

1. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는  $a = b$ 이기 위한 (가)조건이다.
- 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나)조건이다.

- ① 필요, 필요
- ② 필요, 충분
- ③ 충분, 충분
- ④ 충분, 필요
- ⑤ 충분, 필요충분

해설

$|a| = |b| \xrightarrow{\text{←×→}} a = b \therefore$  필요

$\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore$  필요

2.  $0 < a < 1$ 일 때,  $P = \frac{1}{a}$ ,  $Q = \frac{1}{2-a}$ ,  $R = \frac{a}{2+a}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ①  $P < R < Q$       ②  $R < Q < P$       ③  $Q < P < R$   
 ④  $Q < R < P$       ⑤  $R < P < Q$

해설

$$\text{i) } \frac{1}{a} - \frac{1}{2-a} = \frac{2-a-a}{a(2-a)} = \frac{2(1-a)}{a(2-a)}$$

이 때  $a > 0$ ,  $2-a > 0$ ,  $1-a > 0$  이므로

$$\frac{2(1-a)}{a(2-a)} > 0 \quad \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{2-a}$$

즉,  $P > Q$

$$\text{ii) } \frac{1}{a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a^2}{a(2+a)} = \frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)}$$

이 때  $a > 0$ ,  $2+a > 0$ ,  $a-2 < 0$ ,  $a+1 > 0$  이므로

$$\frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)} > 0 \quad \therefore \frac{1}{a} > \frac{a}{2+a}$$

즉,  $P > R$

$$\text{iii) } \frac{1}{2-a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a(2-a)}{(2-a)(2+a)}$$

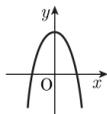
$$= \frac{2+a-2a+a^2}{(2-a)(2+a)} = \frac{a^2-a+2}{(2-a)(2+a)}$$

이 때  $2-a > 0$ ,  $2+a > 0$ ,  $a^2-a+2 > 0$  이므로  $\frac{1}{2-a} > \frac{a}{2+a}$

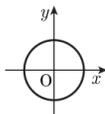
$\therefore Q > R$  따라서,  $P > Q > R$ 이다.

3. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

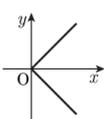
①



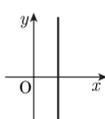
②



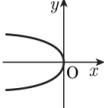
③



④



⑤



해설

함수는 하나의  $x$ 값에 여러 개의  $y$ 값이 대응될 수 없다.

4.  $X = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ ,  $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$  일 때, 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가  $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는?

- ① 3개    ② 4개    ③ 5개    ④ 6개    ⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

5. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답:                         개

▷ 정답: 8개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
따라서  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수의 개수는  
 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

6.  $f(x) = ax + b$  ( $a \neq 0$ ),  $g(x) = x + c$ 라 할 때,  $(f \circ g)(x) = 2x - 3$ ,  $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수  $a, b, c$ 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = 7$

▷ 정답:  $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \text{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \text{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

7. 분수식  $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$  을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{1}{x}$

해설

$$\text{(준 식)} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

8.  $y = \frac{3-ax}{1-x}$  의 그래프의 점근선이  $x = 1, y = -2$  일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은  $x = 1, y = a$

$$\therefore a = -2$$

9. 함수  $y = \frac{ax+b}{x-2}$  의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점  $(3, -2)$  를 지날 때, 상수  $a, b$  의 합  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-2} \text{ 의 그래프가 점}(3, -2) \text{ 를 지나므로 } f(3) = -2$$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수  $y = f^{-1}(x)$  가 점  $(3, -2)$  을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } a = 2, b = -8$$

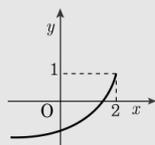
$$\therefore a + b = -6$$

10. 좌표평면에서 무리함수  $y = -\sqrt{-x+2} + 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?

