

1. 다음은 어느 빵집에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 크림빵의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 크림빵의 개수의 중앙값이 20, 최빈값이 28일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
크림빵의 개수	14	y	4	18	x	28	21

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

최빈값이 28이므로 $x = 28$ 또는 $y = 28$ 이다.
 $x = 28$ 이라고 하면 4, 14, 18, 21, 28, 28, y 에서 중앙값이 20
이므로 $y = 20$ 이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은
 $20 + 28 = 48$ 이다.

2. 세 수 a, b, c 의 평균이 6 일 때, 5개의 변량 8, $a, b, c, 4$ 의 평균은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$a, b, c \text{의 평균이 } 6 \text{ 이므로 } \frac{a+b+c}{3} = 6$$

$$\therefore a+b+c = 18$$

따라서 5개의 변량 8, $a, b, c, 4$ 의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$$

3. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

- ① 60kg ② 62kg ③ 64kg ④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 x kg 이라고 하면

$$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore x = 136(\text{kg})$$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$$\frac{136}{2} = 68(\text{kg}) \text{ 이다.}$$

4. 5개의 변량 $4, 5, x, 11, y$ 의 평균이 6이고 분산이 8일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 58

해설

5개의 변량의 평균이 6이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (x - 6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(11 - 6)^2 + (y - 6)^2}{5} = 8$$

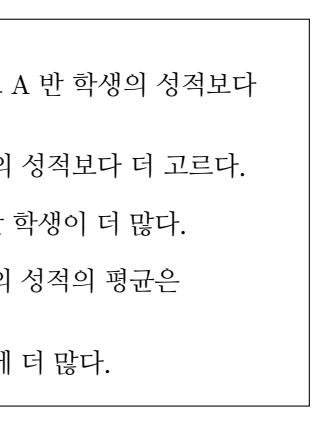
$$4 + 1 + (x - 6)^2 + 25 + (y - 6)^2 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(x + y) + 72 + 30 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 58$$

5. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.)



[보기]

- ① C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
- ② A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
- ③ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
- ④ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
- ⑤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ①

▷ 정답: ④

▷ 정답: ⑤

▷ 정답: ⑥

[해설]

- ⑥ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

6. 변량 x_1, x_2, \dots, x_n 의 평균이 4, 분산이 5일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균을 m , 분산을 n 이라 한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

- ① 50 ② 51 ③ 52 ④ 53 ⑤ 54

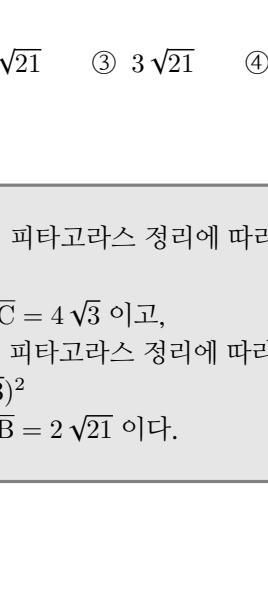
해설

$$(\text{평균}) = 3 \cdot 4 - 5 = 7 = m$$

$$(\text{분산}) = 3^2 \cdot 5 = 45 = n$$

$$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 \overline{AB} 의 길이는?



- ① $\sqrt{21}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $3\sqrt{21}$ ④ $\sqrt{22}$ ⑤ $2\sqrt{22}$

해설

삼각형 ADC에서 피타고라스 정리에 따라

$$8^2 = 4^2 + AC^2$$

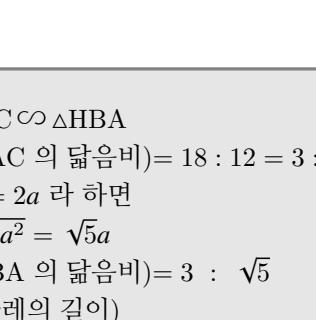
$AC > 0$ 이므로 $AC = 4\sqrt{3}$ 이고,

삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AB}^2 = 6^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 2\sqrt{21}$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\triangle AHC$ 의 둘레의 길이가 12 cm 이고, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 18 cm 일 때, $\triangle ABH$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $6\sqrt{5}$ cm

