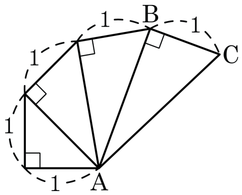
1. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?



① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

2. 대각선의 길이가 8 인 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

① $\frac{8\sqrt{2}}{3}$　② 4　③ $2\sqrt{4}$　④ $8\sqrt{2}$　⑤ $4\sqrt{2}$

해설

정사각형의 한 변을 x라고 하면

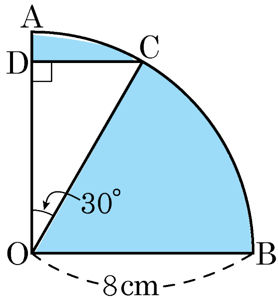
$x^2 + x^2 = 8^2$

$2x^2 = 64$

$x^2 = 32$

$\therefore\ x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

3. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 사분원에서 $\angle COA = 30°$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{OA}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는 ?



① $(15\pi - 7\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $(15\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$

③ $(15\pi - 9\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $(16\pi - 7\sqrt{3})\text{cm}^2$

⑤ $(16\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설

사분원의 넓이 $= 8^2\pi \times \frac{1}{4} = 16\pi(\text{cm}^2)$

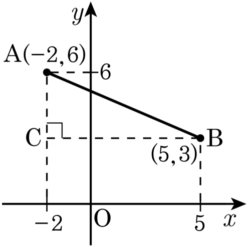
$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OC} : \overline{DC} : \overline{DO} = 2 : 1 : \sqrt{3}$

$\overline{OD} = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$

$\triangle ODC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}$

색칠한 부분의 넓이 $= (16\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$

4. 아래 그림을 보고 옳지 <u>못한</u> 것을 찾으면?



① 점 C 의 좌표는 $(-2,\ 3)$ 이다.

② 선분 AC 의 길이는 $6-3=3$ 이다.

③ 선분 CB 의 길이는 $5-(-2)=7$ 이다.

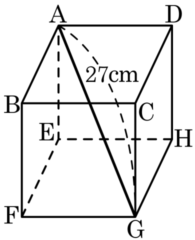
④ 선분 AO 의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 선분 AB 의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

해설

선분 AO 의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

5. 다음 그림의 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



① $8\sqrt{3}\,\text{cm}$

② $9\sqrt{3}\,\text{cm}$

③ $10\sqrt{3}\,\text{cm}$

④ $11\sqrt{3}\,\text{cm}$

⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

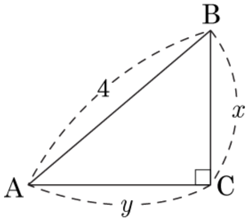
한 변의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{3}a = 27$

$$\therefore\ a = \frac{27}{\sqrt{3}} = \frac{27\sqrt{3}}{3} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

6.

$\sin A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $x+y$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)



① $\sqrt{2}+2$ ② $2\sqrt{2}-2$ ③ $4\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}-2$ ⑤ $5\sqrt{2}-2$

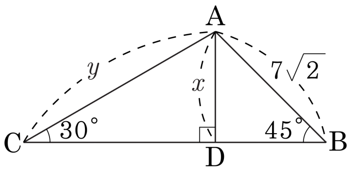
해설

$\sin A = \dfrac{x}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$

$y = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$

따라서 $x = 2\sqrt{2},\ y = 2\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 그림을 참고하여 $2x-y$의 값을 구하면?



① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

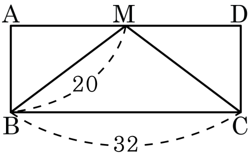
해설

$$\sin 45° = \frac{x}{7\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},\ \ x = 7$$

$$\sin 30° = \frac{x}{y} = \frac{7}{y} = \frac{1}{2},\ \ y = 14$$

$$\therefore\ \ 2x - y = 14 - 14 = 0$$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 M 은 선분 AD 의 중점이고, $\overline{BM} = 20$, $\overline{BC} = 32$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 384

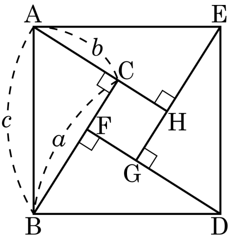
해설

$\overline{AM} = 16$, $\triangle ABM$ 에서 $20^2 = 16^2 + \overline{AB}^2$ 이므로

$\overline{AB} = 12$

$\therefore$ □ABCD $= 32 \times 12 = 384$

9. 다음은 4 개의 합동인 직각삼각형을 맞대어서 정사각형 ABDE를 만든 것이다. 정사각형 ABDE에서 $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이와 □CFGH의 사각형의 종류를 차례대로 말한 것은?



