

1. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \subset A$

② $\{2\} \in A$

③ $\{1, 2, 3\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \subset A$

⑤ $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

해설

② $\{2\} \subset A$

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1, 2, 3, 10\}$

② $\{1, 2, 3, 6\}$

③ $\{2, 3, 4, 5\}$

④ $\{1, 2\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 10, 20\}$

해설

$A \cap B$ 는 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 말한다.

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

이므로 두 집합의 공통부분은 $\{1, 2\}$ 가 된다.

3. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 은?

① $\{1\}$

② $\{1, 5, 10\}$

③ $\{1, 2\}$

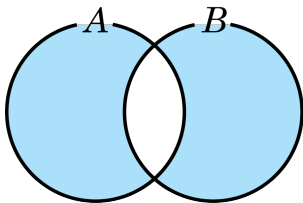
④ $\{1, 2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 10\}$

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $A - B = \{1, 5, 10\}$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{d, e, f\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{a, b\}$

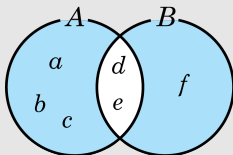
② $\{b, c\}$

③ $\{a, c, f\}$

④ $\{a, d, f\}$

⑤ $\{a, b, c, f\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{a, b, c, f\}$ 이다.

5. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 대우는?

① $p \rightarrow q$

② $\sim q \rightarrow p$

③ $\sim q \rightarrow \sim p$

④ $\sim p \rightarrow q$

⑤ $q \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$, $p \rightarrow \sim q$ 의 대우는 $\sim(\sim q) \rightarrow \sim p$

$\therefore q \rightarrow \sim p$

6. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때, 곱 xy 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$x^2 \geq 0, y^2 \geq 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2} \text{ 이고}$$

$$\sqrt{x^2 y^2} = \sqrt{(xy)^2} = |xy| \text{ 이므로 } |xy| \leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq xy \leq \frac{1}{2}$$

그러므로 xy 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

7. 등비수열 $-3, 6, -12, 24, -48, \dots$ 에서 384는 제 몇 항인가?

① 제 6 항

② 제 7 항

③ 제 8 항

④ 제 9 항

⑤ 제 10 항

해설

주어진 등비수열의 일반항을 a_n 이라 하면 첫째항이 -3 이고,
공비가 -2 이므로

$$a_n = (-3) \cdot (-2)^{n-1}$$

$$(-3) \cdot (-2)^{n-1} = 384 \text{ 에서 } (-2)^{n-1} = -128 = (-2)^7$$

$$n - 1 = 7 \quad \therefore n = 8$$

8. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 우리 반에서 똑똑한 학생의 모임

② 10 이하의 자연수 중에서 1 보다 작은 수의 모임

③ 대한민국에서 키가 가장 큰 사람의 모임

④ 100 이하의 수 중에서 50 에 가까운 수의 모임

⑤ 세계에서 성공한 사람들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로
②, ③번만 집합이다.

9. 두 조건 $A = \{1, a^3 - 3a\}$, $B = \{a + 2, a^2 - a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$ 가 되도록 상수 a 의 값을 정할 때, 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$A \cap B = \{2\}$ 을 만족하려면 A 에서 $a^2 - a = 2$, $a^2 - a - 2 = 0$, $a = -1$ or 2

$a = -1$ 이면, $B = \{1, 2\}$ 가 되어 $A \cap B = \{1, 2\}$ 즉, 조건에 어긋난다.

$\therefore a = 2$ 이면, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4\}$

$\therefore 1 + 2 + 4 = 7$

10. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$

② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$

③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$

⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

해설

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} \text{ 이라 하면}$$

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

$$\text{따라서 } \therefore \frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$$

11. 다음 ()안에 알맞은 수는?

$$\frac{\sqrt{3}}{1}, \frac{\sqrt{5}}{4}, \frac{\sqrt{7}}{9}, (\quad), \frac{\sqrt{11}}{25}$$

① $\frac{\sqrt{7}}{12}$

② $\frac{\sqrt{3}}{12}$

③ $\frac{3}{16}$

④ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$

⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{18}$

해설

나열된 각 수는 분수 꼴이며, 분자는 $\sqrt{+2}$ 의 규칙으로 나타난다.
따라서 ()안에 들어갈 수의 분자는 $\sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3$ 이다.
분모는 +1이 된 수의 제곱의 규칙으로 나타난다.

따라서 ()안에 들어갈 수의 분모는 $(3+1)^2 = 16$ 이므로 ()

안에 들어갈 수는 $\frac{3}{16}$

12. 첫째항이 6, 공차가 -5인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 -44는 제 몇 항인가?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

첫째항이 6이고, 공차가 5이므로 일반항은 a_n 은

$$a_n = 6 + (n - 1) \cdot (-5) = -5n + 11$$

$$-5n + 11 = -44$$

$$5n = 55 \quad \therefore n = 11$$

13. 제 3항이 12이고 제 6항이 -96인 등비수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $2 \cdot 3^{n-1}$

② $(-3) \cdot 2^{n-1}$

③ $3 \cdot (-2)^{n-1}$

④ $(-2) \cdot 3^{n-1}$

⑤ $2 \cdot (-3)^{n-1}$

해설

$$a_3 = ar^2 = 12$$

$$a_6 = ar^5 = -96$$

$$r^3 = -8$$

$$\therefore r = -2$$

$$ar^2 = 4a = 12 \quad \therefore a = 3$$

$$\therefore a_n = 3 \cdot (-2)^{n-1}$$

14. 다음 식의 값은?

$$\sum_{k=1}^{10}(k^2 + k) - \sum_{k=4}^{10}(k^2 + k)$$

① 14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$(\text{준 식}) = \sum_{k=1}^3 (k^2 + k) = (1^2 + 1) + (2^2 + 2) + (3^2 + 3) = 20$$

15. 자연수 n 에 대한 명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

(i) $P(\boxed{\text{가}})$ 이 참이다.

