

1. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}, \quad S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$$

이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$

2. 재진이가 첫날에 1원, 둘째날에 2원, 셋째날에 4원, ... 과 같이 매일 전날의 2배씩 30일간 계속하여 모았을 때 그 총액은?

- ① $2^{30} - 2$ (원) ② $2^{30} - 1$ (원) ③ 2^{30} (원)
④ $2^{30} + 1$ (원) ⑤ $2^{30} + 2$ (원)

해설

첫째항이 1, 공비가 2인 등비수열이므로

$$S_{30} = \frac{1 \cdot (2^{30} - 1)}{2 - 1} = 2^{30} - 1(\text{원})$$

3. 100 만원을 월이율 2%, 1 개월마다의 복리로 빌릴 때, 1 년 후에는 얼마를 갚아야 하는가?(단, $1.02^{12} = 1.2682$)

- ① 1258200 원 ② 1268200 원 ③ 1278200 원
④ 1288200 원 ⑤ 1298200 원

해설

$$\begin{aligned} S &= 1000000(1 + 0.02)^{12} = 10^6 \times 1.02^{12} \\ &= 10^6 \times 1.2682 = 1268200(\text{원}) \end{aligned}$$

4. 다현이가 1000만원을 연이율 4%의 복리로 10년간 은행에 맡겼을 때 원리합계를 구하여라. (단, $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1480만원

해설

1년후 원리합계는 $1000\text{만} \times (1.04)^1$
(10년후 원리합계)
 $= 1000\text{만} \times 1.04^{10}$
 $= 1000\text{만} \times 1.48$
 $= 1480\text{만 (원)}$

5. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 2n + 4$ 로 나타내어지는 수열에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① 첫째항이 3, 공차가 2인 등차수열이다.
 - ② 첫째항이 4, 공차가 2인 등차수열이다.
 - ③ 첫째항이 3, 공차가 -2인 등차수열이다.
 - ④ 첫째항이 3, 둘째항이 1이며, 둘째항부터는 공차가 2인 등차수열이다.
 - ⑤ 첫째항이 3, 둘째항이 1이며, 둘째항부터는 공차가 -2인 등차수열이다.

해설

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 - 2n + 4 - \{(n-1)^2 - 2(n-1) + 4\} \\ &= 2n - 3 \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

그런데 $a_1 = S_1 = 3$ 이므로 이 수열의 첫째항은 3이고, 둘째항은 1이며, 둘째항부터는 공차가 2인 등차수열이다.

6. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3 \cdot 2^n + k$ 로 나타내어지는 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되기 위한 상수 k 의 값은?

① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3 ⑤ -4

해설

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = (3 \cdot 2^1 + k)$$

$$n \geq 2 \text{ 일 때,}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (3 \cdot 2^n + k) - (3 \cdot 2^{n-1} + k) = 3 \cdot 2^{n-1}(2 - 1) = 3 \cdot 2^{n-1} \dots \textcircled{1}$$

따라서, $n \geq 2$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되려면

$\textcircled{1}$ 이 $n = 1$ 일 때에도 성립해야 하므로

$$3 = 6 + k \quad \therefore k = -3$$

7. 올해 초 학자금 400만원을 대출받아 그 해부터 매년 말에 a 만원씩 갚아서 10년에 걸쳐 모두 상환하려고 한다. 연이율 10%, 1년마다 복리로 계산할 때, a 의 값을 구하여라. (단, $1.1^{10} = 2.6$ 으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 62

해설

올해 말부터 매년 말 a 만원씩 갚는다고 하면 10년에 걸쳐 갚아야할 총 금액은

$$a + a(1 + 0.1) + a(1 + 0.1)^2 + \cdots + a(1 + 0.1)^9$$

$$= \frac{a(1.1^{10} - 1)}{1.1 - 1}$$

$$= \frac{a(2.6 - 1)}{0.1} = \frac{1.6a}{0.1}$$

$$= 16a(\text{만원}) \cdots \text{㉠}$$

한편 400만원의 10년 후의 원리합계는 $400 \times 1.1^{10} = 400 \times 2.6 = 1040(\text{만원})$

㉠와 ㉡이 같아야 하므로

$$16a = 1040 \quad \therefore a = 65$$

따라서 매달 65만원씩 갚아야 한다.