1. 다음 표는 9 명의 수학 쪽지시험에 대한 점수를 나타낸 것이다. 이때, 시험 점수에 대한 중앙값과 최빈값을 구하여라.

점수	4	5	6	7	8	합계
학생 수	2	2	3	1	1	9

▶ 답 :

▶ 답 :

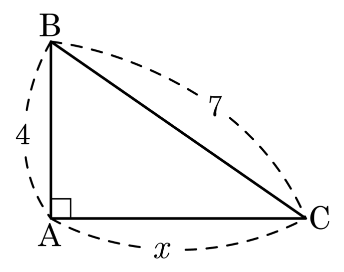
▷ 정답 : 중앙값 : 6

▷ 정답 : 최빈값 : 6

해설

변량을 순서대로 나열하면 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 8 이므로 중앙값은 6 이고, 학생 수가 가장 많은 6 이 최빈값이다.

2. 다음 삼각형에서 x 의 값을 구하면?



① $\sqrt{31}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

해설

$x = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$

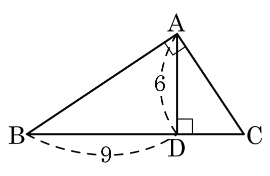
3. 세 변의 길이가 각각 x, $x+2$, $x-7$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 빗변의 길이를 구하여라.

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$
$x^2 - 18x + 45 = 0$
$(x-15)(x-3) = 0$
$\therefore\ x = 15(\because\ x > 7)$
따라서 빗변의 길이는 $x+2$ 이므로 17이다.

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AD} = 6$, $\overline{BD} = 9$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

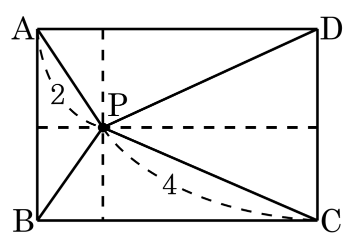
▷ 정답 : 4

해설

$6^2 = 9x$

$\therefore x = 4$

5. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{\mathrm{AP}} = 2$, $\overline{\mathrm{CP}} = 4$ 이면, $\overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2$ 의 값은?

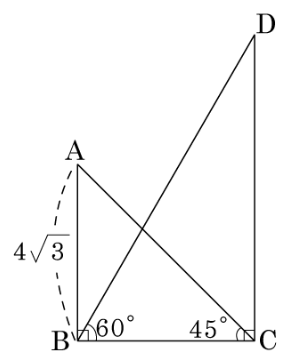


① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\overline{\mathrm{BP}^2} + \overline{\mathrm{DP}^2} = 2^2 + 4^2 = 20$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\angle ACB = 45°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{BD} = 8\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{AB} = 4\sqrt{3}$
$\overline{BD} = 2\overline{BC} = 8\sqrt{3}$

7. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 62kg ③ 64kg ④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{38\times58+x}{40}=58.5,\quad 2204+x=2340 \quad \therefore\ x=136(\text{kg})$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$\frac{136}{2}=68(\text{kg})$ 이다.

8. 다음 표는 A, B, C, D, E 5 명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 이 때, 5 명의 영어 성적의 표준편차를 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차 (점)	-5	0	10	x	5

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

편차의 합은 0 이므로

$-5+0+10+x+5=0$

$\therefore x=-10$

$\dfrac{(-5)^2+10^2+(-10)^2+(-5)^2}{5}$

$=\dfrac{25+100+100+25}{5}=\dfrac{250}{5}=50$

따라서 표준편차는 $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ 이다.

9. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a, b의 평균이 5이므로

$\frac{4+6+a+b}{4} = 5$, $a+b+10 = 20$

$\therefore\ a+b = 10 \cdots$ ㉠

또, 분산이 3 이므로

$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4} = 3$

$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4} = 3$

$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4} = 3$

$a^2+b^2-10(a+b)+52 = 12$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b) = -40 \cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2 = 10(a+b)-40 = 10\times10-40 = 60$

10. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22　　② 24　　③ 26　　④ 28　　⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$n = \sqrt{100} = 10$

$\therefore m+n = 16+10 = 26$

11. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	3
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	a
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	1
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	1
합계	8

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3+1+1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

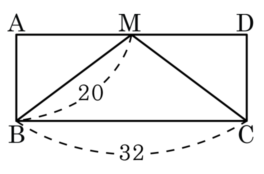
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 M 은 선분 AD 의 중점이고, $\overline{\mathrm{BM}} = 20$, $\overline{\mathrm{BC}} = 32$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 384

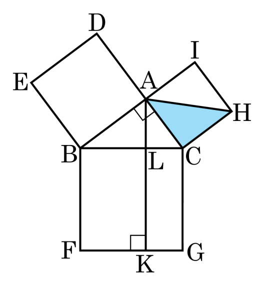
해설

$\overline{\mathrm{AM}} = 16$, △ABM 에서 $20^2 = 16^2 + \overline{\mathrm{AB}}^2$ 이므로

