

1. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 수학 쪽지 시험의 결과를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	7	9	6	7	6

- ① 1 ② 1.2 ③ 1.4 ④ 1.6 ⑤ 1.8

해설

주어진 자료의 평균은
$$\frac{7+9+6+7+6}{5} = \frac{35}{5} = 7(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 0, 2, -1, 0, -1 이다.
따라서 분산은
$$\frac{0^2+2^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

2. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급에 대한 학생들의 몸무게에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 가장 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균 (kg)	67	61	65	62	68
표준편차 (kg)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

- ① A, B ② A, C ③ B, C ④ B, E ⑤ C, D

해설

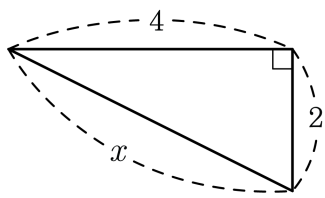
표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 A 이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 C 이다.

3. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 3이고 표준편차가 4일 때, $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \dots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?
- ① 평균 : 3, 표준편차 : 8 ② 평균 : 3, 표준편차 : 15
③ 평균 : 3, 표준편차 : 20 ④ 평균 : 5, 표준편차 : 8
⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$ 이므로
평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$ 이고
표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$ 이다.

4. 다음 그림에서 x 의 값은?



- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

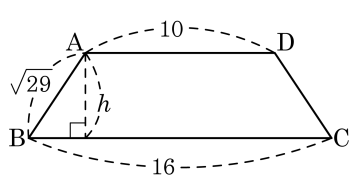
피타고라스 정리에 따라

$$4^2 + 2^2 = x^2$$

$$x^2 = 20$$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{5}$ 이다.

5. 다음과 같은 등변사다리꼴의 높이 h 를 구하면?



- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 할 때, $\overline{BE} = 3$ 이다. ($\square ABCD$ 는 등변사다리꼴)
따라서 피타고라스 정리를 적용하면 $h = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이다

6. 다음 그림에서 $\square JKGC$ 와 넓이가 같은 도형은?

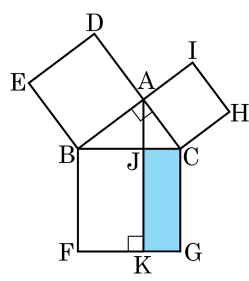
① $\square DEBA$

② $\square BFKJ$

③ $\square ACHI$

④ $\triangle ABC$

⑤ $\triangle ABJ$



해설

$\square JKGC$ 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

7. 직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이가 4, 5, x 일 때, 가능한 x 의 값을 모두 구하면? (정답 2개)

① 3

② 4

③ 5

④ $\sqrt{35}$

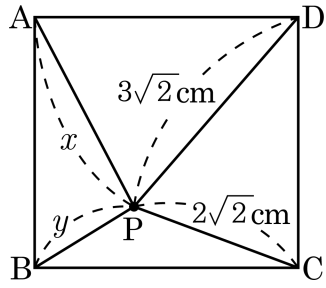
⑤ $\sqrt{41}$

해설

5가 가장 긴 변일 때, $x^2 + 4^2 = 5^2 \quad \therefore x = 3$

x 가 가장 긴 변일 때, $4^2 + 5^2 = x^2 \quad \therefore x = \sqrt{41}$

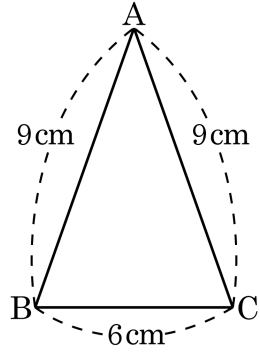
8. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설
 $x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

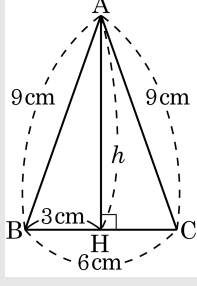
9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 9\text{ cm}$, $\overline{BC} = 6\text{ cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $18\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설