해설

$$\triangle ABC \sim \triangle HAC \sim \triangle HBA$$

$$(\triangle ABC \text{ 와 } \triangle HAC \text{ 의 닮음비}) = 18 : 12 = 3 : 2$$

$$\overline{BC} = 3a, \overline{AC} = 2a \text{ 라 하면}$$

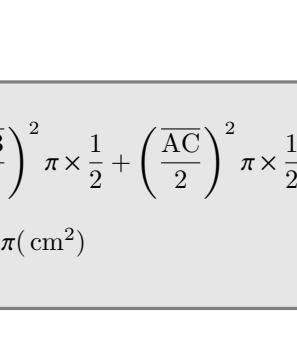
$$\overline{AB} = \sqrt{9a^2 - 4a^2} = \sqrt{5}a$$

$$(\triangle ABC \text{ 와 } \triangle HBA \text{ 의 닮음비}) = 3 : \sqrt{5}$$

$$\therefore (\triangle ABH \text{ 의 둘레의 길이})$$

$$= 18 \times \frac{\sqrt{5}}{3} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$

9. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 직각을 낸 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 $S_1 + S_2$ 의 값을 구하면?

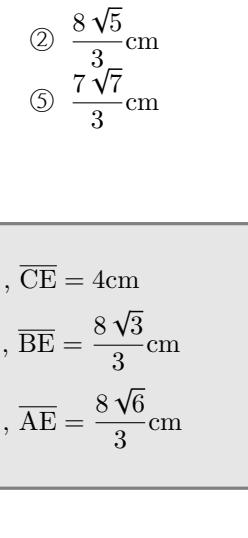


$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \frac{45}{2}\pi \text{cm}^2 & \textcircled{2} \frac{35}{2}\text{cm}^2 \\ \textcircled{4} \frac{15}{2}\pi \text{cm}^2 & \textcircled{5} \frac{5}{2}\pi \text{cm}^2 \end{array} \quad \textcircled{3} \frac{25}{2}\pi \text{cm}^2$$

해설

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8} (\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2) \\ &= \frac{\pi}{8} \times \overline{BC}^2 = \frac{25}{2} \pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{DE} = 2\sqrt{3}$ cm 이고, $\angle DEC = \angle DEB = 30^\circ$, $\overline{AB} = \overline{EB}$ 일 때, \overline{AE} 의 길이는?



$$\textcircled{1} \frac{7\sqrt{5}}{3} \text{cm} \quad \textcircled{2} \frac{8\sqrt{5}}{3} \text{cm} \quad \textcircled{3} \frac{7\sqrt{6}}{3} \text{cm}$$

$$\textcircled{4} \frac{8\sqrt{6}}{3} \text{cm} \quad \textcircled{5} \frac{7\sqrt{7}}{3} \text{cm}$$

해설

$$\overline{DE} : \overline{CE} = \sqrt{3} : 2, \overline{CE} = 4\text{cm}$$

$$\overline{CE} : \overline{BE} = \sqrt{3} : 2, \overline{BE} = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}$$

$$\overline{BE} : \overline{AE} = 1 : \sqrt{2}, \overline{AE} = \frac{8\sqrt{6}}{3}\text{cm}$$

11. 직선 $y = -2x + a$ 를 두 점 A(-1, 7), B(4, b) 가 지날 때, \overline{AB} 의 길이를 구하면?

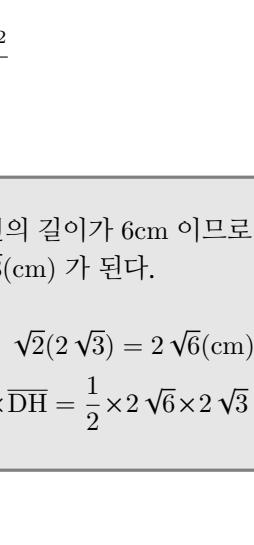
- ① $5\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{7}$ ④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $7\sqrt{5}$

해설

점 A(-1, 7) 을 대입하면 $7 = -2(-1) + a$, $a = 5$ 이다. $y = -2x + 5$ 이고, 점 B(4, b) 를 대입하면

$b = -2(4) + 5$, $b = -3$ 이다. 따라서 \overline{AB} 의 길이를 구하면 $\sqrt{(-1 - 4)^2 + (7 + 3)^2} = 5\sqrt{5}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 6cm인 정육면체에서 $\triangle DHF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $6\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

