

1. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

2. 두 조건 $p : |x - 1| = 2$, $q : x^2 + 2x + 1 = 0$ 에서 p 는 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

주어진 조건의 진리집합이
 $P = \{-1, 3\}$, $Q = \{-1\}$ 이므로 $Q \subset P$

3. 다음에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단, a, b 는 실수)

- ㉠ $p : A \cup B = B, q : A \subset B$
- ㉡ $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$ 이고 $b = 0$
- ㉢ $p : a^2 = b^2, q : a = b$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $p : a^2 = b^2 \leftarrow q : a = b$
 $\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건

4. 두 실수 a, b 에 대하여 두 등식 $a + b = |a + b|$, $|a + b| = |a| + |b|$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

① $a + b \geq 0$

② $a \geq 0$ 이고 $b \geq 0$

③ $a \geq 0$ 또는 $b \geq 0$

④ $ab \geq 0$

⑤ $ab \leq 0$

해설

$$a + b = |a + b|, |a + b| = |a| + |b| \Rightarrow a + b = |a| + |b|$$

$$\therefore a \geq 0 \text{이고 } b \geq 0$$

5. 다음 중 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? (단, x, y 는 실수)

① $p : x > 0$ 이고 $y > 0, q : xy > 0$

② $p : x > 1, q : x > 2$

③ $p : x^2 \leq 0, q : x = 0$

④ $p : x^2 - x - 2 = 0, q : x = 2$

⑤ $p : x + y$ 는 짝수, $q : x$ 와 y 는 짝수

해설

① p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아니다.

②, ④, ⑤ p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아니다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 두 조건 p, q 는 $p : (A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$ $q : [\quad]$ 이고, p 가 q 이기 위한 필요충분조건일 때, $[\quad]$ 의 내용으로 알맞은 것은?

① $A = \emptyset$

② $A = B$

③ $A \subset B$

④ $B \subset A$

⑤ $B = \emptyset$

해설

$(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$ 이 성립하려면, $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 즉, $A = B$ 일 때이다.

7. x, y 가 실수일 때, 다음 중에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분인 것은?
- ① $p : x + y \geq 2, q : x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$
 - ② $p : x + y$ 는 유리수이다., $q : x, y$ 는 유리수이다.
 - ③ $p : xy > x + y > 4, q : x > 2$ 이고 $y > 2$
 - ④ $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1$ 이고 $y > 1$
 - ⑤ $p : xyz = 0, q : xy = 0$

해설

- ① $p : x + y \geq 2 \Rightarrow q : x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$ (반례 : $x = 2, y = -1$)
- ② $p : x + y$ 는 유리수이다. $\Rightarrow q : x, y$ 는 유리수이다. (반례 : $x = 1 - \sqrt{2}, y = 1 + \sqrt{2}$)
- ③ $p : xy > x + y > 4 \Rightarrow q : x > 2$ 이고 $y > 2$ (반례 : $x = 4, y = 2$)
- ④ $p : xy + 1 > x + y > 2 \Leftrightarrow q : x > 1$ 이고 $y > 1$
- ⑤ $p : xyz = 0 \Rightarrow q : xy = 0$ (반례 : $x = 1, y = 1, z = 0$)

8. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 0$ 이기 위한 필요충분조건을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠ $xy = 0$

㉡ $x = y = 0$

㉢ $|x| + |y| = 0$

㉣ $(x + y)(x - y) = 0$

㉤ $(x + y)^2 + (x - y)^2 = 0$

㉥ $|x + y| = |x - y|$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉥

④ ㉡, ㉣, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

$x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

㉠ $x = 0$ 또는 $y = 0$

㉡, ㉢ $x = y = 0$

㉣ $x = -y$ 또는 $x = y$

㉤ $x + y = 0, x - y = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

㉥ $x + y = x - y$ 또는 $x + y = -x + y$

$\Leftrightarrow x = 0$ 또는 $y = 0$

따라서, 보기중 $x^2 + y^2 = 0$ 이기 위한 필요충분조건은 ㉡, ㉢, ㉤이다.

9. 다음 보기중 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분조건이 되는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $p : xy > 0, q : |x| + |y| = |x + y|$
- ㉡ $p : xy < 0, q : |x| + |y| > |x + y|$
- ㉢ $p : xy \leq 0, q : ||x| - |y|| = |x + y|$
- ㉤ $p : x^2 > y^2, q : x^3 > y^3$
- ㉥ $p : \text{임의의 실수 } a \text{ 에 대하여 } ax + y = 0,$
 $q : |x| + |y| = 0$

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

- ㉠ (반례) $x = 1, y = 0$
- ㉡은 x 또는 y 가 0 보다 작을 때 $q : |x| + |y| > |x + y|$ 의 식에서 x, y 값이 하나가 음수이므로 우변의 절댓값이 적어지기 때문에 성립하고 역 역시 성립한다.
- ㉢에서는 위의 조건 p 에서 0 과 같은 경우가 추가되는데, 이는 한 가지 수가 음수이므로 그 수들의 차와 절댓값을 붙인 수가 양변에 같게 된다. 따라서 성립한다.
- ㉤ (반례) $x = -3, y = 1$
- ㉥ 조건 p, q 모두 $x = 0$ 이고 $y = 0$

10. $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건으로
알맞은 것은?