① $a-b$, 마름모
② $b-a$, 마름모
③ $a-b$, 정사각형
④ $b-a$, 정사각형
⑤ $a-b$, 직사각형

해설

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{AC}}=a-b$

□CFGH는 네 변의 길이가 같고, 내각이 모두 90°이므로 정사각형이다.

10. 다음 중 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은?

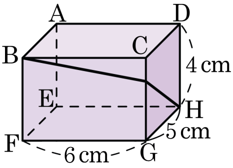
① $(0,0),(4,5)$　② $(1,1),(3,4)$　③ $(3,2),(1,1)$

④ $(1,2),(2,7)$　⑤ $(2,1),(3,2)$

해설

① $\sqrt{41}$
② $\sqrt{13}$
③ $\sqrt{5}$
④ $\sqrt{26}$
⑤ $\sqrt{2}$

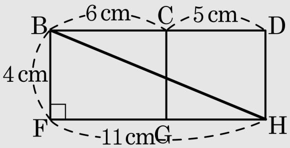
11. 다음 그림과 같은 직육면체의 점 B 에서 모서리 CG 를 지나 점 H 에 이르는 가장 짧은 거리는?



① 15 cm　② $\sqrt{51}$ cm　③ $\sqrt{89}$ cm

④ $\sqrt{133}$ cm　⑤ $\sqrt{137}$ cm

해설



$\therefore \sqrt{4^2 + 11^2} = \sqrt{137}(\text{cm})$

12. $\sin A : \cos A = 5 : 4$ 일 때, $\dfrac{\tan A - 2}{\tan A + 2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{3}{13}$

해설

$\sin A : \cos A = 5 : 4$ 이므로 $\dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{5}{4}$ 이다.

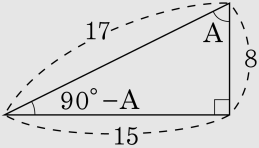
따라서 $\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{5}{4}$ 이므로 $\dfrac{\tan A - 2}{\tan A + 2} = \dfrac{\frac{5}{4} - 2}{\frac{5}{4} + 2} = \dfrac{-\frac{3}{4}}{\frac{13}{4}} = -\dfrac{3}{13}$ 이다.

13. $\sin(90° - A) = \dfrac{8}{17}$ 일 때, $\tan A$ 의 값을 구하여라. (단, $(0° < A < 90°)$

▶ 답 :

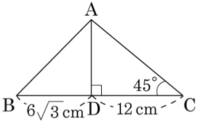
▷ 정답 : $\dfrac{15}{8}$

해설



$$\tan A = \frac{15}{8}$$

14. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\tan B$ 의 크기는?

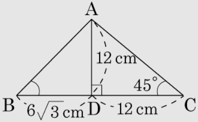


.

① $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ ② $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\tan B = \frac{12}{6\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



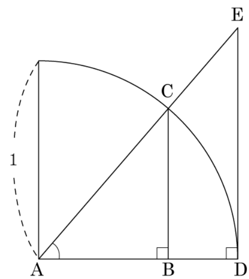
15. $\cos 60° \times \tan 45° \div \sin 60°$ 을 계산하면?

① $\sqrt{6}$ ② $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ ④ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{8}$

해설

$$\cos 60° \times \tan 45° \div \sin 60° = \frac{1}{2} \times 1 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

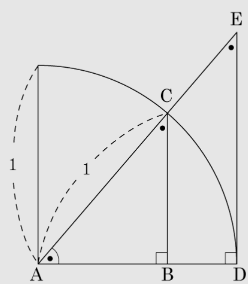
16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\sin A = \overline{AB}$ ② $\cos A = \overline{AD}$ ③ $\tan A = \overline{DE}$

④ $\sin C = \overline{AB}$ ⑤ $\cos C = \overline{BD}$

해설



① $\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

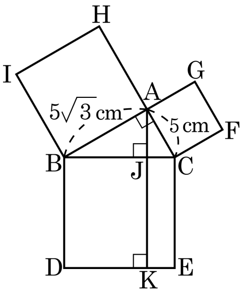
② $\cos A = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

③ $\tan A = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE}$

④ $\sin C = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

⑤ $\cos C = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

17. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



① 2 cm　　② 2.5 cm　　③ 3 cm

④ 3.5 cm　　⑤ 4 cm

해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, $\square ACFG = \square JKEC$ 이므로

$\square ACFG = \square JKEC = 25\,\text{cm}^2$ 이다.

따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

18. 다음 중 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 <u>없는</u> 것은?

