

1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값) \times (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	1	80
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	1	90
계	계	8	560

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

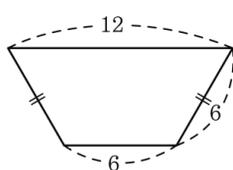
$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{560}{8} = 70(\text{점}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\ &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100 \end{aligned}$$

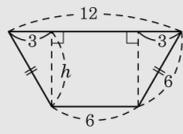
이다.

2. 윗변의 길이가 12, 아랫변의 길이가 6, 나머지 두변의 길이가 6 인 등변사다리꼴의 넓이는?



- ① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$ ③ $23\sqrt{3}$ ④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $27\sqrt{3}$

해설

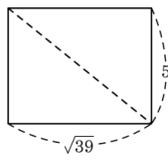


등변사다리꼴의 높이는

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{6^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{36 - 9} \\ &= \sqrt{27} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(\text{넓이}) = (6 + 12) \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 27\sqrt{3}$$

3. 다음 그림에서 직사각형의 대각선의 길이는?



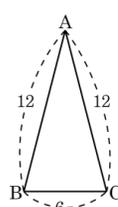
- ① $2\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{7}$ ③ 8 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 9

해설

피타고라스 정리에 따라
 $\sqrt{5^2 + \sqrt{39}^2} = 8$ 이다.

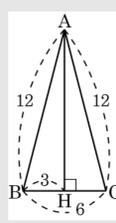
4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① $12\sqrt{3}$ ② $15\sqrt{3}$ ③ $9\sqrt{15}$
④ 36 ⑤ $10\sqrt{15}$



해설

점 A에서 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - 3^2} = 3\sqrt{15}$
따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{15} = 9\sqrt{15}$ 이다.



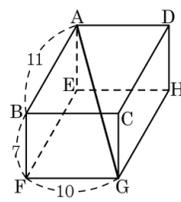
5. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 원점 사이의 거리는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점은 $(0, 5)$ 이다. 따라서 원점과의 거리는 5 이다.

6. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG의 길이를 구하여라.

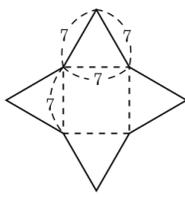


- ① $3\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{15}$ ③ $3\sqrt{30}$ ④ $15\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AG} &= \sqrt{7^2 + 10^2 + 11^2} \\ &= \sqrt{49 + 100 + 121} = 3\sqrt{30} \end{aligned}$$

7. 다음 전개도로 사각뿔을 만들 때, 이 사각뿔의 부피를 구하여라.



① 49

② $49\sqrt{21}$

③ $49\sqrt{42}$

④ $\frac{7\sqrt{42}}{3}$

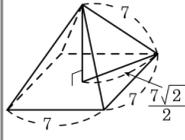
⑤ $\frac{343\sqrt{2}}{6}$

해설

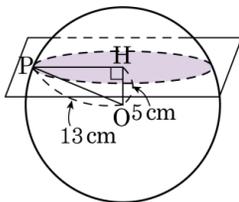
$$h = \sqrt{7^2 - \left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{49 - \frac{98}{4}} =$$

$$\frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$V = 7 \times 7 \times \frac{7\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{343\sqrt{2}}{6}$$



8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 13cm 인 구를 중심 O 에서 5cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 지름은?

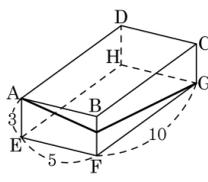


- ① 20 cm ② 22 cm ③ 24 cm ④ 26 cm ⑤ 30 cm

해설

$\overline{PH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$
 반지름이 12 cm 이므로 지름은 24 cm 이다.

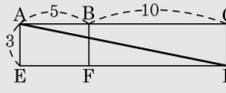
9. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A에서 모서리 BF를 거쳐 점 G에 이르는 최단거리를 구하면?