높이를 h 라고 하면
 $h = \sqrt{81 - 9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\therefore (\text{넓이}) = 6 \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

10. 영희가 4회에 걸쳐 치른 음악 실기시험 성적은 15점, 18점, 17점, x 점이고, 최빈값은 18점이다. 5회의 음악 실기 시험 성적이 높아서 5회까지의 평균이 4회 까지의 평균보다 1점 올랐다면 5회의 성적은 몇 점인지 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 22점

해설

최빈값이 18점이므로 $x = 18$ (점)이다.

4회까지의 평균은

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18}{4} = \frac{68}{4} = 17(\text{점}) \text{이다.}$$

5회까지의 평균은 $17 + 1 = 18$ (점)이고 5회 성적을 y 점이라 하면

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18 + y}{5} = 18(\text{점}) \text{이다.}$$

$$68 + y = 90$$

$$\therefore y = 22(\text{점})$$

11. 5개의 변량 4, 5, x , 11, y 의 평균이 6이고 분산이 8일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5개의 변량의 평균이 6이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

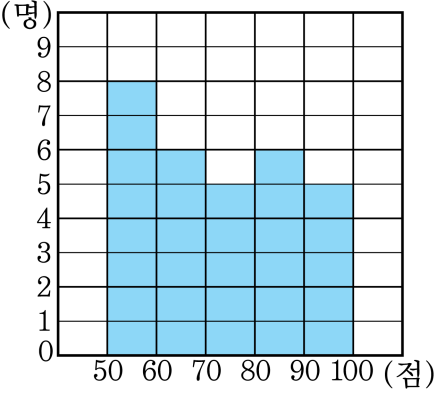
$$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 72 + 30 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 58$$

12. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



- ① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$ ② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$ ③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$ ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

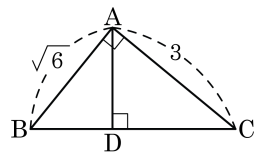
평균: $\frac{55 \times 8 + 65 \times 6 + 75 \times 5 + 85 \times 6 + 95 \times 5}{30} = 73$

편차: $-18, -8, 2, 12, 22$

분산: $\frac{(-18)^2 \times 8 + (-8)^2 \times 6 + 2^2 \times 5 + 12^2 \times 6 + 22^2 \times 5}{30} = \frac{628}{3}$

표준편차: $\sqrt{\frac{628}{3}} = \frac{2\sqrt{471}}{3}$

13. 직각삼각형 ABC의 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{2}{3}$ 일 때, $10\overline{BD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{2}{3}$ 이므로 $\overline{BD} = 2k, \overline{DC} = 3k$ 라 하자.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ABC$ 는 $\angle B$ 를 공통각으로 가지고 있으며 한 개씩의 직각을 가지고 있으므로 닮은 꼴이다.

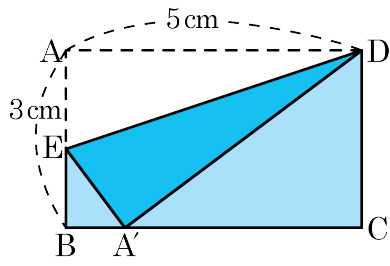
닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{BC} : \overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$$

$$2k \times 5k = 6 \text{ 이므로 } 10\overline{BD}^2 = 40k^2 = 24$$

14. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 있도록 접었을 때, $\overline{A'C}$ 의 길이는?



