1. $(a^4 \times a^2)^{\square} = a^{24}$ 일 때, $\boxed{}$안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$a^4 \times a^2 = a^6$ 이므로

$(a^6)^{\square} = a^{24}$

$6 \times \square = 24$

$\therefore \square = 4$

2. $x^4 \times y^a \times x^b \times y^5 = x^{10}y^8$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(준식) $= x^{4+b} \times y^{a+5}$
$= x^{10}y^8$

$4+b=10,\ b=6$
$a+5=8\ ,\ a=3$
$\therefore\ a+b=9$

3. $42x^3y^2 \div 12xy^3 \div \frac{7x}{y}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{2}x$ ② $3x^2$ ③ $7xy$ ④ $\frac{2x}{3}$ ⑤ x^2y^3

해설

(준식) $= 42x^3y^2 \times \frac{1}{12xy^3} \times \frac{y}{7x} = \frac{x}{2}$

4. 다음 $\square$ 안에 알맞은 식을 고르면?

$$\left(-\frac{5b^2}{2a^3}\right)^2 \times \square^3 \div \frac{5}{3}a^2b^7 = -\frac{10}{9}a$$

① $-\frac{4}{3}a^3b$　② $-\frac{2}{3}ab^3$　③ $-\frac{2}{3}a^3b$
④ $-\frac{4}{3}a^2b^3$　⑤ $\frac{4}{3}a^2b^3$

해설

$$\frac{25b^4}{4a^6} \times \square^3 \times \frac{3}{5a^2b^7} = -\frac{10a}{9}$$

$$\begin{aligned}\square^3 &= -\frac{10}{9}a \times \frac{4a^6}{25b^4} \times \frac{5a^2b^7}{3} \\ &= -\frac{8}{27}a^9b^3 \\ &= \left(-\frac{2}{3}a^3b\right)^3\end{aligned}$$

$$\therefore \square = -\frac{2}{3}a^3b$$

5. $\left(-\frac{1}{4}x-\frac{2}{5}\right)^2$ 을 전개하면?

① $-\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{5}x-\frac{4}{25}$
② $-\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{10}x-\frac{4}{25}$
③ $\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}$
④ $\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{5}x+\frac{4}{25}$
⑤ $\frac{1}{16}x^2+\frac{2}{5}x+\frac{4}{25}$

해설

$\left(-\frac{1}{4}x\right)^2+2\times\left(-\frac{1}{4}x\right)\times\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)^2$

$=\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{5}x+\frac{4}{25}$

6. 가로의 길이가 x , 세로의 길이가 y인 직사각형에서 가로와 세로의 길이를 각각 3, 4만큼 늘린 직사각형의 넓이는?

① $xy+4x+3y$
② $xy+3x+4y$
③ $xy+3x+4y+3$
④ $xy+4x+3y+4$
⑤ $xy+4x+3y+12$

해설

$(x+3)(y+4)=xy+4x+3y+12$

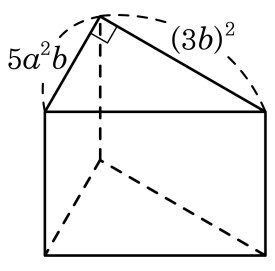
7. 다음 식 $\frac{2a^2b+3ab^2}{ab}-\frac{4ab-5b^2}{b}$ 을 간단히 하면?

① $-2a+8b$ ② $-2a-8b$ ③ $6a-8b$
④ $6a-2b$ ⑤ $2a+8b$

해설

$\frac{2a^2b+3ab^2}{ab}-\frac{4ab-5b^2}{b}=2a+3b-4a+5b=-2a+8b$

8. 다음 그림의 삼각기둥의 부피가 $(3ab^2)^4$ 일 때, 삼각기둥의 높이는?



① $\frac{9}{5}a^2b^5$ ② $\frac{27}{5}ab^6$ ③ $\frac{27}{10}a^2b^5$
④ $\frac{8}{15}ab^4$ ⑤ $\frac{18}{5}a^2b^5$

해설

(밑넓이)$= \frac{1}{2} \times 5a^2b \times (3b)^2 = \frac{45a^2b^3}{2}$

$\therefore\ h = (3ab^2)^4 \times \frac{2}{45a^2b^3} = \frac{18}{5}a^2b^5$

9. $m = -2$ 일 때, $3m(2m-3) - 2m(2-4m)$ 의 값은?