정육면체의 대각선의 길이가 6cm이므로 한 변의 길이는

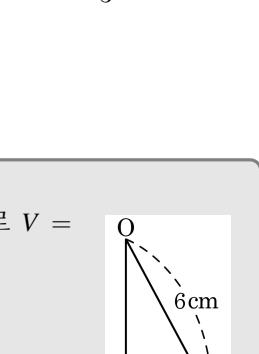
$$6 = \sqrt{3}a, a = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 가 된다.}$$

$$\overline{DH} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\triangle HFG \text{에서 } \overline{FH} = \sqrt{2}(2\sqrt{3}) = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\triangle DHF = \frac{1}{2} \times \overline{FH} \times \overline{DH} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

13. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 4 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 6 cm 인 정사각뿔 O - ABCD 가 있다. 이 정사각뿔의 부피를 구하면?



- ① $16\sqrt{7} \text{ cm}^3$ ② $32\sqrt{7} \text{ cm}^3$ ③ $\frac{16\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$
 ④ $\frac{28\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$ ⑤ $\frac{32\sqrt{7}}{3} \text{ cm}^3$

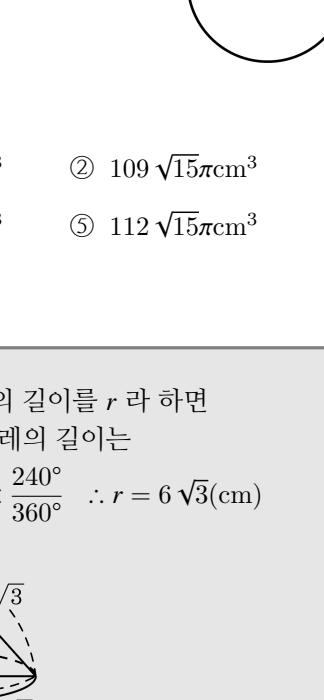
해설

$$\overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7} \text{ cm} \quad \text{므로 } V =$$

$$16 \times 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{7}}{3} (\text{cm}^3) \text{이다.}$$



14. 다음 그림과 같이 원뿔의 모선의 길이가 $9\sqrt{3}$ cm이고 중심각의 크기가 240° 인 부채꼴로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 부피를 구하면?



- ① $108\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ② $109\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ③ $110\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$
 ④ $111\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $112\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면

밑면의 원의 둘레의 길이는

$$2\pi r = 18\sqrt{3}\pi \times \frac{240^\circ}{360^\circ} \quad \therefore r = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

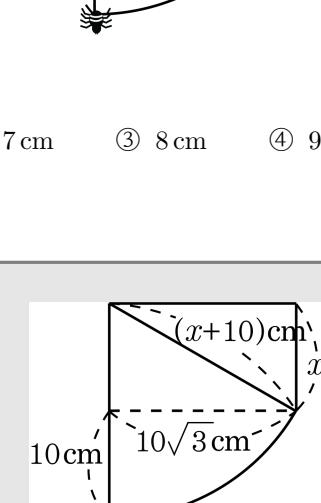


$$\overline{AH}^2 = (9\sqrt{3})^2 - (6\sqrt{3})^2 = 243 - 108 = 135$$

$$\therefore \overline{AH} = 3\sqrt{15}(\text{cm})$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3}\pi \times (6\sqrt{3})^2 \times 3\sqrt{15} = 108\sqrt{15}\pi(\text{cm}^3)$$

15. 천정에 매달려 있던 거미가 먹이를 먹기 위해 그림과 같이 움직였습니다. 먹이가 천정으로부터 떨어져 있는 거리는?



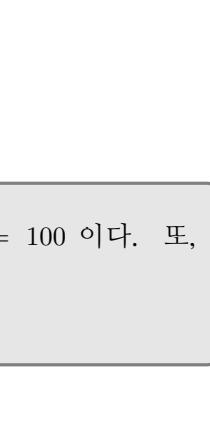
- ① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설



간단하게 그려면 위의 그림과 같으므로 피타고라스 정리에 의해
 $x^2 + (10\sqrt{3})^2 = (x+10)^2$ 이므로,
 $300 = 20x + 100$
 $\therefore x = 10$ 이다.

16. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 \overline{BC} 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC를 그린 것이다. $\overline{BC} = 15$, $\triangle AEC = 50$ 일 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



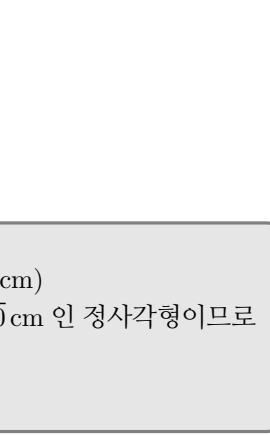
▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{5}$

해설

$\triangle AEC = \triangle AEC = 50^\circ$ 이므로 $\square LMEC = 100^\circ$ 이다. 또,
 $\square BDML = 15^2 - 100 = 125$ 이다.
따라서 $\overline{AB}^2 = 125$ 이므로 $\overline{AB} = 5\sqrt{5}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 합동인 직각 삼각형으로 둘러싸인 $\square BEGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}}$

▷ 정답: $40 \underline{\hspace{2cm}}$

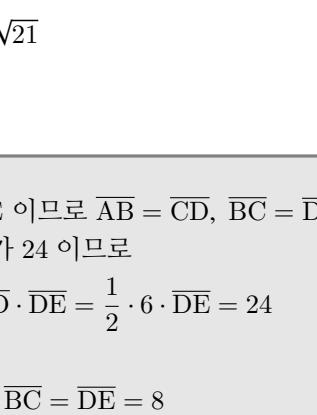
해설

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10} \text{ (cm)}$$

따라서, $\square BEGC$ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{10}$ cm인 정사각형이므로

$$\square BEGC = (2\sqrt{10})^2 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$$

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE의 둘레의 길이는?



- ① $28 + 10\sqrt{2}$
 ② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
 ③ $48 + 10\sqrt{2}$
 ④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$
 ⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.

$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$$

$$\therefore \overline{DE} = 8$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 6, \overline{BC} = \overline{DE} = 8$$

또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로

$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.

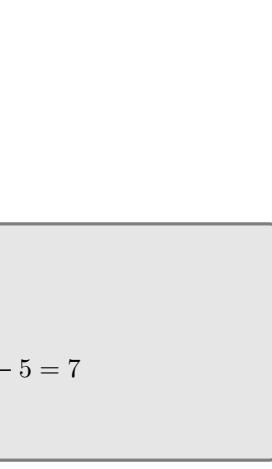
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.

따라서 사다리꼴 둘레의 길이는

$$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$$

19. 다음 그림의 $\square ABCD$ 는 합동인 네 개의 직각삼각형을 붙여 만든 정사각형이다.

$\overline{BC} = 13$, $\overline{CR} = 5$ 일 때, $\square PQRS$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 49

해설

$\triangle ABQ$ 에서 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BQ} = 5$ 이므로

$$\overline{AB}^2 = \overline{BQ}^2 + \overline{AQ}^2 \quad \therefore \overline{AQ} = 12,$$

$$\overline{AP} = 5 \text{ 이므로 } \square PQRS \text{에서 } \overline{PQ} = 12 - 5 = 7$$

$$\therefore \square PQRS = 7 \times 7 = 49$$

20. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이고 \overline{DE} 를 접선으로 점 A 가 점 C 와 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이와 $\triangle ECB$ 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{117}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ 이고
 $\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$(8 - x)^2 = x^2 + 6^2$, $x = \frac{7}{4}$ 이고,

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2$, $\overline{AC} = 10$ 이다.

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{4}$ 이다.

$\triangle EDC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$ 이고,

$\triangle EBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{7}{4} \times 6 = \frac{21}{4}$ 이다.

따라서 합은 $\frac{75}{8} + \frac{21}{4} = \frac{117}{8}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC의 높이 AD를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE의 넓이가 $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?