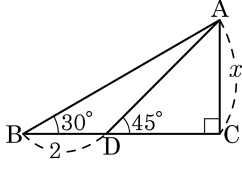
- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\overline{AD} = \overline{A'D} = 5\text{ cm}$ 이므로 피타고라스 정리에서
 $\overline{A'C} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4(\text{cm})$

15. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

- ① $1 + \sqrt{2}$
- ② $1 + \sqrt{3}$
- ③ $2 + \sqrt{3}$
- ④ $3 + \sqrt{3}$
- ⑤ $4 + \sqrt{3}$

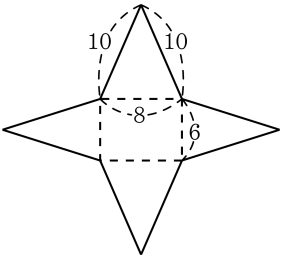


해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면
 $1 : \sqrt{3} = x : x + 2$
 $\sqrt{3}x = x + 2$
 $(\sqrt{3} - 1)x = 2, x = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} + 1$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3 + \sqrt{3}$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 전개도로 만들어지는 도형의 부피는 얼마이겠는가?

- ① $60\sqrt{3}$
 ② $70\sqrt{3}$
- ③ $80\sqrt{3}$
 ④ $90\sqrt{3}$
- ⑤ $100\sqrt{3}$



해설

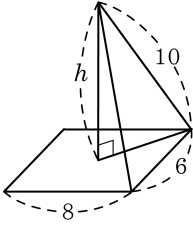
밑변의 대각선의 길이는

$$\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

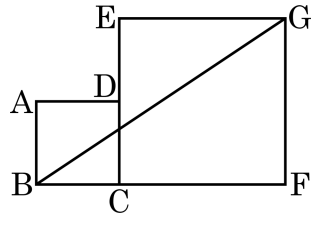
높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{10^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{100 - 25} = 5\sqrt{3} \\ &= \sqrt{75} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(V) = 6 \times 8 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = 80\sqrt{3}$$



17. 다음 그림은 정사각형을 두 개 연결해놓은 그림이다. 정사각형 ABCD의 넓이는 12cm^2 , 정사각형 ECFG의 넓이는 48cm^2 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{39}$ cm

해설

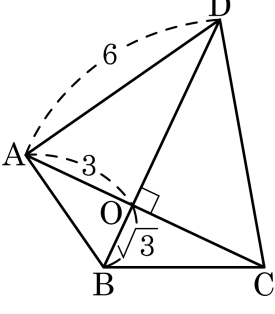
정사각형 ABCD의 넓이가 12cm^2 이므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

정사각형 ECFG의 넓이가 48cm^2 이므로 $\overline{CF}$ 의 길이는 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

$$\overline{BF} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm}), \overline{GF} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}\overline{BG} &= \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{108 + 48} = \sqrt{156} \\ &= 2\sqrt{39}(\text{cm})\end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AD} = 6, \overline{AO} = 3, \overline{BO} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



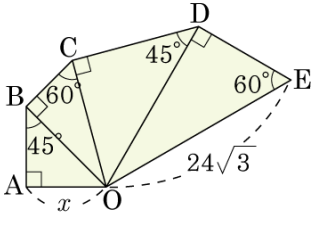
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABO \text{ 에서} \\ \overline{AB}^2 &= 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12 \text{ 이므로} \\ 12 + \overline{CD}^2 &= \overline{BC}^2 + 6^2 \\ \overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 &= 36 - 12 = 24 \end{aligned}$$

19. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



- ① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$$

$$2\overline{OD} = 72 \quad \therefore \overline{OD} = 36$$

$$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$$

$$\sqrt{2}\overline{OC} = 36 \quad \therefore \overline{OC} = \frac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$$

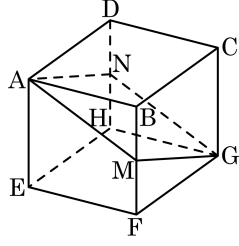
$$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$$

$$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \quad \therefore \overline{OB} = 9\sqrt{6}$$

$$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$$

$$\sqrt{2}\overline{OA} = 9\sqrt{6} \quad \therefore \overline{OA} = 9\sqrt{3}$$

20. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



- ① $50\sqrt{2}\text{ cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ 100 cm^2 ④ $50\sqrt{5}\text{ cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\text{ cm}^2$

