

1. 다음은 유리식과 무리식의 정의이다.

유리식: 두 다항식 $A, B (B \neq 0)$ 에 대하여, $\frac{A}{B}$ 와같이 분수의 꼴로 나타내어지는식, 특히 B 가 상수인 유리식 $\frac{A}{B}$ 는 다항식
이므로 다항식도 유리식이다. 한편, 유리식 중에서 다항식이 아닌 유리식을 분수식이라고 한다.

무리식: 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식으로 유리식으로 나타낼 수 없는 식

주어진 식에 대한 설명으로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

① $\frac{x^2+5}{3x+2}$ -다항식

② $\sqrt{2}x+3$ -유리식

③ $\frac{x^2-1}{3}$ -분수식

④ $\sqrt{x^2-1}$ -유리식

⑤ $2x + \sqrt{x^2+5}$ -다항식

해설

① 분수식 ③ 유리식 ④ 무리식 ④ 무리식

2. 다음 중 $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $\sqrt{26}$

② $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

③ 7

④ $5\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{13}$

해설

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

3. $a > 0$, $x = a - \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4} - x$ 를 a 로 나타내면?

① $\frac{2}{a}$

② $-\frac{2}{a}$

③ a

④ $2a$

⑤ $-2a$

해설

$$\sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4} = \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2}$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $\sqrt{x^2 + 4} = a + \frac{1}{a}$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4} - x = \left(a + \frac{1}{a}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$$

4. $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 의 값은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때,

$$xy = 4 - 3 = 1, \quad x + y = 4$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{14}{1} = 14$$

$$(\because x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy)$$

5. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 32 일 때, 자연수 n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$2^n = 32 \therefore n = 5$$

6. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중에서 옳은 것은?

① $\emptyset^c = A$

② $U^c = A$

③ $(A^c)^c = U$

④ $A \cup U = A$

⑤ $A \cap U = A$

해설

① $\emptyset^c = U$

② $U^c = \emptyset$

③ $(A^c)^c = A$

④ $A \cup U = U$

7. $(A^c \cap B^c) \cup (A \cup B)$ 을 간단히 하면?

① A

② B

③ $\emptyset$

④ U

⑤ $A \cap B$

해설

$$\begin{aligned}(A^c \cap B^c) \cup (A \cup B) &= (A \cup B)^c \cup (A \cup B) \\ &= U\end{aligned}$$

8. $a > b > 0$ 일 때, $a^2 > b^2$ 이다. 임을 이용하여 $x > y > -1$ 일 때, $\sqrt{x+1}$, $\sqrt{y+1}$ 의 대소를 비교하면?

① $\sqrt{x+1} < \sqrt{y+1}$

② $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{y+1}$

③ $\sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$

④ $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{y+1}$

⑤ $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{y+1})^2 &= (x+1) - (y+1) \\ &= x - y > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$$

9. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}}$ 을 간단히 하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} = \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{-1}{\sqrt{2} - 1}} = 1 - \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}} = \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2} + 1}} = 1 + \sqrt{2}$$

$$\therefore (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = -1$$

10. $2x = 3y$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$2x = 3y \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k \rightarrow x = 3k, y = 2k$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy} = \frac{(3k)^2 - (2k)^2}{(3k)^2 + 3k \times 2k} = \frac{5k^2}{15k^2} = \frac{1}{3}$$

11. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

12. 곡선 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 곡선 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동한 것이고, 곡선 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선은 $x = a, y = b$ 이다. $m + n + a + b$ 의 값은?

① 6

② 1

③ 2

④ -2

⑤ -3

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3, n = 1$

$$\text{또, } y = \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은 $x = -1, y = 3$ $a = -1, b = 3$

따라서 구하는 합은 6

13. 다음 중 옳은 것은?

① $A = \{1, 3, 5\}$ 이면 $n(A) = 5$

② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 6$

③ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 2$

④ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

⑤ $n(\emptyset) = 1$

해설

① $n(A) = 3$

② $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $n(A) = 4$

③ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 3 - 2 = 1$

⑤ $n(\emptyset) = 0$

14. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2, 3\}\}$ 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\emptyset \in A$

㉡ $\{1, 2\} \subset A$

㉢ $\{1, 2, 3\} \subset A$

㉣ $\{\emptyset\} \subset A$

㉤ $2 \in A$

㉥ $\{1\} \in A$

① ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

② ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉢ $\{1, 2, 3\} \in A$ 또는 $\{\{1, 2, 3\}\} \subset A$

㉥ $\{1\} \subset A$

15. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

② $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

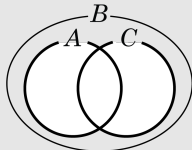
③ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $B \subset (A \cup C)$ 이다.

④ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset (B \cap C)$ 이다.

⑤ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \subset (B \cup C)$ 이다.

해설

③번을 벤다이어그램으로 나타내면, 거짓임을 알 수 있다.



16. 다음 중 두 집합이 서로 같지 않은 것은?

