

1. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $(A \cup B) - A = \emptyset$  가 성립하기 위한 필요충분조건은?

①  $A \subset B$

②  $A \cap B = \emptyset$

③  $A \cap B = A$

④  $A \cup B = A$

⑤  $A \cup B = U$

해설

$B$  집합이  $A$  집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

2. 두 조건  $p : |x - 1| = 2$ ,  $q : x^2 + 2x + 1 = 0$  에서  $p$  는  $q$  이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

주어진 조건의 진리집합이

$$P = \{-1, 3\}, Q = \{-1\} \text{ 이므로 } Q \subset P$$

3. 다음에서 조건  $p$ 가 조건  $q$ 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단,  $a, b$ 는 실수)

㉠  $p : A \cup B = B, q : A \subset B$

㉡  $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$  이고  $b = 0$

㉢  $p : a^2 = b^2, q : a = b$

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$$\text{㉢ } p : a^2 = b^2 \leftarrow q : a = b$$

$\therefore p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건

4. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 등식  $a + b = |a + b|$ ,  $|a + b| = |a| + |b|$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

①  $a + b \geq 0$

②  $a \geq 0$ 이고  $b \geq 0$

③  $a \geq 0$  또는  $b \geq 0$

④  $ab \geq 0$

⑤  $ab \leq 0$

해설

$$a + b = |a + b|, |a + b| = |a| + |b| \Rightarrow a + b = |a| + |b|$$

$$\therefore a \geq 0 \text{이고 } b \geq 0$$

5. 다음 중 조건  $p$ 가 조건  $q$ 이기 위한 필요충분조건인 것은? (단,  $x, y$ 는 실수)

①  $p : x > 0$  이고  $y > 0$ ,  $q : xy > 0$

②  $p : x > 1$ ,  $q : x > 2$

③  $p : x^2 \leq 0$ ,  $q : x = 0$

④  $p : x^2 - x - 2 = 0$ ,  $q : x = 2$

⑤  $p : x + y$ 는 짝수,  $q : x$ 와  $y$ 는 짝수

해설

①  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아니다.

②, ④, ⑤  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아니다.

6. 두 집합  $A, B$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 는  $p : (A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$   $q : [ \quad ]$  이고,  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건일 때,  $[ \quad ]$ 의 내용으로 알맞은 것은?

①  $A = \emptyset$

②  $A = B$

③  $A \subset B$

④  $B \subset A$

⑤  $B = \emptyset$

해설

$(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$ 이 성립하려면,  $(A \cup B) \subset (A \cap B)$  즉,  $A = B$  일 때이다.

7.  $x, y$ 가 실수일 때, 다음 중에서 조건  $p$ 가 조건  $q$ 이기 위한 필요충분인 것은?

①  $p : x + y \geq 2, q : x \geq 1$  또는  $y \geq 1$

②  $p : x + y$ 는 유리수이다.,  $q : x, y$ 는 유리수이다.

③  $p : xy > x + y > 4, q : x > 2$ 이고  $y > 2$

④  $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1$ 이고  $y > 1$

⑤  $p : xyz = 0, q : xy = 0$

### 해설

①  $p : x + y \geq 2 \Rightarrow q : x \geq 1$  또는  $y \geq 1$  (반례 :  $x = 2, y = -1$ )

②  $p : x + y$ 는 유리수이다.  $\Rightarrow q : x, y$ 는 유리수이다. (반례 :  $x = 1 - \sqrt{2}, y = 1 + \sqrt{2}$ )

③  $p : xy > x + y > 4 \Rightarrow q : x > 2$  이고  $y > 2$  (반례 :  $x = 4, y = 2$ )

④  $p : xy + 1 > x + y > 2 \Leftrightarrow q : x > 1$  이고  $y > 1$

⑤  $p : xyz = 0 \Rightarrow q : xy = 0$  (반례 :  $x = 1, y = 1, z = 0$ )

8. 두 실수  $x, y$  에 대하여  $x^2 + y^2 = 0$  이기 위한 필요충분조건을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠  $xy = 0$

㉡  $x = y = 0$

㉢  $|x| + |y| = 0$

㉣  $(x + y)(x - y) = 0$

㉤  $(x + y)^2 + (x - y)^2 = 0$

㉥  $|x + y| = |x - y|$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉥

④ ㉡, ㉤, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

$$x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$$

㉠  $x = 0$  또는  $y = 0$

㉡, ㉢  $x = y = 0$

㉣  $x = -y$  또는  $x = y$

㉤  $x + y = 0, x - y = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

㉥  $x + y = x - y$  또는  $x + y = -x + y$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ 또는 } y = 0$$

따라서, 보기중  $x^2 + y^2 = 0$  이기 위한 필요충분조건은 ㉡, ㉢, ㉤이다.

9. 다음 보기중 조건  $p$  가 조건  $q$  이기 위한 필요충분조건이 되는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $p : xy > 0, q : |x| + |y| = |x + y|$   
 ㉡  $p : xy < 0, q : |x| + |y| > |x + y|$   
 ㉢  $p : xy \leq 0, q : ||x| - |y|| = |x + y|$   
 ㉤  $p : x^2 > y^2, q : x^3 > y^3$   
 ㉥  $p : \text{임의의 실수 } a \text{ 에 대하여 } ax + y = 0,$   
 $q : |x| + |y| = 0$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉠ (반례)  $x = 1, y = 0$

㉡은  $x$  또는  $y$  가 0 보다 작을 때  $q : |x| + |y| > |x + y|$  의 식에서  $x, y$  값이 하나가 음수이므로 우변의 절댓값이 적어지기 때문에 성립하고 역 역시 성립한다.

㉢에서는 위의 조건  $p$ 에서 0 과 같은 경우가 추가되는데, 이는 한 가지 수가 음수이므로 그 수들의 차와 절댓값을 붙인 수가 양변에 같게 된다. 따라서 성립한다.

㉤ (반례)  $x = -3, y = 1$

㉥ 조건  $p, q$  모두  $x = 0$ 이고  $y = 0$

10.  $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$  가 성립하기 위한 필요충분조건으로 알맞은 것은?

①  $A \cap B^c = \emptyset$

②  $B \cap A^c = \emptyset$

③  $A = B$

④  $A \cap B = \emptyset$

⑤  $A \cup B = A$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B \\ &= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B \\ &= A \cap B = A \end{aligned}$$

$\therefore A \subset B$ 이므로  $A \cap B^c = \emptyset$ 이면  $A \subset B$ 이므로 필요충분조건은 ①이다.

11. 두 집합  $P, Q$  는 각각 조건  $p, q$  를 만족하는 원소들의 집합이고, 두 집합  $P, Q$  에 대하여  $P - (P - Q) = P$  가 성립할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.
- ②  $p$  는  $q$  이기 위한 필요조건이다.
- ③  $p$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건이다.
- ④  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건 또는 필요조건이다.
- ⑤  $p$  는  $q$  이기 위한 아무조건도 아니다.

해설

$$P - (P - Q) = P - (P \cap Q^c) = P \cap (P \cap Q^c)^c$$
$$= P \cap (P^c \cup Q) = (P \cap P^c) \cup (P \cap Q) = P \cap Q = P$$
 이므로  $P \subset Q$  이고  $p \Rightarrow q$  이므로  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.

12. 세 조건  $p, q, r$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q, R$  라 하자.  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이고  $\sim r$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $R \cap Q = R$

②  $R \cup Q = R$

③  $P \cap Q = \emptyset$

④  $P \cup R = R$

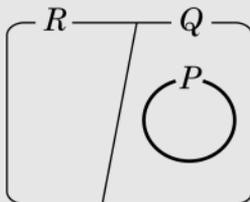
⑤  $P \cap R = \emptyset$

해설

$p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이므로  $P \subset Q$

$\sim r$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건이므로  $R^c = Q$

따라서, 세 집합의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같으므로



$\therefore P \cap R = \emptyset$

13. 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건  $p$  는  $q$  이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

▶ 답: 조건

▶ 정답: 충분조건

해설

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

$$\{P \cap (Q \cup Q^c)\} \cap Q = P$$

$$(P \cap U) \cap Q = P$$

$$P \cap Q = P$$

$$P \subset Q$$

$$\therefore p \Rightarrow q$$

따라서,  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.