① -41 ② 30 ③ -18 ④ 0 ⑤ 82

해설

$$\begin{aligned} 3m(2m-3) - 2m(2-4m) &= 6m^2 - 9m - 4m + 8m^2 \\ &= 14m^2 - 13m \\ &= 14 \times (-2)^2 - 13(-2) \\ &= 56 + 26 = 82 \end{aligned}$$

10. $(5x-y+1)-(\quad)=2x+y-3$ 에서 ( ) 안에 알맞은 식은?

① $3x-2y+4$ ② $-3x+2y+4$ ③ $-3x-2y-4$
④ $3x+y-4$ ⑤ $3x-y$

해설

$(5x-y+1)-(2x+y-3)=(\qquad)$ 이므로

$(\qquad)=5x-y+1-2x-y+3$
$=3x-2y+4$

11. 다음 중 x 에 대한 이차식인 것을 고르면?

① $(1-3x+2x^2)-2(x^2-4x+1)$
② $\left(\frac{1}{5}x^2+x-1\right)-\left(-1-4x+\frac{1}{5}x^2\right)$
③ $\frac{1}{x^2}-x+1$
④ $x(4x-2)+5$
⑤ $4x^2-5x-4x^2$

해설

① $(1-3x+2x^2)-2(x^2-4x+1)$
$=1-3x+2x^2-2x^2+8x-2$
$=5x-1$
$\Rightarrow$ 계산을 하면 이차항이 소거된다.

② $\left(\frac{1}{5}x^2+x-1\right)-\left(-1-4x+\frac{1}{5}x^2\right)$
$=\frac{1}{5}x^2+x-1+1+4x-\frac{1}{5}x^2$
$=5x$
$\Rightarrow$ 계산을 하면 이차항이 소거된다.

③ $\frac{1}{x^2}-x+1$
$\Rightarrow$ 이차항이 분모에 있으므로 이차식이 아니다.
④ $x(4x-2)+5=4x^2-2x+5$ $\Rightarrow$ 이차식이다.
⑤ $4x^2-5x-4x^2=-5x$
$\Rightarrow$ 계산을 하면 이차항이 소거된다.

12. 어떤 다항식에 $-x+5y+3$ 을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $3x-2y+1$ 이 되었다. 옳게 계산한 결과는?

① $x+8y+7$　② $2x+3y+4$　③ $2x-7y-2$
④ $x-2y+1$　⑤ $-x+2y-3$

해설

$\square - (-x+5y+3) = 3x-2y+1$

$\square = 3x-2y+1+(-x+5y+3) = 2x+3y+4$

옳게 계산한 결과는

$2x+3y+4+(-x+5y+3) = x+8y+7$

13. $(x+\frac{3}{5}y)(2x-\frac{1}{3}y+2)$를 전개하여 간단히 했을 때, xy 의 계수는?

① $-\frac{1}{15}$ ② $-\frac{3}{15}$ ③ $\frac{3}{15}$ ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{22}{15}$

해설

전개했을 때 xy항이 나오는 경우를 찾아 계산하면

$x\times(-\frac{1}{3}y)+\frac{3}{5}y\times 2x=-\frac{1}{3}xy+\frac{6}{5}xy=\frac{13}{15}xy$

따라서 xy의 계수는 $\frac{13}{15}$이다.

14. 상수 $A,\ B,\ C$ 에 대하여 $(3x-A)^2 = 9x^2 + Bx + C$ 이고 $B = -3A - 9$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① -12　② -6　③ -2　④ 0　⑤ 2

해설

$(3x-A)^2 = 9x^2 - 6Ax + A^2 = 9x^2 + Bx + C$ $-6A = B$ 이므로

$-6A = -3A - 9$

$\therefore A = 3$

$B = -3 \times 3 - 9 = -18$

$C = A^2 = 9$

$\therefore\ A + B + C = 3 - 18 + 9 = -6$

15. $12\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y\right)$ 를 전개하면?