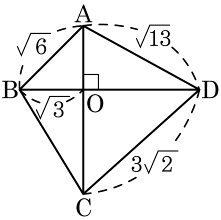
① $3,\ 4,\ 5$ ② $5,\ 12,\ 13$ ③ $1,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3}$

④ $4,\ 5,\ \sqrt{41}$ ⑤ $2,\ 4,\ 2\sqrt{6}$

해설

⑤ $2^2+4^2=20\neq\left(2\sqrt{6}\right)^2=24$

19. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{CO}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$)



① $2\sqrt{2}$　② $\sqrt{11}$　③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{19}$　⑤ $2\sqrt{5}$

해설

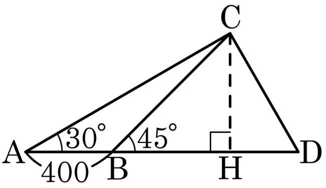
$\overline{BC}^2 + \sqrt{13}^2 = \sqrt{6}^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{11}$

$\triangle BCO$ 에서 $\overline{CO}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 11 - 3 = 8$

$\therefore \overline{CO} = 2\sqrt{2}$

20. 다음 조건을 만족하는 $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이를 구하면?



㉠ $\overline{\mathrm{AB}}=400,\ \angle\mathrm{A}=30°,\ \angle\mathrm{CBH}=45°$ ㉡ $\overline{\mathrm{CH}}\perp\overline{\mathrm{AH}}$

① $50(\sqrt{3}+1)$ ② $100(\sqrt{3}+1)$ ③ $200(\sqrt{3}+1)$

④ $300(\sqrt{3}+1)$ ⑤ $350(\sqrt{3}+1)$

해설

$\overline{\mathrm{CH}}=x$라 하면 $\overline{\mathrm{BH}}=x$

$\triangle\mathrm{ACH}$에서 $\overline{\mathrm{CH}}:\overline{\mathrm{AH}}=1:\sqrt{3}$

$x:(400+x)=1:\sqrt{3}$

$400+x=\sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}-1)x=400$

$x=200(\sqrt{3}+1)$

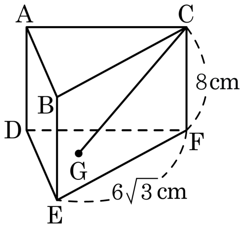
21. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:2:3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ (k는 양의 실수) 로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로
$\sqrt{k^2+(2k)^2+(3k)^2}=4\sqrt{14}$
$14k^2=224$, $k^2=16$
$k>0$ 이므로 $k=4$
따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4\times(4+8+12)=96$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 정삼각형이고, 높이가 $8\,\text{cm}$ 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle DEF$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 10 cm

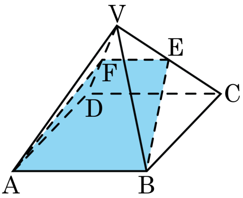
해설

$$\overline{FG} = \frac{2}{3} \times (\triangle DEF\text{의 높이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3}$$
$$= 6\ (\text{cm})$$

$\triangle CGF$ 는 $\angle CFG = 90°$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{CG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ (\text{cm})$$

23. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8 cm 인 정사각뿔에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이를 구하면?



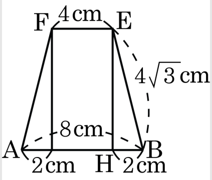
① $11\sqrt{10}\,cm^2$ ② $12\sqrt{3}\,cm^2$

③ $12\sqrt{6}\,cm^2$ ④ $12\sqrt{11}\,cm^2$

⑤ $24\sqrt{3}\,cm^2$

해설

$\overline{AF}=\overline{BE}$, $\overline{EF}//\overline{AB}$ 이므로 □ABEF 는 등변사다리꼴이다.



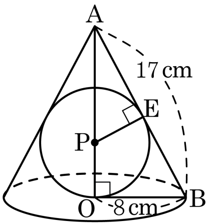
$\overline{AB}=8\,cm$, $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\,cm$ (∵ 중점 연결 정리)

$\overline{BE}$, $\overline{AF}$ 는 한 변의 길이가 8 cm 인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE}=\overline{AF}=4\sqrt{3}\,cm$

사다리꼴의 높이 $\overline{EH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{11}(cm)$ 이다.