- ① $A \cap B^c = \emptyset$ ② $B \cap A^c = \emptyset$ ③ $A = B$
④ $A \cap B = \emptyset$ ⑤ $A \cup B = A$

해설

$\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B$
 $= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B$
 $= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B$
 $= A \cap B = A$
 $\therefore A \subset B$ 이므로 $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A \subset B$ 이므로 필요충분조건은
①이다.

11. 두 집합 P, Q 는 각각 조건 p, q 를 만족하는 원소들의 집합이고, 두 집합 P, Q 에 대하여 $P - (P - Q) = P$ 가 성립할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
② p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
④ p 는 q 이기 위한 충분조건 또는 필요조건이다.
⑤ p 는 q 이기 위한 아무조건도 아니다.

해설

$$\begin{aligned} P - (P - Q) &= P - (P \cap Q^c) = P \cap (P \cap Q^c)^c \\ &= P \cap (P^c \cup Q) = (P \cap P^c) \cup (P \cap Q) = P \cap Q = P \end{aligned}$$

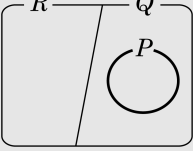
이므로 $P \subset Q$ 이고 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

12. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. p 는 q 이기 위한 충분조건이고 $\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $R \cap Q = R$
- ② $R \cup Q = R$
- ③ $P \cap Q = \emptyset$
- ④ $P \cup R = R$
- ⑤ $P \cap R = \emptyset$

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$
 $\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건이므로 $R^c = Q$
따라서, 세 집합의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같으므로



$\therefore P \cap R = \emptyset$

14. 전체집합 U 에 대하여 두 집합이 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid x \leq -1\}$ 일 때, 주어진 조건 또는 명제를 집합으로 바르게 표현한 것은?

- ① 조건: $x < 3$, 집합표현: A^c
- ② 조건: $x \geq -1$, 집합표현: B^c
- ③ 조건: $-1 < x \leq 3$, 집합표현: $(A \cap B)^c$
- ④ 명제: $x > 3 \rightarrow x > -1$, 집합표현: $A \subset B^c$
- ⑤ 조건: $x \leq 3$ 또는 $x > -1$, 집합표현: $(A \cup B)^c$

해설

- ① A^c 은 $x \leq 3$ 이다.
- ② B^c 은 $x > -1$ 이다.
- ③ $(A \cap B)^c$ 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 $(A \cap B)^c$ 은 전체집합 U 이다.
- ⑤ $(A \cup B)^c$ 은 $-1 < x \leq 3$ 이다.

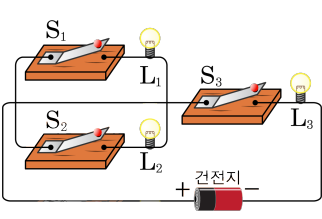
15. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P \cup (Q - P) = P$ 인 관계가 성립한다면 q 는 p 이기 위한 무슨 조건인가?
- ① p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 - ② q 는 p 이기 위한 충분조건이다.
 - ③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 - ④ q 는 p 이기 위한 필요조건이다.
 - ⑤ q 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

해설

$$\begin{aligned} P \cup (Q - P) &= P \cup (Q \cap P^c) \\ &= (P \cup Q) \cap (P \cup P^c) \\ &= (P \cup Q) \cap U \\ &= P \cup Q \end{aligned}$$

에서 $P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$
따라서, q 는 p 이기 위한 충분조건이다.

16. 다음 그림과 같은 스위치 회로에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

- ㉠ 스위치 S_1, S_2, S_3 가 모두 닫히는 것은 전구 L_1 이 켜지기 위한 충분조건이다.
- ㉡ 스위치 S_2 와 S_3 가 모두 닫히는 것은 전구 L_3 가 켜지기 위한 필요조건이다.
- ㉢ 스위치 S_2 또는 S_3 가 닫히는 것은 전구 L_2 와 L_3 가 모두 켜지기 위한 필요충분 조건이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉢
- ④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

- ㉡ 충분
- ㉢ 관계성립하는 경우가 아님

17. 다음 중 명제 $|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta|$ 의 필요조건이기는 하지만 충분조건은 아닌 것을 찾으면? (단, α, β 는 실수)

① $\alpha\beta < 1$

② $\alpha\beta = -1$

③ $\alpha\beta = 0$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$

⑤ $\alpha^2 - \beta^2 = 0$

해설

$$|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta| \rightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 \rightarrow -2\alpha\beta = 2\alpha\beta \rightarrow \alpha\beta = 0$$

0 은 1 보다 작으므로 $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha\beta < 1$ 라고 말할 수 있다.