- ① $\sqrt{243}$ ② $3\sqrt{26}$ ③ $2\sqrt{89}$ ④ $2\sqrt{41}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

$$\overline{AG} = \sqrt{3^2 + (5+10)^2} = \sqrt{9 + 225} = \sqrt{234} = 3\sqrt{26}$$



10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

11. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

- ① 60kg ② 61kg ③ 62kg ④ 63kg ⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 x kg 이라고 하면

$$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5, \quad 2700 - x = 2380 \quad \therefore x = 320(\text{kg})$$

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$$\frac{320}{5} = 64(\text{kg}) \text{ 이다.}$$

12. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수
Y : 1 부터 200 까지의 홀수
Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

- ① $x = y = z$ ② $x < y = z$ ③ $x = y < z$
④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

13. 5개의 변량 4, 6, 10, x, 9의 평균이 7일 때, 분산은?

- ① 4.1 ② 4.3 ③ 4.5 ④ 4.7 ⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

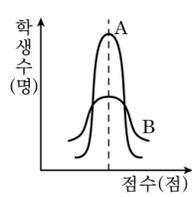
$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 -3, -1, 3, -1, 2이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

14. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?

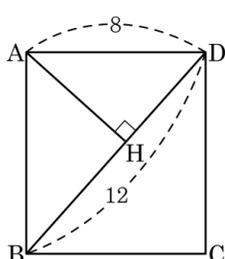


- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

15. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 직사각형이고, $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 이다. \overline{AH} 의 길이를 구하여라.

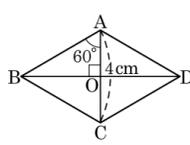


- ① $16\sqrt{5}$ ② $8\sqrt{5}$ ③ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$
 ④ $\frac{16\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABD \text{ 에서 } \overline{AB} &= \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5} \\ \triangle ABD &= \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD} \text{ 이므로 } \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH} = \\ &\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 8 \\ \therefore \overline{AH} &= \frac{8\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

16. 다음 마름모 ABCD 에서 $\angle BAO = 60^\circ$ 이고 $AC = 4\text{cm}$ 일 때, 마름모의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$

▷ 정답: $8\sqrt{3}\text{cm}^2$

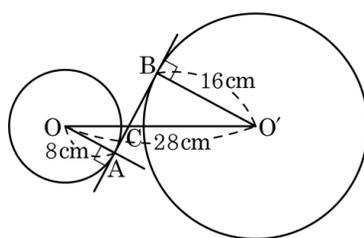
해설

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로

$$\overline{BO} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \text{ (cm) 이다.}$$

따라서 마름모의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times 2 = 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

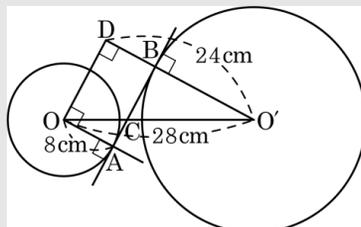
17. 다음 그림에서 반지름의 길이가 8 cm, 16 cm 인 원 O, O' 의 중심 사이의 거리는 28 cm 이다. 공통접선 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $4\sqrt{13}$ cm

해설

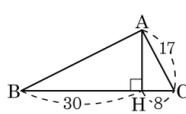


$\overline{O'B}$ 의 연장선과 점 O 에서 \overline{AB} 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D 라 하면

$$\overline{O'D} = 16 + 8 = 24(\text{cm})$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{OD} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'D}^2} \\ &= \sqrt{28^2 - 24^2} = \sqrt{208} \\ &= 4\sqrt{13}(\text{cm}) \end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



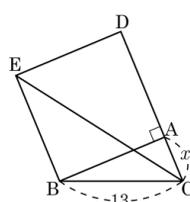
▶ 답:

▷ 정답: $15\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15 \\ \overline{AB} &= \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{225 + 900} = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5}\end{aligned}$$