(ii) $P(k)$ 가 참이면 $P(\boxed{\text{나}})$ 도 참이다.

이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

① 0, k

② 0, $k+1$

③ 0, $k-1$

④ 1, k

⑤ 1, $k+1$

해설

명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

(i) $P(\boxed{1})$ 이 참이다.

(ii) $P(k)$ 가 참이면 $P(\boxed{k+1})$ 도 참이다.

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 <보기> 중 서로소인 집합끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $A^c \cap B, B^c \cap A$

㉡ $A \cup B, A \cup B^c$

㉢ $A, A^c - B$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢, ㉠

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $A^c \cap B = B - A, B^c \cap A = A - B$ 이므로 각각을 벤 다이어그램으로 나타내면 그림1에서 $(A^c \cap B) \cap (B^c \cap A) = \emptyset$ 따라서 $A^c \cap B$ 와 $B^c \cap A$ 는 서로소이다.

㉡ 그림2에서 $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$ 즉, $A \cup B$ 와 $A \cup B^c$ 은 서로소가 아니다.

㉢ 그림3에서 $A \cap (A^c - B) = \emptyset$ 따라서 A 와 $A^c - B$ 는 서로소이다.

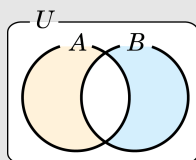


그림 1

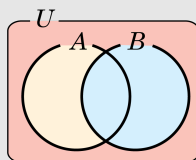


그림 2

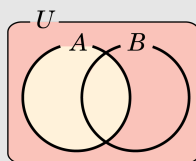


그림 3

17. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① 6과 18의 최대공약수는 3 이다.

② 설악산은 제주도에 있다.

③ $x = 2$ 이면 $3x = 6$ 이다.

④ $x + 1 < 0$

⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

명제는 참과 거짓을 명확하게 판단할 수 있는 문장이나 식을 말한다. ①, ②는 거짓 명제이고, ③, ⑤는 참인 명제이다. 그러나 ④는 x 의 값에 따라서 참일 수도 있고 거짓일 수도 있으므로 명제가 아니다.

18. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$ 의 값은?

① $\sqrt{n-1} - 1$

② $\sqrt{n+1} - 1$

③ $\sqrt{n+1}$

④ $\sqrt{n+1} + 1$

⑤ $\sqrt{2n+1} + 1$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}} &= \frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}{(\sqrt{k+1} + \sqrt{k})(\sqrt{k+1} - \sqrt{k})} \\ &= \frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}{(k+1) - k} = \sqrt{k+1} - \sqrt{k}\end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= \sum_{k=1}^n (\sqrt{k+1} - \sqrt{k}) \\ &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \\ &= \sqrt{n+1} - 1\end{aligned}$$

19. 수열 $\{a_n\}$ 이 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 를 만족시킨다.
 $a_1 = 3$, $a_5 = 25$ 일 때, a_{33} 의 값은?

① 175

② 176

③ 177

④ 178

⑤ 179

해설

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 를 만족시키므로 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_1 = 3 \text{ 이므로 } a_5 = 3 + 4d = 25 \quad \therefore d = \frac{11}{2}$$

$$\therefore a_{33} = 3 + 32 \times \frac{11}{2} = 3 + 176 = 179$$

20. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A + B)$ 를 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 1 + 3 = 4, 1 + 6 = 7$$

$$2 + 1 = 3, 2 + 2 = 4, 2 + 3 = 5, 2 + 6 = 8$$

$$3 + 1 = 4, 3 + 2 = 5, 3 + 3 = 6, 3 + 6 = 9$$

$$4 + 1 = 5, 4 + 2 = 6, 4 + 3 = 7, 4 + 6 = 10 \text{ 이므로}$$

$$A + B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\therefore n(A + B) = 9$$

21. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 가 되지 않는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A \subset C$

㉡ $A = C$

㉢ $C \subset A$

㉣ $A = B$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $A = B = C$ 가 아니어도 항상 $A \subset C$ 이다.

㉣ $A = B \subset C$ 일 때, $C \subset B$ 인지 알 수 없으므로 $A = B = C$ 가 아니다.

22. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건인 것은 ?

① $p : a + b > 0, ab > 0, q : a > 0, b > 1$

② $p : \frac{a}{b} > 1, q : a > b > 1 (a, b \text{ 는 실수})$

③ $p : a + b > 2, q : a \geq 1 \text{ 또는 } b \geq 1 (a, b \text{ 는 실수})$

④ $p : ab = 0, |a| + |b| = 0$

⑤ $p : a + b \geq 2, ab \geq 1, Q : a \geq 1, b \geq 1$

해설

① 반례 : $a = 2 + i, b = 2 - i$ 이면

$$a + b = 4 > 0, ab = 5 > 0$$

$\therefore$ 필요조건

② 반례 : $a = -2, b = -1$ 이면

$$\frac{a}{b} = \frac{-2}{-1} = 2 > 1$$

$\therefore$ 필요조건