14. 전체집합  $U$ 에 대하여 두 집합이  $A = \{x \mid x > 3\}$ ,  $B = \{x \mid x \leq -1\}$  일 때, 주어진 조건 또는 명제를 집합으로 바르게 표현한 것은?

① 조건:  $x < 3$ , 집합표현:  $A^c$

② 조건:  $x \geq -1$ , 집합표현:  $B^c$

③ 조건:  $-1 < x \leq 3$ , 집합표현:  $(A \cap B)^c$

④ 명제:  $x > 3 \rightarrow x > -1$ , 집합표현:  $A \subset B^c$

⑤ 조건:  $x \leq 3$  또는  $x > -1$ , 집합표현:  $(A \cup B)^c$

#### 해설

①  $A^c$  은  $x \leq 3$  이다.

②  $B^c$  은  $x > -1$  이다.

③  $(A \cap B)^c$  에서  $A \cap B = \emptyset$  이므로  $(A \cap B)^c$  은 전체집합  $U$ 이다.

⑤  $(A \cup B)^c$  은  $-1 < x \leq 3$ 이다.

15. 전체집합  $U$  에 대하여 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 할 때,  $P \cup (Q - P) = P$  인 관계가 성립한다면  $q$  는  $p$  이기 위한 무슨 조건인가?

- ①  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.
- ②  $q$  는  $p$  이기 위한 충분조건이다.
- ③  $p$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건이다.
- ④  $q$  는  $p$  이기 위한 필요조건이다.
- ⑤  $q$  는  $p$  이기 위한 필요충분조건이다.

해설

$$\begin{aligned} P \cup (Q - P) &= P \cup (Q \cap P^c) \\ &= (P \cup Q) \cap (P \cup P^c) \\ &= (P \cup Q) \cap U \\ &= P \cup Q \end{aligned}$$

에서  $P \cup Q = P$  이므로  $Q \subset P$  따라서,  $q$  는  $p$  이기 위한 충분조건이다.



17. 다음 중 명제  $|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta|$  의 필요조건이기는 하지만 충분조건은 아닌 것을 찾으려면? (단,  $\alpha, \beta$  는 실수)

①  $\alpha\beta < 1$

②  $\alpha\beta = -1$

③  $\alpha\beta = 0$

④  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$

⑤  $\alpha^2 - \beta^2 = 0$

해설

$$|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta| \rightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 \rightarrow -2\alpha\beta = 2\alpha\beta \\ \rightarrow \alpha\beta = 0$$

0 은 1 보다 작으므로  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha\beta < 1$  라고 말할 수 있다.  
따라서,  $\alpha\beta < 1$  는  $\alpha\beta = 0$  의 필요조건이다.

18. 다음 중  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면? ( 단,  $a, b, c$  는 실수이다. )

㉠  $p : |a| + |b| = 0 \quad q : ab = 0$

㉡  $p : (a-b)(b-c) = 0 \quad q : (a-b)^2 + (b-c)^2 = 0$

㉢  $p : 0 < x < y \quad q : x^2 < y^2$

㉣  $p : x < y \quad q : [x] < [y]$  (단,  $[x]$  는  $x$  보다 크지 않은 최대의 정수)

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

### 해설

㉠  $p : |a| + |b| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 이고  $b = 0 \quad q : ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$  또는  $b = 0 \therefore p \Rightarrow q$  이고  $p \not\Leftarrow q$  이므로 만족

㉡  $p : (a-b)(b-c) = 0 \quad a = b$  또는  $b = c \quad q : a = b$  그리고  $b = c \therefore p \not\Rightarrow q$ 이고  $p \Leftarrow q$  이므로 필요조건만 만족한다.