해설

$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$$

21. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

- ① $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ② $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ③ $\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ④ $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ⑤ $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 2cm라 하면

$$(2a)^2 = 4^2 + a^2$$

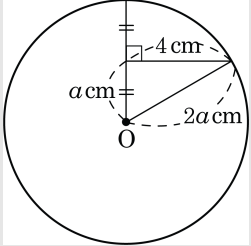
$$4a^2 = 16 + a^2$$

$$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$$

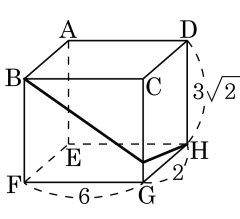
구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2 \quad (a^2 = \frac{16}{3} \text{ 대입})$$

$$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi (\text{cm}^2)$$



22. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 2, $3\sqrt{2}$, 6 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{CG}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



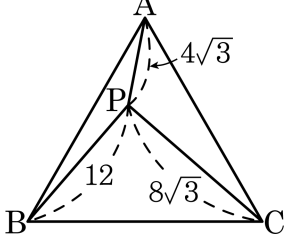
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{82}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{최단거리}) &= \overline{BH} = \sqrt{\overline{BF}^2 + (\overline{FG} + \overline{GH})^2} \\ &= \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{82}\end{aligned}$$

23. 정삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 에서 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리가 각각 $4\sqrt{3}$, 12, $8\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $84\sqrt{3}$

해설

다음 그림과 같이 $\triangle PBC$ 를 점 C 를 중심으로 점 B 가 점 A 에 오도록 회전하고 보조선 $\overline{PP'}$ 를 그으면

$\overline{PC} = \overline{P'C} = 8\sqrt{3}$ 이고, $\angle PCP' = 60^\circ$ 이므로 $\triangle PP'C$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{PP'} = 8\sqrt{3}$

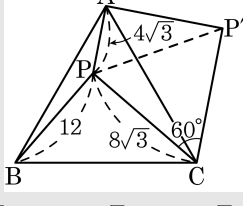
이때, $\triangle PAP'$ 의 세 변의 길이의 비가 $4\sqrt{3} : 12 : 8\sqrt{3} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$\triangle PAP'$ 는 세 내각의 크기가 30° , 60° , 90° 인 직각삼각형이다.

따라서 $\triangle ACP'$ 에서 $\angle AP'C = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + (8\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{21}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{21})^2 = 84\sqrt{3}$$

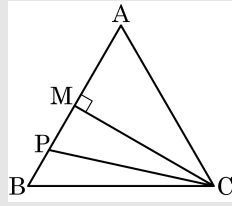


24. 한 변의 길이가 1 인 정삼각형 ABC 의 변 AB 의 중점을 M , 변 AB 위에 있는 한 점을 P 라 할 때, $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{8}$

해설



이때 삼각형 ABC 가 정삼각형이므로 $\angle AMC = 90^\circ$

$$\overline{CM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

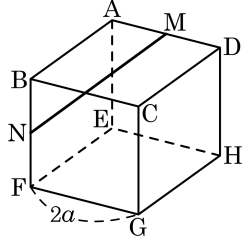
$$\overline{BP} = x \text{ 라 놓으면 } \overline{MP} = \frac{1}{2} - x$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{CP}^2 &= \overline{CM}^2 + \overline{MP}^2 \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - x\right)^2 \\ &= x^2 - x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{그러므로 } \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 &= x^2 + x^2 - x + 1 \\ &= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{1}{4}$ 일 때, 최솟값 $\frac{7}{8}$ 을 갖는다.

25. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2a$ 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}a$

해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90^\circ$ 인 직각삼각형

$$\begin{aligned}\overline{MN}^2 &= \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= (2a)^2 + a^2 + a^2 = 6a^2\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{MN} = \sqrt{6}a$$