① $\frac{4}{3}x^2-12xy+\frac{3}{4}y^2$
② $\frac{4}{3}x^2-6xy-\frac{3}{4}y^2$
③ $\frac{4}{3}x^2+12xy+\frac{3}{4}y^2$
④ $\frac{4}{3}x^2-\frac{3}{4}y^2$
⑤ $\frac{3}{4}x^2+\frac{4}{3}y^2$

해설

$$12\left\{\left(\frac{1}{3}x\right)^2-\left(\frac{1}{4}y\right)^2\right\}=12\left(\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{16}y^2\right)$$
$$=\frac{4}{3}x^2-\frac{3}{4}y^2$$

16. $(2x-1)(2x+A)=(-2x+2)^2+Bx$ 일 때, $A-B$ 의 값은?

① -4　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 4

해설

$(2x-1)(2x+A)=(-2x+2)^2+Bx$
$4x^2-2x+2Ax-A=4x^2-8x+4+Bx$
x 의 계수가 서로 같으므로 $-2+2A=-8+B$, 상수항이 서로 같으므로 $-A=4$ 이다.
따라서 $A=-4,\ B=-2$ 이므로 $A-B=-2$ 이다.

17. $(x+3y+z)(x-3y-z)$를 전개하면?

① $x^2-3yz-6y^2-z^2$
② $x^2-3yz-9y^2-z^2$
③ $x^2-6yz-3y^2-z^2$
④ $x^2-6yz-9y^2-z^2$
⑤ $x^2-9yz-9y^2-z^2$

해설

$(x+3y+z)(x-3y-z)$에서 $3y+z=t$라 하자.
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 전개하면
x^2-t^2이고 $t=3y+z$를 대입하면
$x^2-(3y+z)^2$
$=x^2-(9y^2+6yz+z^2)$
$=x^2-9y^2-6yz-z^2$이다.

18. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 계산하기 가장 알맞은 것은?

① 18×22　② 51×52　③ 99^2
④ 302×403　⑤ 103^2

해설

① $18\times22=(20-2)(20+2)$
② $51\times52=(50+1)(50+2)$
③ $99^2=(100-1)^2$
④ $302\times403=(3\times100+2)(4\times100+3)$
⑤ $103^2=(100+3)^2$

19. $3x(x-y)+\dfrac{4x^3y-8x^2y^2}{-2xy}$ 를 간단히 했을 때, x^2 항의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

(준식) $= 3x^2 - 3xy - 2x^2 + 4xy = x^2 + xy$
따라서 x^2 항의 계수는 1 이다.

20. $A = \dfrac{3x-y}{2}$, $B = \dfrac{x+y+1}{3}$ 일 때, $4A+9B-5$를 x, y를 사용하여 나타내면?

① $9x+y-2$　② $9x-y-2$　③ $9x+y+2$
④ $9x-y+2$　⑤ $-9x+y-2$

해설

$A = \dfrac{3x-y}{2}$, $B = \dfrac{x+y+1}{3}$ 를 $4A+9B-5$에 대입하면

$4A+9B-5$
$= 4 \times \dfrac{3x-y}{2} + 9 \times \dfrac{x+y+1}{3} - 5$
$= 2(3x-y) + 3(x+y+1) - 5$
$= 6x-2y+3x+3y+3-5$
$= 9x+y-2$

21. $2x + y = 3$ 이고 $a = 9^x$, $b = 3^y$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$ab = (3^2)^x\ 3^y = 3^{2x+y} = 3^3 = 27$

22. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$

$5^b = 125,\ b = 3$

$x^{3a} = x^9,\ a = 3$

$b = 3c = 3,\ c = 1$

$\therefore\ a+b-c = 3+3-1 = 5$

23. 등식 $(-x^a y^2) \times 2xy^b \div (-2xy^3)^2 = cx^6y^4$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$(-x^a y^2) \times 2xy^b \div (-2xy^3)^2$

$= \dfrac{-2x^a y^2 xy^b}{4x^2y^6}$

$= -\dfrac{1}{2}x^{a+1-2}y^{2+b-6}$

$= -\dfrac{1}{2}x^{a-1}y^{b-4}$

$= cx^6y^4$

$a-1=6,\ b-4=4,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$a=7,\ b=8,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc = 7 \times 8 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -28$

24. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a$, $f(3) = b$, $f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서
$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$
$f(xy) = f(x) + f(y)$ 이므로
$f(k) = f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) = f(2^3 \times 3^2 \times 5)$
$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$
따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개) 이다.