$\therefore$ □ABEF $=(8+4)\times 2\sqrt{11}\times\frac{1}{2}=12\sqrt{11}(cm^2)$

24. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8cm, 모선의 길이가 17cm 인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

해설

$\overline{AO} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$

$\overline{PO} = x$ 라고 하면 $\overline{AP} = 15 - x$

$\triangle AEP \backsim \triangle AOB$ 에서 $15 - x : 17 = x : 8$

$17x = 8(15 - x),\ 17x = 120 - 8x,\ 25x = 120,$

$\therefore x = \frac{120}{25} = \frac{24}{5}$(cm)

25. $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3$ 인 직사각형 ABCD 에서 변 BC 위의 점 P 와 변 AD 위의 점 Q 에 대하여 사각형 APCQ가 마름모일 때, 마름모 APCQ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{13}{3}$

해설

마름모는 네 변의 길이가 같으므로 $\overline{AP}=x$ 로 놓으면

$\overline{PC}=x$, $\overline{BP}=3-x$

$\triangle ABP$ 에서 $\overline{AP}^2=\overline{AB}^2+\overline{BP}^2$ 이므로

$2^2+(3-x)^2=x^2$

$6x=13$

$\therefore\ x=\dfrac{13}{6}$

따라서 마름모 APCQ 의 넓이는 $\dfrac{13}{6}\times 2=\dfrac{13}{3}$ 이다.

26. $\overline{BC}=12$, $\overline{AC}=9$, $\angle C=90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, 꼭짓점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 CMH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{189}{25}$

해설

$\overline{AB}^2 = \sqrt{9^2+12^2}=15$ 이므로

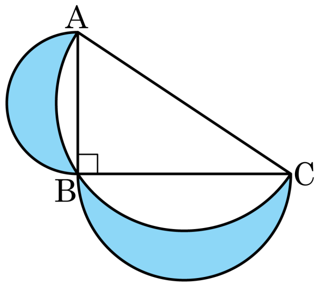
$\overline{AM}=\overline{MC}=\frac{15}{2}$

$15\times\overline{CH}=9\times 12$ 에서 $\overline{CH}=\frac{36}{5}$

$\therefore\ \overline{MH}=\sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2-\left(\frac{36}{5}\right)^2}=\frac{21}{10}$

$\therefore\ \triangle CMH=\frac{1}{2}\times\frac{36}{5}\times\frac{21}{10}=\frac{189}{25}$

27. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸더니 색칠한 부분의 넓이가 24 였다. 이때 변 AC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{26}$

해설

$\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 3a$ 라 하면

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하면

(색칠한 부분의 넓이)

$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$

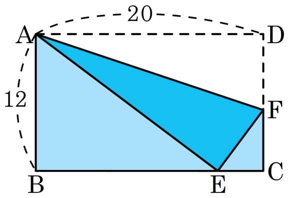
$= \triangle ABC \ (\because \ S_1 + S_2 = S_3)$

$= \dfrac{1}{2} \times 2a \times 3a = 3a^2$

즉, $3a^2 = 24$ 이므로 $a = 2\sqrt{2}$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{13}a = 2\sqrt{26}$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12$, $\overline{AD} = 20$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D 가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



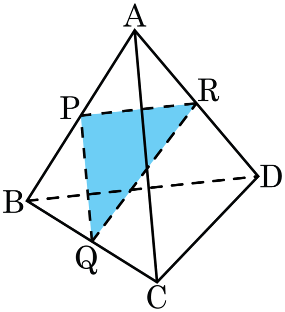
▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{20}{3}$

해설

$\triangle ADF \equiv \triangle AEF$ 이므로
$\overline{EF} = \overline{DF} = x(\text{cm})$ 라 하면
$\overline{AE} = \overline{AD} = 20$, $\overline{AB} = 12$ 이므로
$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$,
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 20 - 16 = 4$
$\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 12 - x$
$\triangle ECF$ 에서 $x^2 = 4^2 + (12 - x)^2$, $24x = 160$,
$\therefore x = \dfrac{20}{3}$

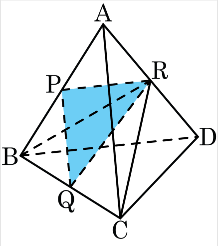
29. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 15 인 정사면체 A−BCD 에서 모서리 AB, BC, AD 의 중점을 각각 P, Q, R 이라 할 때, 삼각형 PQR 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{225}{8}$

해설



$\overline{\mathrm{PR}} = \overline{\mathrm{PQ}} = \frac{15}{2}$

$\triangle$RBC 는 $\overline{\mathrm{BR}} = \overline{\mathrm{RC}}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{RQC} = 90^\circ$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BR}}$ 과 $\overline{\mathrm{RC}}$ 은 각각 정삼각형 ABD 와 ACD 의 높이이므로 $\overline{\mathrm{RC}} = \overline{\mathrm{BR}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 15 = \frac{15}{2}\sqrt{3}$ 이고

$\overline{\mathrm{BQ}} = \frac{15}{2}$ 이므로

$\overline{\mathrm{RQ}} = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{15}{2}\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{PR}^2} + \overline{\mathrm{PQ}^2} = \overline{\mathrm{RQ}^2}$ 이므로 $\triangle$PRQ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore\ \triangle \mathrm{PQR} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \frac{15}{2} = \frac{225}{8}$