$\overline{\mathrm{AB}} = 12$

$\therefore$ □ABCD $= 32 \times 12 = 384$

13. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 이 때, $\triangle ACH$ 와 넓이가 같지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\triangle CBH$　② $\triangle ABC$　③ $\triangle CGA$

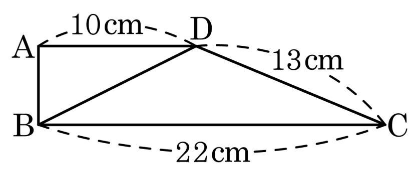
④ $\triangle CGL$　⑤ $\triangle ABE$

해설

삼각형의 합동조건과 평행선을 이용해서 $\triangle ACH$ 와 넓이가 같은 것을 찾으면

$\triangle CBH$,$\triangle CGA$,$\triangle CGL$ 이다.

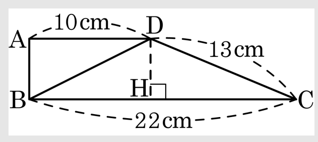
14. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle A = \angle B = 90°$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 22\text{cm}$, $\overline{DC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

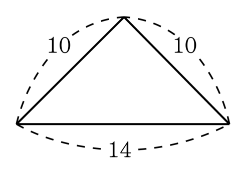
▷ 정답: $5\sqrt{5}$ cm

해설



꼭짓점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하자.
$\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$
$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$

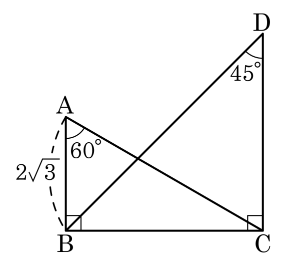
15. 다음 이등변삼각형의 넓이를 구하면?



① 4　② 8　③ $2\sqrt{30}$
④ $7\sqrt{51}$　⑤ 12

해설
높이$=\sqrt{10^2-7^2}=\sqrt{51}$,
넓이 $=14\times\sqrt{51}\times\frac{1}{2}=7\sqrt{51}$

16. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 길이를 구하여라.



① $6\sqrt{3}$　② $3\sqrt{3}$　③ $3\sqrt{2}$　④ 6　⑤ $6\sqrt{2}$

해설

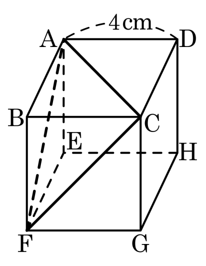
$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = 1 : \sqrt{3} = 2\sqrt{3} : \overline{\mathrm{BC}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}} = 6$

$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{BD}} = 1 : \sqrt{2} = 6 : \overline{\mathrm{BD}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}} = 6\sqrt{2}$

17. 한 모서리의 길이가 4 cm 인 정육면체 ABCD – EFGH 에 대하여 △AFC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

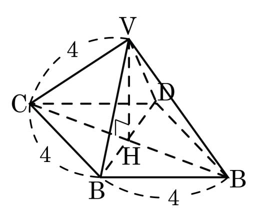
▷ 정답 : $8\sqrt{3}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

△AFC 의 세 변은 정육면체 ABCD – EFGH 의 각 면들의 대각선이므로 정삼각형이다.

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

18. 한 모서리의 길이가 4 인 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하면?



① 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\frac{29\sqrt{2}}{3}$

② 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\frac{32\sqrt{2}}{3}$

③ 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\frac{34\sqrt{2}}{3}$

④ 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\frac{35\sqrt{2}}{3}$

⑤ 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\frac{37\sqrt{2}}{3}$

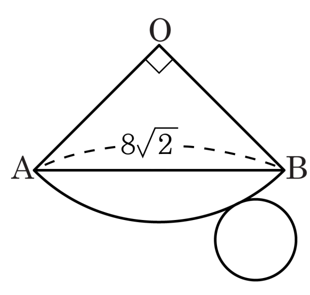
해설

높이를 h, 부피를 V라 하면

$h = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{16-8} = 2\sqrt{2}$

$V = 4 \times 4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{2}}{3}$

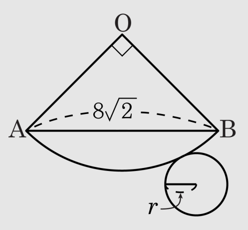
19. 다음 그림과 같이 중심각의 크기가 $90°$ 이고 $\overline{AB} = 8\sqrt{2}$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔의 부피를 구하면?