따라서, $\alpha\beta < 1$ 는 $\alpha\beta = 0$ 의 필요조건이다.

18. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 실수이다.)

- ㉠ $p : |a| + |b| = 0 \quad q : ab = 0$

㉡ $p : (a - b)(b - c) = 0 \quad q : (a - b)^2 + (b - c)^2 = 0$

㉢ $p : 0 < x < y \quad q : x^2 < y^2$

㉤ $p : x < y \quad q : [x] < [y]$ (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $p : |a| + |b| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 이고 $b = 0 \quad q : ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 또는 $b = 0 \therefore p \Rightarrow q$ 이고 $p \nLeftarrow q$ 이므로 만족
㉡ $p : (a - b)(b - c) = 0 \quad a = b$ 또는 $b = c \quad q : a = b$ 그리고 $b = c \therefore p \nRightarrow q$ 이고 $p \Leftarrow q$ 이므로 필요조건만 만족한다.
㉢ $p \Rightarrow q$ ($\because x, y$ 모두 양수) $p \nLeftarrow q$ ($\because x, y$ 모두 음수이거나 서로 부호가 다를 때 참이 아닐 수 있다.) $\therefore$ 만족
㉤ $p \nRightarrow q$ ($\because x = 1, y = 1.5$ 일 때 $[1] = [1.5] = 1$ 일 수 있다.) $p \Leftarrow q$ 이므로 필요조건만 만족

19. 다음은 a, b 가 실수일 때, 보기 중에서 서로 동치인 것끼리 짝지어 놓은 것이다. 옳지 않은 것은?

보기

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| ㉠ $ab = 0$ | ㉡ $a^2 + b^2 = 0$ |
| ㉢ $a^2 + b^2 > 0$ | ㉣ $a = 0$ 이고 $b = 0$ |
| ㉤ $a = 0$ 또는 $b = 0$ | ㉥ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$ |
| ㉦ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ | ㉧ $ab = 0$ 이고 $b \neq 0$ |
| ㉨ $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ | |

- ① ㉠과 ㉤ ② ㉡와 ㉣ ③ ㉢과 ㉦
- ④ ㉤와 ㉧ ⑤ ㉣과 ㉨

해설

$ab \leftrightarrow a = 0$ 또는 $b = 0$
 $a^2 + b^2 \leftrightarrow a = 0$ 이고 $b = 0$
 $a^2 + b^2 > 0 \leftrightarrow a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$
 $ab = 0$ 이고 $b \neq 0 \leftrightarrow a = 0$ 이고 $b \neq 0$

20. 집합 A, B, C 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

- ① $p : (A \cap B) \subset (A \cup B), q : A = B$
- ② $p : A \cap (B \cap C) = A, q : A \cup (B \cup C) = B \cup C$
- ③ $p : A \cup (B \cap C) = A, q : A \cap (B \cup C) = B \cup C$
- ④ $p : A \cup B = A, q : B = \phi$
- ⑤ $p : A \cup (B - A) = B, q : A \subset B$

해설

- ① $(A \cap B) \subset (A \cup B) \Leftarrow A = B$: 필요조건
- ② $p : A \cap (B \cap C) = A \subset (B \cap C)$
 $q : A \cup (B \cup C) = B \cup C \Leftrightarrow A \subset (B \cup C)$
 $A \subset (B \cap C) \Rightarrow A \subset (B \cup C)$: 충분조건
- ③ $p : A \cup (B \cap C) = A \Leftrightarrow (B \cap C) \subset A$
 $q : A \cap (B \cup C) = B \cup C \Leftrightarrow (B \cup C) \subset A$
 $(B \cap C) \subset A \Leftarrow (B \cup C) \subset A$: 필요조건
- ④ $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$
 $B \subset A \Leftarrow B = \emptyset$: 필요조건
- ⑤ $p : A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A^c) = A \cup B = B$
 $q : A \cup (B - A) = B \Leftrightarrow (A \cup B) = B$
 $\Leftrightarrow A \subset B \therefore P \Leftrightarrow Q$: 필요충분조건

22. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim q$ 가 p 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P^c \subset Q$

② $Q \subset P$

③ $Q - P = \phi$

④ $P - Q = P$

⑤ $P - Q = \phi$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 이므로 진리집합으로 표현하면, $P \subset Q^c$ 이다.
즉, $P \cap Q^c = P \Rightarrow P - Q = P$

23. 전체집합 U 의 임의의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 <보기>의 (가), (나)에 들어갈 것을 순서대로 나열한 것은?

