

1. $\sum_{k=1}^5 a_k = 20$, $\sum_{k=1}^5 b_k = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 (2a_k - b_k - 1)$ 의 값은?

① 15

② 20

③ 25

④ 30

⑤ 35

해설

(주어진 식)

$$= 2 \sum_{k=1}^5 a_k - \sum_{k=1}^5 b_k - \sum_{k=1}^5 1$$

$$= 2 \cdot 20 - 5 - 5$$

$$= 30$$

2. 다음 중 공집합인 것은?

- ① $\{x|x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x|1 < x \leq 2, x \text{는 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\right\}$
- ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2\}$

3. 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ① $\{x|x \text{는 짝수}\} \subset \{x|x \text{는 홀수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 5보다 작은 자연수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
- ③ $\{x|x \text{는 25의 배수}\} \subset \{100, 200, 300\}$
- ④ $\{x|x \text{는 3의 배수}\} \supset \{x|x \text{는 9의 배수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 홀수}\} \subset \{1, 3, 5, 7\}$

해설

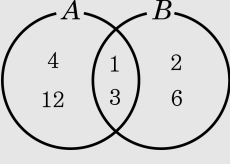
- ④ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18 \cdots\} \supset \{9, 18, 27, 36 \cdots\}$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이고, $A \cup B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{x|x \text{는 } 3 \text{이하의 홀수}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합은?

- ① 4
- ② 5
- ③ 13
- ④ 16
- ⑤ 20

해설

$B = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $A \cap B = \{1, 3\}$

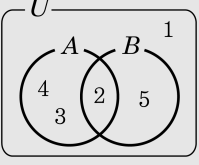


$A = \{1, 3, 4, 12\}$
따라서 집합 A 의 원소의 합은 20 이다.

5. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{1\}$ 일 때, 집합 A 는?
- ① $\{2\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{2, 3\}$
④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 4\}$ 이다.



6. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

- ①, ③ : n^2 이 p 의 배수이면, n 은 p 의 배수이다. (참)
- ② : 대우는 ' nm 은 홀수이면 $n^2 + m^2$ 이 짝수이다.' nm 은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 $n^2 + m^2$ 은 짝수이다.
∴ 주어진 명제는 참
- ④ 반례 : $a = 2\sqrt{2}, b = -1$
※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b 가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.
- ⑤ 대우 : $a \leq 1$ 그리고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ (참)

7. $x - 4 = 0$ 이 $x^2 + ax - 48 = 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$$

$$\therefore 16 + 4a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

8. 다음 ()안에 알맞은 수는?

$$\frac{\sqrt{3}}{1}, \frac{\sqrt{5}}{4}, \frac{\sqrt{7}}{9}, (\quad), \frac{\sqrt{11}}{25}$$

- ① $\frac{\sqrt{7}}{12}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- ③ $\frac{3}{16}$
- ④ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{18}$

해설

나열된 각 수는 분수 꼴이며, 분자는 $\sqrt{+2}$ 의 규칙으로 나타난다.
따라서 ()안에 들어갈 수의 분자는 $\sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3$ 이다.
분모는 +1이 된 수의 제곱의 규칙으로 나타난다.
따라서 ()안에 들어갈 수의 분모는 $(3+1)^2 = 16$ 이므로 ()
안에 들어갈 수는 $\frac{3}{16}$

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

해설

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$

$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$

10. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 원소를 모두 더하면?

① 4

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 15

해설

$$X \subset A, A - X = \{1, 4\} \Rightarrow X = \{2, 3, 5\}$$

$$\therefore 2 + 3 + 5 = 10$$

11. 정수를 원소로 하는 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a+k, b+k, c+k, d+k\}$ 에 대하여, $A \cap B = \{2, 5\}$ 이고, A 에 속하는 모든 원소의 합이 12, $A \cup B$ 에 속하는 모든 원소의 합이 33일 때, k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

A 에 속하는 원소들의 합을 $S(A)$ 라 하면,

$$S(A \cup B) = S(A) + S(B) - S(A \cap B),$$

$$33 = 12 + S(B) - 7$$

$$\therefore S(B) = 28$$

$$= a + b + c + d + 4k$$

$$= 12 + 4k$$

$$\therefore 4k = 16$$

$$\therefore k = 4$$

12. 자연수 n 에 대하여 ‘ n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.’를 증명하는 과정이다. 이 때 괄호 안에 들어갈 알맞은 논리 중 틀린 것을 아래의 보기에서 고르면?

증명

주어진 명제의 (①)를 구하여 보면 n 이 (②)이면 n^2 도 (②)이다. 이 때 n 이 (②)이므로 $n =$ (③) (k 는 0 또는 자연수)
이 때 $n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
 $\therefore n^2$ 은 (②)이다. 따라서, (①)가 (④)이므로 주어진 명제는 (⑤)이다.

- ① 대우
- ② 홀수
- ③ $2k + 1$
- ④ 거짓
- ⑤ 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

13. 두 실수 a, b 에 대하여 $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 중 대소를 비교한 것으로 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 1^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} - 1 \\ &= 2\sqrt{ab} \quad (\because a + b = 1) > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > 1$$

14. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = 2n^2 - 25$ 으로 표시되는 수열 $\{a_n\}$ 의 음수인 항의 합은?