① $\{1, 2\}$ 와 $\{2, 1\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 와 $\{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$ 와 $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$

④ $\{9, 11, 13, \dots\}$ 와 $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 큰 홀수}\}$

⑤ $\{\text{과학, 수학}\}$ 과 $\{x \mid x \text{는 학교에서 배우는 과목}\}$

해설

① $\{1, 2\} = \{2, 1\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 큰 홀수}\} = \{9, 11, 13, \dots\}$

⑤ $\{\text{과학, 수학}\} \subset \{x \mid x \text{는 학교에서 배우는 과목}\}$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $\{(A-B) \cup (A \cap B)\} \cap B = A$ 가 성립할 때, 다음 중 반드시 성립하는 것은?

① $A - B = \phi$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A^c \subset B^c$

④ $B^c \cup A = U$

⑤ $A^c \cap B = \phi$

해설

$$\begin{aligned} \{(A-B) \cup (A \cap B)\} \cap B &= \{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap B = \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B \\ &= (A \cap U) \cap B = A \cap B = A \quad \therefore A \subset B \leftrightarrow A - B = \emptyset \end{aligned}$$

18. 항등함수와 상수함수에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(단, R 는 실수 전체의 집합이다.)

- ① 항등함수는 일대일 대응이다.
- ② $f: R \rightarrow R$ 가 항등함수이면 $f(x) = x$ 이다.
- ③ 항등함수를 그래프로 나타내면 항상 직선 $y = x$ 가 된다.
- ④ 집합 R 에서 R 로의 상수함수는 오직 하나뿐이다.
- ⑤ 상수함수를 그래프로 나타내면 항상 직선이 된다.

해설

③ 정의역과 공역이 실수 전체의 집합일 경우에만 항등함수의 그래프가 직선 $y = x$ 이다.

(반례) $f: X \rightarrow Y, f(x) = x$ 에서

$X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3\}$ 이면

$y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 가 아니다.

④ 집합 R 에서 R 로의 상수함수는 무수히 많다.

⑤ 정의역이 실수 전체의 집합일 경우에만 상수함수의 그래프가 직선이 된다.

(반례) $f: X \rightarrow Y, f(x) = 3$ 에서

$X = \{1, 2, 3\}$ 이면 $y = f(x)$ 는 직선이 아니다.

따라서, 옳지 않은 것은 ③, ④, ⑤이다.

19. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는 함수 $f: A \rightarrow A$ 의 개수는 몇 개인가?

I. $f(1) = 3$

II. $x \in A$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 2 이다.

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

두 조건을 만족시키기 위해서는

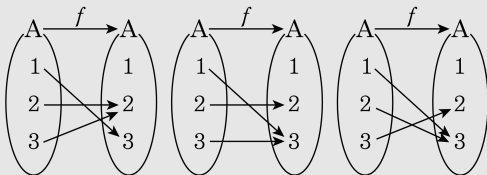
$f(2) = 2$ 또는 $f(3) = 2$ 를 만족시키고

$f(2), f(3)$ 의 값이 동시에

3 이 되어서는 안되며 어떤 원소도

1 에 대응해서는 안된다.

따라서, 함수 f 의 대응은 다음과 같다.



$\therefore$ 3 개

20. 원점을 지나는 직선이 두 함수 $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프와 서로 다른 세 점에서 만날 때, 세 점의 x 좌표의 값의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

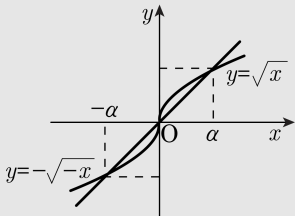
⑤ 2

해설

두 함수 $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프는

원점에 대하여 대칭이므로

다음 그림과 같이 원점을 지나는 직선과 서로 다른 세 점에서 만날 때, 세 점의 x 좌표의 값의 합은 항상 0이다.



21. $y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

① $\frac{\pi}{4}$

② $\frac{\pi}{2}$

③ π

④ 2π

⑤ 4π

해설

$y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 에서

$$1 - (x+1)^2 \geq 0, x^2 + 2x \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 0$$

따라서 주어진 함수의 정의역은

$\{x | -2 \leq x \leq 0\}$, 치역은 $\{y | y \geq 0\}$

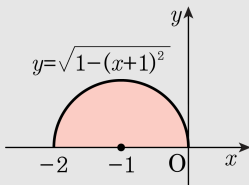
$y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 의 양변을

제곱하여 정리하면 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 이므로

함수의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2}\pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2}$$



22. $\langle x \rangle = x - [x]$ 라 할 때,

$\langle \sqrt{3+2\sqrt{2}} \rangle - \frac{1}{\langle \sqrt{3+2\sqrt{2}} \rangle}$ 의 값은?(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

① $-2\sqrt{2}$

② -2

③ -1

④ 2

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3+2\sqrt{2}} &= \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} \\ &= \sqrt{2}+1 = x \text{라 하자.}\end{aligned}$$

$$[x] = 2, \langle x \rangle = \sqrt{2}-1$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (\sqrt{2}-1) - \frac{1}{\sqrt{2}-1} \\ &= \sqrt{2}-1 - (\sqrt{2}+1) = -2\end{aligned}$$