\begin{aligned}\triangle FBD + \triangle FCE &= \frac{1}{2}\square BDGF + \frac{1}{2}\square FGEC \\ &= \frac{1}{2}\square BDEC \\ &= \frac{1}{2} \times 13^2 \\ &= \frac{169}{2}\end{aligned}$$

24. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$ 의 넓이를 구하여라.



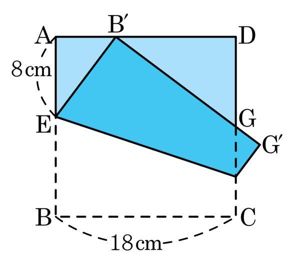
▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답: $48\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{\text{BD}}$를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.
S_1+S_2는 $\triangle$ABD의 넓이와 같고, S_3+S_4 는 $\triangle$BCD의 넓이와 같다.
그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$ 의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.
$8\times 6=48(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 18cm 인 정사각형 ABCD 에 $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 이고, 점 B 가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{B'G}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$\overline{EB} = \overline{EB'} = 18 - 8 = 10(\text{cm})$

$\triangle AEB'$ 에서 $\overline{AB'} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

$\overline{B'D} = \overline{AD} - \overline{AB'} = 18 - 6 = 12(\text{cm})$

$\triangle AEB' \backsim \triangle DB'G$ 이므로

$\overline{AE} : \overline{B'D} = \overline{EB'} : \overline{B'G}$

$8 : 12 = 10 : \overline{B'G}$

$\therefore\ \overline{B'G} = 15(\text{cm})$