보기

- (1) $A \subset B$ 는 $A - B = \emptyset$ 이 되기 위한 조건이다.
- (2) $B = C$ 는 $A \cup B = A \cup C$ 이 되기 위한 조건이다.

- ① 필요, 필요충분
- ② 필요, 필요
- ③ 필요충분, 필요충분
- ④ 필요충분, 충분
- ⑤ 충분, 필요충분

해설

(1)은 명제, 역 모두 성립하는 필요충분조건이고,
(2)는 역일 경우에 성립하지 않는 경우가 있으므로 충분조건이다.
(반례) 역의 경우에서 $A \supset B, A \supset C, B \subset C$ 이면 성립하지 않는다.

24. 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단, a, b, c 는 실수)

- ㉠ a, b, c 중 적어도 하나는 1보다 크다.
- ㉡ a, b, c 의 최댓값이 1보다 크다.
- ㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크다.

- ① 필요, 충분, 필요충분
- ② 충분, 필요충분, 충분
- ③ 필요, 필요충분, 충분
- ④ 충분, 필요, 필요충분
- ⑤ 필요, 필요, 충분

해설

㉠ $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이면, $a-1, b-1, c-1$ 중 하나 또는 셋이 양수이므로 필요조건 역으로 $a=2, b=2, c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$ 이므로 충분조건은 아니다.
∴ 필요조건

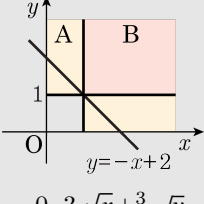
㉡ $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이면 a, b, c 중 하나 또는 셋이 1보다 크므로 최댓값은 1보다 크다. 역으로 $a=2, b=2, c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$ 이므로 충분조건은 아니다.
∴ 필요조건

㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크면 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이므로 충분조건 역으로 $a=2, b=0, c=0$ 이면 최솟값은 0이므로 필요조건은 아니다.
∴ 충분조건

25. x, y 가 실수일 때, 다음 조건 중에서 조건 A 가 조건 B 이기 위한 필요충분조건인 것은?
- ① $A : x + y > 2 \quad B : x > 1$ 이고 $y > 1$
 - ② $A : |x| + |y| = 0 \quad B : \sqrt[3]{x} + 3\sqrt{y} = 0$
 - ③ $A : x + y > 0$ 이고 $xy > 0 \quad B : x > 0$ 이고 $y > 0$
 - ④ $A : xy > x + y > 4 \quad B : x > 2$ 이고 $y > 2$
 - ⑤ $A : x + y > 2 \quad B : x > 2$ 또는 $y > 1$

해설

① 그림에서 이다. 즉, $B \subset A$ 이므로 A 는 B 이기 위한 필요조건



② $|x| + |y| = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0, y = 0, 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 0$ 을 만족시키는 x, y 는 $x = 0, y = 0$ 이외에도 $x = 8, y = -8, \dots$ 등이 있다. $\therefore A \overset{\circ}{\leftarrow} B$ (충분조건)

③ A 는 x 축, y 축을 제외한 제1 사분면을 나타 내므로 B 와 동치이다.

④ $\therefore A \overset{\circ}{\leftarrow} B$ 이다.(필요조건) (반례) $x = 4, y = \frac{3}{2}$ 이다.

$xy > x + y > 4$ 이지만, $x > 2, y < 2$ 이다.

⑤ (충분조건) (반례) $x = 3, y = -4$ 는 B 를 만족 시키지만 A 를 만족시키지 않는다. $\therefore A \overset{\circ}{\leftarrow} B$

26. 다음 중 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은 몇 개인가?

- ㉠ $p : xy = |xy|, q : x > 0, y > 0$

㉡ $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1, y > 1$

㉢ $p : xy = 0, q : |x - y| = |x + y|$

㉤ $p : |x| + |y| > |x + y|, q : x + y \geq 2$

㉥ $p : x \geq 1, y \geq 1, q : x + y \geq 2$

㉦ $p : x + y = 0, xy = 0, q : x = 0, y = 0$

㉧ $p : x + y\sqrt{2} = 0, q : x = y = 0$ (x, y 는 유리수)

㉨ $p : |x| = |y|, q : x^2 = y^2$

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

㉠ ㉡ ㉢ ㉤ ㉥ ㉦ ㉧ ㉨