① $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$

③ $16\sqrt{2}\text{ cm}^2$ ④ $12\sqrt{6}\text{ cm}^2$

⑤ $12\sqrt{2}\text{ cm}^2$



해설

$$\sqrt{AD} = h \text{ cm} \text{ 라 하면},$$

$$|\triangle ADE| = \frac{\sqrt{3}}{4} \times h^2 = 12\sqrt{3}$$

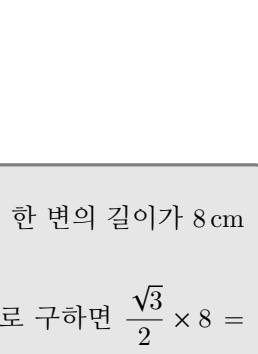
$$\text{따라서, } h = 4\sqrt{3}$$

$$\triangle ABC \text{의 한 변을 } x (\text{cm}) \text{ 로 두면},$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 4\sqrt{3} \text{ 이므로 } x = 8$$

$$\therefore |\triangle ABC| = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{이다.}$$

22. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 cm인 정육각형에 내접하는 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

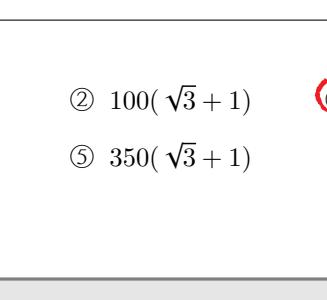
▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육각형을 6개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형이 된다.

정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되므로 구하면 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ (cm) 이다.

23. 다음 조건을 만족하는 \overline{CH} 의 길이를 구하면?



Ⓐ $\overline{AB} = 400$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 45^\circ$

Ⓑ $\overline{CH} \perp \overline{AH}$

- ① $50(\sqrt{3} + 1)$ ② $100(\sqrt{3} + 1)$ ③ $200(\sqrt{3} + 1)$

- ④ $300(\sqrt{3} + 1)$ ⑤ $350(\sqrt{3} + 1)$

해설

$$\overline{CH} = x \text{ 라 하면 } \overline{BH} = x$$

$$\triangle ACH \text{에서 } \overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$$

$$x : (400 + x) = 1 : \sqrt{3}$$

$$400 + x = \sqrt{3}x$$

$$(\sqrt{3} - 1)x = 400$$

$$x = 200(\sqrt{3} + 1)$$

24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm인 정육면체에서 점 M, N은 각각 모서리 \overline{BF} , \overline{DH} 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.

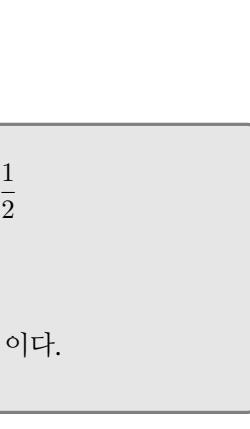
① $50\sqrt{2} \text{ cm}^2$

② $50\sqrt{3} \text{ cm}^2$

③ 100 cm^2

④ $50\sqrt{5} \text{ cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6} \text{ cm}^2$



해설

$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ 이다.}$$

25. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6cm, 모선의 길이가 10cm인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이는?



- ① 3cm ② 45cm ③ 15cm
④ $15\sqrt{3}$ cm ⑤ $\frac{45}{16}$ cm

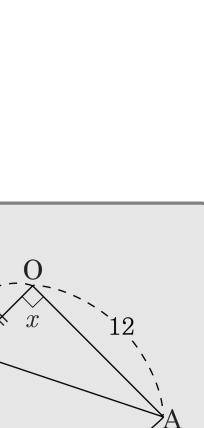
해설

$\overline{AO} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$
내접한 구의 반지름의 길이를 x 라 두면
 $\overline{OP} = x = \overline{HP}$, $\overline{AP} = 8 - x$ 이다.
 $\triangle AHP \sim \triangle AOB$ 이므로 ($\because \angle HAP$ 를 공유)
 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{HP} : \overline{BO}$

$$8 - x : 10 = x : 6$$

$$x = 3 \text{ (cm)}$$

26. 다음 그림은 모선의 길이가 12이고, 반지름의 길이가 3인 원뿔이다. 점 A에서 옆면을 따라 모선 OA의 중점에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $6\sqrt{5}$

해설

$$\text{이 그림에서 } 2\pi \times 12 \times \frac{x}{360^\circ} =$$

$$2\pi \times 3$$

$$\therefore x = 90^\circ$$

$$\triangle OMA \text{ 에서 } \overline{MA} =$$

$$\sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5}$$

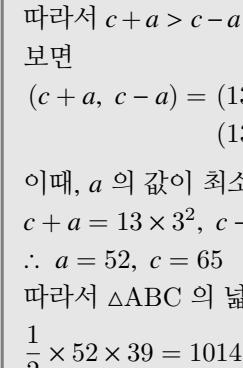


27. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1014

해설



위의 그림의 \overline{AB} 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.