㉢  $p \Rightarrow q$  ( $\because x, y$  모두 양수)  $p \not\Leftarrow q$  ( $\because x, y$  모두 음수이거나 서로 부호가 다를 때 참이 아닐 수 있다.)  $\therefore$  만족

㉣  $p \not\Rightarrow q$  ( $\because x = 1, y = 1.5$  일 때  $[1] = [1.5] = 1$ 일 수 있다.)  $p \Leftarrow q$  이므로 필요조건만 만족

19. 다음은  $a, b$  가 실수일 때, 보기 중에서 서로 동치인 것끼리 짝지어 놓은 것이다. 옳지 않은 것은?

보기

㉠  $ab = 0$

㉡  $a^2 + b^2 = 0$

㉢  $a^2 + b^2 > 0$

㉣  $a = 0$  이고  $b = 0$

㉤  $a = 0$  또는  $b = 0$

㉥  $a = 0$  이고  $b \neq 0$

㉦  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$

㉧  $ab = 0$  이고  $b \neq 0$

㉨  $a \neq 0$  이고  $b \neq 0$

① ㉠과 ㉢

② ㉡와 ㉣

③ ㉢과 ㉦

④ ㉤와 ㉧

⑤ ㉢과 ㉨

해설

$ab \leftrightarrow a = 0$  또는  $b = 0$

$a^2 + b^2 \leftrightarrow a = 0$  이고  $b = 0$

$a^2 + b^2 > 0 \leftrightarrow a \neq 0$  또는  $b \neq 0$

$ab = 0$  이고  $b \neq 0 \leftrightarrow a = 0$  이고  $b \neq 0$

20. 집합  $A, B, C$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건인 것은?

①  $p: (A \cap B) \subset (A \cup B), q: A = B$

②  $p: A \cap (B \cap C) = A, q: A \cup (B \cup C) = B \cup C$

③  $p: A \cup (B \cap C) = A, q: A \cap (B \cup C) = B \cup C$

④  $p: A \cup B = A, q: B = \phi$

⑤  $p: A \cup (B - A) = B, q: A \subset B$

### 해설

①  $(A \cap B) \subset (A \cup B) \Leftarrow A = B$ : 필요조건

②  $p: A \cap (B \cap C) = A \subset (B \cap C)$

$q: A \cup (B \cup C) = B \cup C \Leftrightarrow A \subset (B \cup C)$

$A \subset (B \cap C) \Rightarrow A \subset (B \cup C)$ : 충분조건

③  $p: A \cup (B \cap C) = A \Leftrightarrow (B \cap C) \subset A$

$q: A \cap (B \cup C) = B \cup C \Leftrightarrow (B \cup C) \subset A$

$(B \cap C) \subset A \Leftarrow (B \cup C) \subset A$ : 필요조건

④  $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$

$B \subset A \Leftarrow B = \emptyset$ : 필요조건

⑤  $p: A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A^c) = A \cup B = B$

$q: A \cup (B - A) = B \Leftrightarrow (A \cup B) = B$

$\Leftrightarrow A \subset B \therefore P \Leftrightarrow Q$ : 필요충분조건

21. 두 조건  $p_n, q_n (n = 1, 2)$ 에 대하여  $P_n = \{x|x \text{는 } p_n \text{을 만족한다.}\}$ ,  $Q_n = \{x|x \text{는 } q_n \text{을 만족한다.}\}$  이고,  $p_1$  은  $p_2$  이기 위한 필요조건,  $q_n$  은  $p_n$  이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $P_1 \cap P_2 = P_2$

②  $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③  $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1$

④  $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_2$

⑤  $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1$

해설

$p_1$  은  $p_2$  이기 위한 필요조건이므로  $P_1 \supset P_2$ ,  $q_n$  은  $p_n$  이기 위한 충분조건이므로  $P_1 \supset Q_1, P_2 \supset Q_2$

①  $P_1 \cap P_2 = P_2$

②  $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③  $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1 \cup P_2 = P_1$

④  $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_1 \cap P_2 = P_2$

⑤  $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1 \cup Q_2 \neq Q_1$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

22. 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 하자.  $\sim q$ 가  $p$ 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $P^c \subset Q$

②  $Q \subset P$

③  $Q - P = \phi$

④  $P - Q = P$

⑤  $P - Q = \phi$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 이므로 진리집합으로 표현하면,  $P \subset Q^c$ 이다.