① -75 ② -76 ③ -77 ④ -78 ⑤ -79

해설

(i) $n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= (2n^2 - 25n) - \{2(n-1)^2 - 25(n-1)\} \\ &= 4n - 27 \end{aligned}$$

(ii) $n = 1$ 일 때

$$a_1 = S_1 \text{ 이므로 } a_1 = -23$$

(i), (ii) 에서 $a_n = 4n - 27$ ($n \geq 1$)

한편, $a_n = 4n - 27 < 0$ 에서 $n < \frac{27}{4} = 6.75$

따라서 첫째항부터 제 6 항까지가 음수인

항이므로 음수인 항의 합은

$$S_6 = \frac{6}{2} \{2 \times (-23) + (6-1) \times 4\} = -78$$

15. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + 3$ 을 일차식 x , $x-1$, $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 순서대로 등비수열을 이룰 때, 상수 a 의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 + ax + 3$ 을 일차식 x , $x-1$, $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 각각

$f(0) = 3$, $f(1) = 4 + a$, $f(2) = 7 + 2a$ 이고, 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(4 + a)^2 = 3(7 + 2a)$$

$$a^2 + 2a - 5 = 0$$

이때, a 는 이 이차방정식의 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 상수 a 의 값의 합은 -2 이다.

16. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $S_n = 2 \cdot 3^n + k$ 이다. 이때, 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되도록 하는 상수 k 의 값과 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은?

① $k = -1, a_n = 4 \cdot 3^n$

② $k = -1, a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

③ $k = -1, a_n = 3 \cdot 3^{n-1}$

④ $k = -2, a_n = 4 \cdot 3^n$

⑤ $k = -2, a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

해설

(i) $n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 2 \cdot 3^{n-1} + k = 6 + k$

(ii) $n = 2$ 일 때,

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (2 \cdot 3^n + k) - (2 \cdot 3^{n-1} + k)$$

$$= 2 \cdot 3^n - 2 \cdot 3^{n-1} = 4 \cdot 3^{n-1}$$

따라서 수열 $a_2, a_3, a_4, \dots$ 는 공비가 3인 등비수열이다.

(i), (ii)로부터 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되려면

$$6 + k, 4 \cdot 3, 4 \cdot 3^2, 4 \cdot 3^3, \dots \text{이 등비수열이 되어야 하므로}$$

$$6 + k = 4 \cdot 1 \quad \therefore k = -2$$

$$\text{따라서 } k = -2, a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

17. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
- ④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \cup \emptyset = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

18. 다음 식의 값은?

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

- ① 9

② $3\sqrt{11}-\sqrt{2}$

③ $\sqrt{99}-1$

④ $\sqrt{101}-1$

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식})&= \sum_{k=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k-1}} = \sum_{k=1}^{99} (\sqrt{k+1}-\sqrt{k}) \\&= (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{100}-\sqrt{99}) \\&= \sqrt{100}-1=9\end{aligned}$$

19. $s = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{19 \cdot 20}$ 일 때, $100s$ 의 값은?

- ① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{19 \cdot 20} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} \\ &= 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20} \\ \therefore 100s &= 100 \times \frac{19}{20} = 95 \end{aligned}$$

20. 함수 $f(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{20} \frac{2k+1}{f(k)}$ 의 값은?

- ① $\frac{40}{7}$
- ② $\frac{45}{8}$
- ③ $\frac{17}{3}$
- ④ $\frac{57}{10}$
- ⑤ $\frac{63}{11}$

해설

$$\begin{aligned} f(n) &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 \\ &= \sum_{k=1}^{20} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ 옳므로} \\ \sum_{k=1}^{20} \frac{2k+1}{f(k)} &= \sum_{k=1}^{20} \frac{2k+1}{\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}} \\ &= \sum_{k=1}^{20} \frac{6}{k(k+1)} = 6 \sum_{k=1}^{20} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &= 6 \left(1 - \frac{1}{21} \right) = 6 \times \frac{20}{21} = \frac{40}{7} \end{aligned}$$

21. $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_5 의 값은?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 48

해설

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 3, 공비가 2인 등비수열이므로 $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$
 $\therefore a_5 = 3 \cdot 2^4 = 48$

22. 어떤 세포의 집합은 1시간이 지나면 세포 2개는 죽고 나머지는 각각 2배로 분열한다고 한다. 처음 세포의 개수가 7개일 때, n 시간 후의 세포의 개수를 a_n 이라 하면, 다음 중 옳은 것은?

① $a_{n+1} = 2a_n - 7$

② $a_{n+1} = 2(a_n - 7)$

③ $a_{n+1} = a_n - 2$

④ $a_{n+1} = 2(a_n - 2)$

⑤ $a_{n+1} = 2a_n - 2$

해설

$$a_1 = 2 \times (7 - 2) = 10$$

$$a_2 = 2 \times (a_1 - 2)$$

$$a_3 = 2 \times (a_2 - 2)$$

$$a_4 = 2 \times (a_3 - 2)$$

$\vdots$

$$a_n = 2(a_{n-1} - 2)$$

$$\therefore a_{n+1} = 2(a_n - 2)$$