(단, a , c 는 자연수이다.)

$$c^2 = 39^2 + a^2, c^2 - a^2 = 39^2$$

$$(c-a)(c+a) = 3^2 \times 13^2$$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면

a 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c+a > c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a, c-a)$ 로 나타내어 보면

$$(c+a, c-a) = (13^2, 3^2), (13^2 \times 3, 3), \\ (13 \times 3^2, 13), (13^2 \times 3^2, 1)$$

이 때, a 의 값이 최소가 되는 경우는

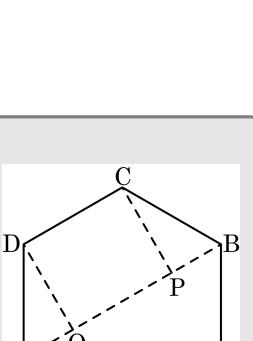
$$c+a = 13 \times 3^2, c-a = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 52, c = 65$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014 \text{ 이다.}$$

28. 다음 그림의 오각형 ABCDE에서 $\angle C = \angle D = 120^\circ$, $\angle E = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 8$, $\overline{AE} = 8\sqrt{3}$ 일 때, 오각형 ABCDE의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $80\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{ED}$, $\angle C = \angle D$ 이므로 $\square BCDE$ 는 등변사다리꼴이다.

점 C, D에서 \overline{BE} 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$$\overline{BP} = \frac{1}{2}\overline{BC} \text{이고 } \overline{PC} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BC}$$

$$\triangle BCD \text{에서 } \overline{BD} = \overline{AE} = 8\sqrt{3},$$

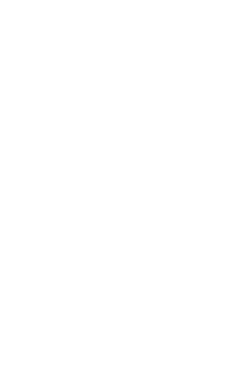
$\angle CDB = 30^\circ$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 8$ 이므로

$$\therefore \overline{BP} = \frac{1}{2} \times 8 = 4, \overline{PC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$$

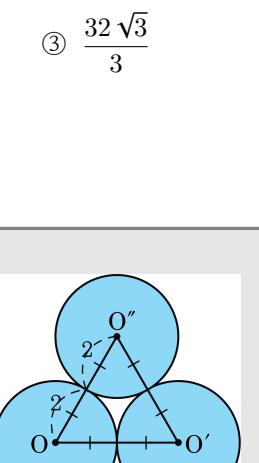
$$\therefore \overline{BE} = \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QE} = 4 + 8 + 4 = 16$$

따라서 오각형 ABCDE의 넓이는 삼각형 ABE의 넓이와 등변사다리꼴 BCDE의 넓이의 합이다.

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABE + \square BCDE &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} + \frac{1}{2} \\ &\quad \times (16 + 8) \times 4\sqrt{3} \\ &= 80\sqrt{3} \end{aligned}$$



29. 다음 그림과 같이 한 개의 평면 위에 반지름이 2 인 세 개의 구를 2 개씩 외접하도록 놓고 그 위에 반지름이 같은 구를 한 개 더 놓는다. 이 때, 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체의 부피는?



$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \frac{4\sqrt{2}}{3} & \textcircled{2} \frac{64\sqrt{2}}{3} & \textcircled{3} \frac{32\sqrt{3}}{3} \\ \textcircled{4} \frac{16\sqrt{3}}{3} & \textcircled{5} \frac{16\sqrt{2}}{3} & \end{array}$$

해설

반지름이 2 인 세 개의 구의 중심을 이은 도형은 길이가 4 인 정삼각형이며 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체는 정사면체이다.



따라서 정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 4^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이다.