- ① 제 1사분면
- ② 제 2사분면
- ③ 제 3사분면
- ④ 제 1사분면, 제 2사분면
- ⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $A \subset B$  이면  $A \cup B = A$  이다.
- ②  $A \subset (A \cup B)$
- ③  $A \cap B = B \cap A$
- ④  $A \cup \emptyset = A$
- ⑤  $A \cup A = A$

해설

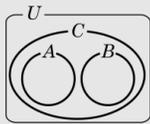
①  $A \subset B$  이면  $A \cup B = B$

12. 다음 중 조건  $p, q$  에 대하여 명제  $p \rightarrow q$  가 거짓인 것은? (단,  $x, y$  는 실수이다.)

- ①  $p : x = 1, \quad q : x^2 - 3x + 2 = 0$
- ②  $p : x^2 = 1, \quad q : |x| = 1$
- ③  $p : x, y$ 는 홀수이다.  
 $q : x + y$ 는 짝수이다.
- ④ 세 집합  $A, B, C$  에 대하여  
 $p : A \cup C = B \cup C, \quad q : A = B$
- ⑤  $p : \square ABCD$  는 마름모이다.  
 $q : \square ABCD$  는 평행사변형이다.

**해설**

- ①  $x = 1$  이면  $x^2 - 3x + 2 = 0$  이므로 참이다.
- ②  $x^2 = 1$  이면  $x = -1, 1$  이므로  
 $|x| = |-1| = |1| = 1$   
따라서, 주어진 명제는 참이다.
- ③  $x = 2m + 1, y = 2n + 1$  ( $m, n$  은 정수) 이라 하면  $x + y = (2m + 1) + (2n + 1) = 2(m + n + 1)$  이므로 참이다.
- ④ (반례) 벤 다이어그램에서  $A \subset C$  이고  $B \subset C$  이면  $A \cup C = B \cup C$  이지만  $A \neq B$  이다.



- ⑤ 마름모는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다. 따라서, 주어진 명제는 참이다.

13.  $f : X \rightarrow Y$  가 상수함수이고,  $f(100) = 100$  일 때,  $f(2006) = a$  이다.  
 $a + 100$  의 값은?

- ① 0      ② 100      ③ 200      ④ 300      ⑤ 400

해설

상수함수에 정의에 의해  $f(x) = 100$   
 $\therefore f(2006) = 100 = a$   
따라서  $a + 100 = 200$

14.  $x \neq 3, x \neq 5$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\frac{3x-19}{x^2-8x+15} = \frac{a}{x-3} - \frac{b}{x-5}$ 가 항상 성립하도록 상수  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -2      ② 3      ③ 7      ④ 10      ⑤ 15

해설

우변을 정리하여 좌변의 계수와 비교한다.

$$\begin{aligned}\frac{a}{x-3} - \frac{b}{x-5} &= \frac{a(x-5) - b(x-3)}{(x-3)(x-5)} \\ &= \frac{a(x-5) - b(x-3)}{x^2 - 8x + 15}\end{aligned}$$

$$3x - 19 = (a-b)x + (-5a + 3b)$$

$$\begin{cases} a-b=3 \\ 5a-3b=19 \end{cases} \Rightarrow a=5, b=2$$

$$\therefore a+b=7$$

15. 함수  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 함수의 식을  $y = f(x)$ 라 할 때,  $y = f(x)$ 와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 접하도록 상수  $a$ 의 값을 구하면?

- ①  $-\frac{1}{2}$     ②  $-\frac{1}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

**해설**

함수  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼 평행이동한  
그래프의 식은  $y = \sqrt{2(x-a)}$   
 $y = f(x)$ 와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는  
직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이므로  
 $y = f(x)$ 와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 접하려면  
 $y = \sqrt{2(x-a)}$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 가 접해야 한다.  
즉,  $\sqrt{2(x-a)} = x$  양변을 제곱하여 정리하면  
 $x^2 - 2x + 2a = 0$   
 $\frac{D}{4} = (-1)^2 - 2a = 0$  이므로  
 $a = \frac{1}{2}$

16. 두 집합  $A = \{0, 1, \{\emptyset\}, \{0, 1, \emptyset\}\}$ ,  $B = \{a, b, \{a, b, c\}\}$  에 대하여  $n(A) - n(B)$  를 구하면?

- ① 5      ② 4      ③ 3      ④ 2      ⑤ 1

**해설**

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.

$n(A) = 4, n(B) = 3$  이므로  $n(A) - n(B) = 1$  이다.

17. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$  에 대하여 다음을 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하여라.

$$\textcircled{1} X \subset A \quad \textcircled{2} 2 \in X \quad \textcircled{3} n(X) \leq 3$$

▶ 답:                         개

▷ 정답: 11 개

**해설**

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

집합  $X$ 는 2를 원소로 갖고 원소의 개수가 3개 이하인  $A$ 의 부분집합이므로

$\{2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 10\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 6, 10\}, \{2, 8, 10\}$ 의 11개이다.

18. 두 집합  $A = \{3, a, a+2\}$ ,  $B = \{3, 5, b\}$  에 대하여,  $A = B$  일 때, 가능한  $a, b$  의 값은? (단,  $a \neq b$ )

- ①  $a = 2, b = 3$       ②  $a = 3, b = 5$       ③  $a = 4, b = 5$   
④  $a = 5, b = 7$       ⑤  $a = 6, b = 9$

해설

$A = B$  이고,  $5 \in B$  이므로  $5 \in A$

$a = 5$  또는  $a + 2 = 5$

(i)  $a = 5$  일 때,

$$A = \{3, 5, 7\}, B = \{3, 5, 7\} \quad \therefore b = 7$$

(i)  $a + 2 = 5$  일 때,  $a = 3$

$$A = \{3, 3, 5\}, B = \{3, 5, 3\} \quad \therefore b = 3$$

(단  $a \neq b$ ) 이므로 성립할 수 없다.

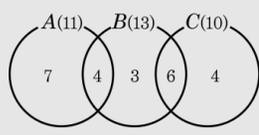
따라서 가능한  $a, b$  의 값은  $a = 5, b = 7$  이다.

19. 세 집합  $A, B, C$  에 대하여  $n(A) = 11, n(B) = 13, n(C) = 10, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 17, A \cap C = \emptyset$  일 때,  $A \cup B \cup C$  의 원소의 개수는?

- ① 12      ② 17      ③ 24      ④ 30      ⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$

20. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $n(U) = 34$ ,  $n(A^c \cap B^c) = 11$ ,  $n(B - (A \cap B)^c) = 6$  일 때,  $n((A \cup B) - (A \cap B))$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$n(U) = 34$  이고  $n(A^c \cap B^c) = 11$  이면,  $n(A \cup B) = 23$ ,  
 $B - (A \cap B)^c = A \cap B$  이므로  $n(B - (A \cap B)^c) = n(A \cap B) = 6$ ,  
 $\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 23 - 6 = 17$

21. 다음 중 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = B \cap A^c$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은? (단,  $A^c$ 는 전체집합  $U$ 에 대한  $A$ 의 여집합)

- ①  $A = B$                       ②  $B \subset A$                       ③  $A \subset B$   
④  $A \cap B = \emptyset$                 ⑤  $A \cup B = \emptyset$

해설

$(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A - B) \cup (B - A)$   
따라서  $(A - B) \cup (B - A) = B \cap A^c$ 에서  $(A - B) \cup (B - A) = B - A$   
가 성립하려면  $(A - B) \subset (B - A)$  이어야 하는데  $A - B$ 와  $B - A$   
는 서로소이므로  $A - B = \emptyset \therefore A \subset B$

22. 지난 해 어느 대학의 입학시험 결과 수험생의 남녀의 비는 8 : 5, 합격자의 남녀의 비는 7 : 4, 불합격자의 남녀의 비는 3 : 2 이었다. 이 때, 전체 합격률은?

- ①  $\frac{9}{26}$       ②  $\frac{4}{13}$       ③  $\frac{9}{26}$       ④  $\frac{5}{13}$       ⑤  $\frac{11}{26}$

해설

	남	여	전체
합격자	7b	4b	11b
불합격자	3c	2c	5c
수험생	8a	5a	13a

$$7b + 3c = 8a \cdots \text{㉠}$$

$$4b + 2c = 5a \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠} \times 2 - \text{㉡} \times 3$$

$$a = 2b$$

$$(\text{전체 합격률}) = \frac{11b}{13a} = \frac{11b}{26b} = \frac{11}{26}$$