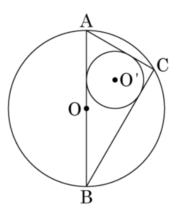
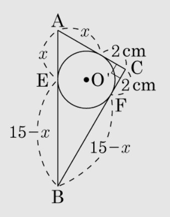
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 $15cm$ 이고 내접원의 지름의 길이는 $4cm$ 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



① $31cm^2$　② $32cm^2$　③ $33cm^2$

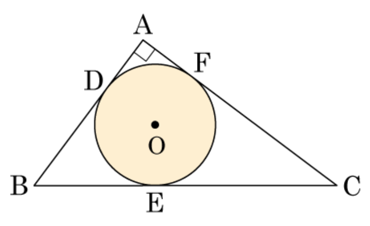
④ $34cm^2$　⑤ $35cm^2$

해설



$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (15 \times 2 + 2 \times 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 34 \\ &= 34(cm^2)\end{aligned}$$

2. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $4\pi\,\text{cm}^2$　② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$　③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$
④ $12\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

내접원의 반지름을 r라 하면
$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times (12 + 16 + 20) \times r$
$\therefore r = 4(\text{cm})$
따라서, 원의 넓이는 $16\pi\text{cm}^2$

3. 이차함수 $y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$ 의 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$

$y=-\frac{1}{12}(x-6)^2+1$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 1)$ 이다.

따라서 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(6-3)^2+\{1-(-3)\}^2}=\sqrt{25}=5$ 이다.

4. 세 점 $\mathrm{A}(1, 9)$, $\mathrm{B}(-2, 3)$, $\mathrm{C}\ (a, 4-a)$ 에 대하여 $\frac{1}{3}\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(1+2)^2 + (9-3)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(-2-a)^2 + (3-4+a)^2} = \sqrt{(a+2)^2 + (a-1)^2}$

$\frac{1}{3}\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{5}$

$\sqrt{5} = \sqrt{(a+2)^2 + (a-1)^2}$

$(a+2)^2 + (a-1)^2 = 5$

$a^2 + 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 = 5$

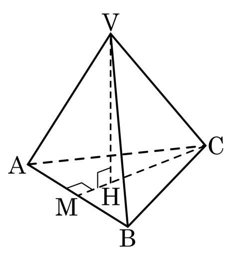
$2a^2 + 2a = 0$

$2a(a+1) = 0$

$a = 0$ 또는 -1

$a \neq 0$ 이므로 $a = -1$

5. 다음 그림과 같이 부피가 $2\sqrt{6}$ 인 정사면체 $V-ABC$ 에서 높이 $\overline{VH}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

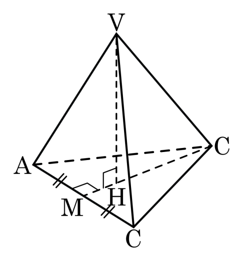
모서리의 길이가 a 인 정사면체에서

높이 : $h=\frac{\sqrt{6}}{3}a$, 부피 : $V=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$V=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=2\sqrt{6},\ a^3=24\sqrt{3}\quad \therefore a=2\sqrt{3}$

따라서 높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3}\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{2}$ 이다.

6. 정사면체 A – BCD 의 꼭짓점 A 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H , $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 한다. △BCD 의 넓이가 $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 이 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : $72\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

한 변의 길이가 a 인 정삼각형에서의 넓이 : $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 18\sqrt{3}$

이므로 △BCD 한 변의 길이는 $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

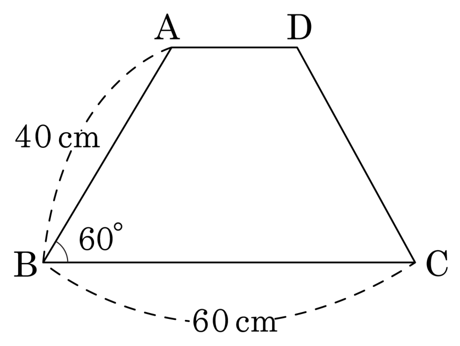
△BCD 한 변의 길이는 정사면체 A – BCD 한 모서리의 길이와 같다.

모서리의 길이가 a 인 정사면체에서 부피 :$V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$ 이므로

정사면체 A – BCD 의 부피 $V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times (6\sqrt{2})^3 =$

$72(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

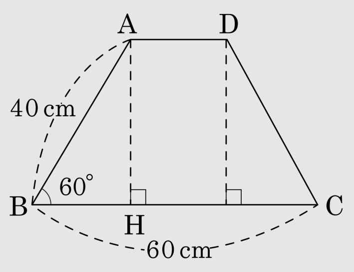
7. 다음 등변사다리꼴의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $800\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설



$\sin 60° = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$, $\cos 60° = \dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$

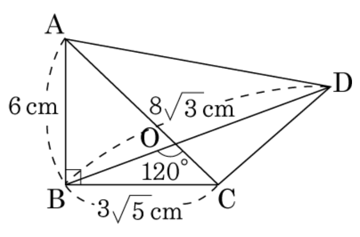
$\overline{AH} = \overline{AB}\sin 60° = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}(\text{cm})$,

$\overline{BH} = \overline{AB}\cos 60° = 40 \times \dfrac{1}{2} = 20(\text{cm})$

$\overline{AD} = 60 - 2 \times 20 = 20(\text{cm})$

$\therefore$ (넓이) $= (20 + 60) \times 20\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 800\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\sqrt{5}\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $54\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{5})^2} = \sqrt{81} = 9(\text{cm})$

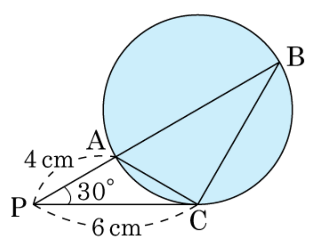
□ABCD의 넓이

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 54(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림에서 $\overline{PC}$ 는 원의 접선이고, $\overline{PB}$ 는 할선이다. $\angle P = 30°$, $\overline{PA} = 4cm$, $\overline{PC} = 6cm$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이는?



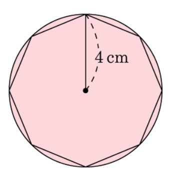
① $\frac{3\sqrt{3}}{2}\,cm^2$　② $2\sqrt{3}\,cm^2$　③ $\frac{27}{2}\,cm^2$　④ $4\sqrt{3}\,cm^2$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4}\,cm^2$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면 $\overline{PA}\cdot\overline{PB} = \overline{PC}^2$ 에서 $4(4+x) = 36$, $4+x = 9$ 이고, $x = 5\,cm$ 이다.

$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2}\times 6\times 9\times \sin 30° = \frac{27}{2}(\,cm^2)$

10. 반지름의 길이가 4cm 인 원에 내접하는 정팔각형의 넓이는?



① $32\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $50\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $75\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$
④ $80\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$ ⑤ $100\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$

해설

정팔각형은 두 변의 길이가 4cm 이고 그 사이에 끼인 각이 $45°$ 인 삼각형 8 개로 이루어져 있다.

따라서 $S = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 45°\right) \times 8 = 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 8 = 32\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.