25. $(-2a^2b^3)^4 \times \left(\frac{a}{2b^2}\right)^2 \div \{-(a^2b)^3\}$ 을 계산하면?

① $-4a^4b^5$　② $-2a^6b^3$　③ $4a^5b^4$
④ $-4a^6b^3$　⑤ $2a^4b^5$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \div (-a^6b^3) \\ &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \times \left(-\frac{1}{a^6b^3}\right) \\ &= -4a^4b^5\end{aligned}$$

26. $(a,\ b) * (c,\ d) = \dfrac{bd}{ac}$ 라 할 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(x^2y,\ -\frac{xy^3}{4}\right) * \left(-\frac{1}{3}xy^2,\ \frac{-1}{xy}\right)$$

① $-\dfrac{2}{4}x^2$　② $-\dfrac{3}{4}xy$　③ $-\dfrac{3}{4x^2}$
④ $-\dfrac{3}{4x}^{3}$　⑤ $-\dfrac{3}{4x^3y}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$(\text{준식}) = \frac{\left(-\frac{xy^3}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{xy}\right)}{x^2y \times \left(-\frac{1}{3}xy^2\right)} = \frac{\frac{y^2}{4}}{-\frac{x^3y^3}{3}}$$

$$= \frac{y^2}{4} \times \left(-\frac{3}{x^3y^3}\right) = -\frac{3}{4x^3y}\text{이다.}$$

27. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3$ 일 때, $\frac{a+3ab+b}{a-ab+b}$ 의 값은?

① -3　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 3

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3,\ \frac{a+b}{ab}=3$

$\therefore\ 3ab=a+b$

$$\begin{aligned}\frac{a+3ab+b}{a-ab+b}&=\frac{3ab+3ab}{3ab-ab}\\&=\frac{6ab}{2ab}\\&=3\end{aligned}$$

28. $a = \frac{1}{2^{2x-1}}, b = \frac{1}{3^x}$ 일 때, 12^x 을 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{ab}$

해설

$12x = (2^2 \times 3)^x = 2^{2x} \times 3^x$ 이므로 주어진 a, b 를 $2^{2x}, 3^x$ 으로 정리하면

$2^{2x-1} = \frac{1}{a}$ 에서 $2^{2x} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{a}$ $\quad \therefore\ 2^{2x} = \frac{2}{a}$

$\frac{1}{3^x} = b$ 에서 $\quad \therefore\ 3^x = \frac{1}{b}$

$\therefore\ 12^x = 2^{2x} \times 3^x = \frac{2}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$

29. 자연수 n 을 7 로 나눈 나머지를 $f(n)$ 이라 정의할 때, $f(8^{12} \times 25^{18})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$8^{12} \times 25^{18} = (2^3)^{12} \times (5^2)^{18} = 2^{36} \times 5^{36} = 10^{36}$ 이므로 $f(8^{12} \times 25^{18}) = f(10^{36})$

10 을 7 로 나눈 나머지는 3 이므로 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 $3^{36} = (3^2)^{18} = 9^{18}$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 9 를 7 로 나눈 나머지는 2 이므로 9^{18} 을 7 로 나눈 나머지는 $2^{18} = (2^3)^6 = 8^6$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 8 을 7 로 나눈 나머지는 1 이므로 8^6 을 7 로 나눈 나머지는 1^6 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

따라서 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 1,

즉 $f(10^{36}) = 1$

30. $x : y : z = 2 : 3 : 5$ 일 때, $\dfrac{3x^3 + 3y^3 + 3z^3}{xyz}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x : y : z = 2 : 3 : 5$ 에서,
$x = 2k,\ y = 3k,\ z = 5k$ 라 하고, 이 값을 주어진 식에 대입하면,

$$\begin{aligned}\frac{3x^3 + 3y^3 + 3z^3}{xyz} &= \frac{3(x^3 + y^3 + z^3)}{xyz} \\ &= \frac{3(8k^3 + 27k^3 + 125k^3)}{30k^3} \\ &= \frac{160k^3}{10k^3} = 16\end{aligned}$$