19. 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 \overline{AB} 를 한 변으로 하는 정사각형 ADEB를 그렸을 때, $\triangle EBC$ 의 넓이가 72 cm^2 이면 \overline{AC} 의 길이는 얼마인지 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} \triangle EBC &= \triangle EBA = 72\text{ cm}^2 \\ \square ADEB &= 144\text{ cm}^2, \overline{AB} = 12\text{ cm} \\ \therefore \overline{AC} &= \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\text{ (cm)} \end{aligned}$$

21. 길이가 6 cm, 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm

② 10 cm

③ 100 cm

④ $2\sqrt{7}$ cm

⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.

② $x > 8$ 이면

$$6 + 8 > x(\text{m}) \text{ 이고 } 6^2 + 8^2 = x^2$$

$$\therefore x = 10(\text{cm})$$

④ $x < 8$ 이면

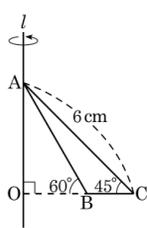
$$x + 6 > 8 \text{ 이고 } x^2 + 6^2 = 8^2$$

$$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$$

따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?

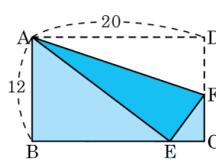
- ① $4\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ ② $6\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$
 ③ $12\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$ ④ $12\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$
 ⑤ $24\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$



해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}$ (cm)
 $\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$
 $\therefore \overline{BO} = \sqrt{6}$ (cm)
 따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$
 $- \left(\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$
 $= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi$ (cm³) 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12$, $\overline{AD} = 20$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D가 \overline{BC} 위에 오도록 접었을 때, \overline{EF} 의 길이를 구하여라.



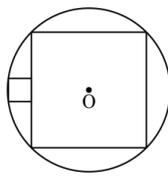
▶ 답:

▶ 정답: $\frac{20}{3}$

해설

$\triangle ADF \cong \triangle AEF$ 이므로
 $\overline{EF} = \overline{DF} = x(\text{cm})$ 라 하면
 $\overline{AE} = \overline{AD} = 20$, $\overline{AB} = 12$ 이므로
 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$,
 $\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 20 - 16 = 4$
 $\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 12 - x$
 $\triangle ECF$ 에서 $x^2 = 4^2 + (12 - x)^2$, $24x = 160$,
 $\therefore x = \frac{20}{3}$

24. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어있으면서 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원 O에 내접하고 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O에서 \overline{PS} 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OA} = 5\sqrt{2}$$

$$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 10\sqrt{2}$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 10이다.

한편 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{PH} = x + 5 \text{ 이므로}$$

$\triangle POH$ 에서

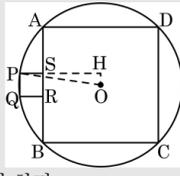
$$(x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x = 2 \ (x > 0)$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 2이므로, 두 정사각형의 한 변의 길이 차는 $10 - 2 = 8$ 이다.



25. 정육면체의 각 면의 대각선의 중점을 연결하여 만든 입체도형의 부피를 V 라 할 때, 정육면체의 부피를 V 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $6V$

해설

정육면체의 각 면의 대각선의 교점을 꼭짓점으로 하는 입체도형은 정팔면체이다.

이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,

정팔면체의 한 모서리의 길이는

$$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a \text{ 이고,}$$

정팔면체를 두 개의 사각뿔로 나눌 때,

하나의 사각뿔의 높이는 $\frac{1}{2} \times a = \frac{a}{2}$ 이다.

입체도형의 부피는

$2 \times$ (정사각뿔의 부피)

$$= 2 \times \left\{ \frac{1}{3} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a \right)^2 \times \frac{a}{2} \right\}$$

$$= \frac{a^3}{6}$$

$= V$ 이다.

따라서, 정육면체의 부피는 $a^3 = 6V$ 이다.