즉,  $P \cap Q^c = P \Rightarrow P - Q = P$



24. 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식  $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$  이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단,  $a, b, c$  는 실수)

㉠  $a, b, c$  중 적어도 하나는 1보다 크다.

㉡  $a, b, c$  의 최댓값이 1보다 크다.

㉢  $a, b, c$  의 최솟값이 1보다 크다.

① 필요, 충분, 필요충분

② 충분, 필요충분, 충분

③ 필요, 필요충분, 충분

④ 충분, 필요, 필요충분

⑤ 필요, 필요, 충분

### 해설

㉠  $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$  이면,  $a-1, b-1, c-1$  중 하나 또는 셋이 양수이므로 필요조건 역으로  $a = 2, b = 2, c = -3$  이면  $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$  이므로 충분조건은 아니다.

∴ 필요조건

㉡  $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$  이면  $a, b, c$  중 하나 또는 셋이 1보다 크므로 최댓값은 1보다 크다. 역으로  $a = 2, b = 2, c = -3$  이면  $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$  이므로 충분조건은 아니다.

∴ 필요조건

㉢  $a, b, c$  의 최솟값이 1보다 크면  $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$  이므로 충분조건 역으로  $a = 2, b = 0, c = 0$  이면 최솟값은 0이므로 필요조건은 아니다.

∴ 충분조건

25.  $x, y$ 가 실수일 때, 다음 조건 중에서 조건  $A$ 가 조건  $B$ 이기 위한 필요 충분조건인 것은?

①  $A : x + y > 2$   $B : x > 1$ 이고  $y > 1$

②  $A : |x| + |y| = 0$   $B : \sqrt[3]{x} + 3\sqrt{y} = 0$

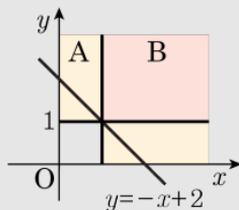
③  $A : x + y > 0$  이고  $xy > 0$   $B : x > 0$  이고  $y > 0$

④  $A : xy > x + y > 4$   $B : x > 2$  이고  $y > 2$

⑤  $A : x + y > 2$   $B : x > 2$  또는  $y > 1$

해설

① 그림에서 이다. 즉,  $B \subset A$  이므로  $A$  는  $B$  이기 위한 필요조건



②  $|x| + |y| = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0, y = 0, 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 0$  을 만족시키는  $x, y$  는  $x = 0, y = 0$  이외에도  $x = 8, y =$

$-8, \dots$  등이 있다.  $\therefore A \not\subset B$  (충분조건)

③  $A$  는  $x$  축,  $y$  축을 제외한 제1 사분면을 나타 내므로  $B$  와 동치이다.

④  $\therefore A \not\subset B$  이다.(필요조건) (반례)  $x = 4, y = \frac{3}{2}$  이다.

$xy > x + y > 4$  이지만,  $x > 2, y < 2$  이다.

⑤ (충분조건) (반례) $x = 3, y = -4$  는  $B$  를 만족 시키지만  $A$  를 만족시키지 않는다.  $\therefore A \not\subset B$

26. 다음 중 두 조건  $p, q$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건인 것은 몇 개인가?

㉠  $p : xy = |xy|, q : x > 0, y > 0$

㉡  $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1, y > 1$

㉢  $p : xy = 0, q : |x - y| = |x + y|$

㉣  $p : |x| + |y| > |x + y|, q : x + y \geq 2$

㉤  $p : x \geq 1, y \geq 1, q : x + y \geq 2$

㉥  $p : x + y = 0, xy = 0, q : x = 0, y = 0$

㉦  $p : x + y\sqrt{2} = 0, q : x = y = 0$  ( $x, y$ 는 유리수)

㉧  $p : |x| = |y|, q : x^2 = y^2$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

㉡ ㉢ ㉣ ㉤ ㉥ ㉦ ㉧