① $\dfrac{\sqrt{15}}{3}\pi$　　② $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}\pi$　　③ $\dfrac{4\sqrt{15}}{3}\pi$

④ $\dfrac{8\sqrt{15}}{5}\pi$　　⑤ $\dfrac{8\sqrt{15}}{3}\pi$

해설



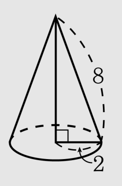
$\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

$\overline{OA} = \overline{OB} = x$, $\angle AOB = 90°$ 이므로 $x^2 + x^2 = (8\sqrt{2})^2 \therefore x = 8$

부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi x \times \dfrac{90°}{360°} = 16\pi \times \dfrac{1}{4} = 4\pi$

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2$ 이다.

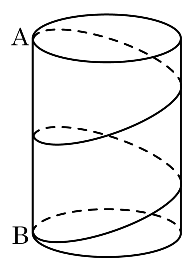
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{64 - 4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ 이다.

원뿔의 부피 $V = \dfrac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 2\sqrt{15} = \dfrac{8\sqrt{15}}{3}\pi$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$, 높이가 $12\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 원기둥의 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 B 에 이르는 최단 거리를 구하면?



① $12\pi\,\mathrm{cm}$ ② $20\pi\,\mathrm{cm}$ ③ $24\pi\,\mathrm{cm}$

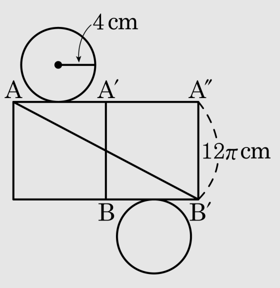
④ $26\pi\,\mathrm{cm}$ ⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}$

해설

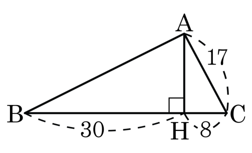
$\overline{\mathrm{AA'}}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi \times 4 = 8\pi(\mathrm{cm})$ 이고, $\overline{\mathrm{AA''}}$ 는 $16\pi(\mathrm{cm})$ 이다.

$\overline{\mathrm{AB'}} = \sqrt{(16\pi)^2 + (12\pi)^2} = \sqrt{400\pi} = 20\pi(\mathrm{cm})$



21. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

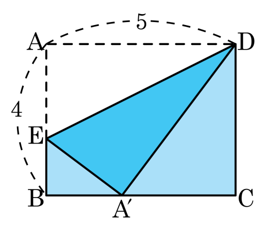
▷ 정답 : $15\sqrt{5}$

해설

$\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$

$\overline{AB} = \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{225 + 900} = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5}$

22. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\triangle$A′BE 의 넓이는?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\overline{\mathrm{EB}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = 4 - x$

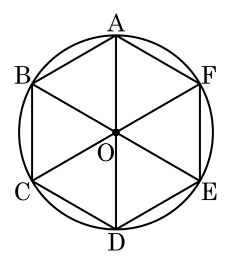
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{A'D}} = 5$ 이므로 $\overline{\mathrm{A'C}} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\overline{\mathrm{A'C}} = 3$, $\overline{\mathrm{BA'}} = 2$ 이다.

$\triangle$A′BE 에서 $(4 - x)^2 = x^2 + 2^2$

$8x = 12 \ \therefore \ x = \frac{3}{2}$

$\therefore \ \triangle \mathrm{A'EB} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$

23. 다음 그림에서 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 사각형 ABEF 의 넓이를 구하면?



▶ 답 : ______ cm^2

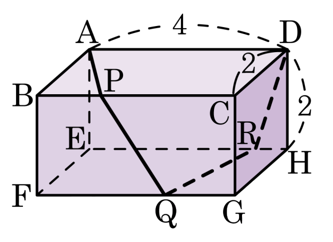
▷ 정답 : $48\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

사다리꼴 ABEF 의 넓이는 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 3 개의 정삼각형의 넓이의 합과 같다.

$\therefore\ 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 48\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

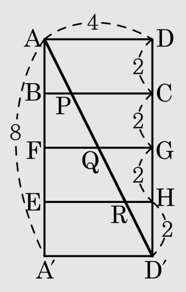
24. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$ 위에 각각 점 P, Q, R를 잡을 때, $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RD}$ 의 최솟값은?



① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

해설

전개도를 그려 보면



$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RD}$ 의 최솟값은 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.

$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

25. 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(3,\ 1)$, $\mathrm{P}(0,\ p)$, $\mathrm{Q}(p-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(-2,\ 6)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 의 값이 최소가 될 때, 직선 AP 와 QB 의 기울기의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{5}$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점 $\mathrm{B}'(-2,\ 5)$
점 A 와 B′ 을 이은 선분이 y 축과 만나는 점을 P 로 잡으면 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 가 최소가 된다.
이때, 직선 AP 와 QB 의 기울기는 직선 AB′ 의 기울기와 같고, $\overline{\mathrm{AB}'}$ 의 방정식은 $y-1=\frac{1-5}{3+2}(x-3)$ 이므로 $-\frac{4}{5}-\frac{4}{5}=-\frac{8}{5}$ 이다.