

1. 네 개의 자료 70, 75, 65, x 의 평균이 70일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 70$

해설

평균이 70이므로 $\frac{70 + 75 + 65 + x}{4} = 70$

$$210 + x = 280$$

$$\therefore x = 70$$

2. 다음 자료들 중 표준편차가 가장 작은 것은?

① 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4

② 3, 5, 3, 5, 3, 5, 3, 5, 3, 5

③ 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 1, 1, 1

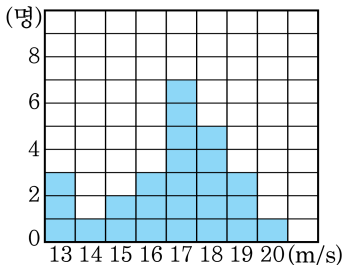
④ 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2

⑤ 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ④이다.

3. 다음은 영진이네 학급 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 분포를 나타낸 그래프이다. 이때, 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 중앙값과 최빈값은?



- ① 중앙값 : 15, 최빈값 : 17 ② 중앙값 : 16, 최빈값 : 17
 ③ 중앙값 : 17, 최빈값 : 17 ④ 중앙값 : 17, 최빈값 : 16
 ⑤ 중앙값 : 17, 최빈값 : 18

해설

최빈값은 학생 수가 7 명으로 가장 많을 때인 17 이고, 학생들의 기록을 순서대로 나열하면 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20 이므로 중앙값은 17이다.

4. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 3이고 표준편차가 4일 때,
 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \dots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?

① 평균 : 3, 표준편차 : 8

② 평균 : 3, 표준편차 : 15

③ 평균 : 3, 표준편차 : 20

④ 평균 : 5, 표준편차 : 8

⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$ 이므로
평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$ 이고
표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$ 이다.

5. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	3
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

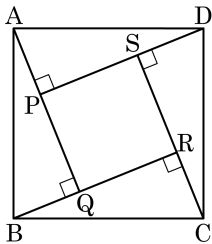
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

6. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고, $\overline{DC} = 8$, $\overline{BQ} = 3$ 일 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $4\sqrt{55} - 12$

해설

사각형 PQRS 는 정사각형이고,

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$$

$$= \sqrt{8^2 - 3^2} - 3 = \sqrt{55} - 3 \text{ 이므로}$$

둘레는 $4 \times (\sqrt{55} - 3) = 4\sqrt{55} - 12$ 이다.

7. 한 정삼각형의 넓이가 $30\sqrt{3}$ 라고 한다면 높이는?

- ① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{10}$ ④ $5\sqrt{10}$ ⑤ $6\sqrt{10}$

해설

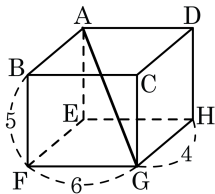
$$(\text{정삼각형의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 30\sqrt{3}$$

$$a^2 = 120$$

$a = 2\sqrt{30}$ 이므로 정삼각형의 높이는

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{30} = 3\sqrt{10} \text{ 이다.}$$

8. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{77}$

해설

$$\overline{AG} = \sqrt{4^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 25 + 36} = \sqrt{77}$$

9. 다음 그림에서 $\overline{OC}^2 : \overline{OE}^2$ 의 비율을 구하면?

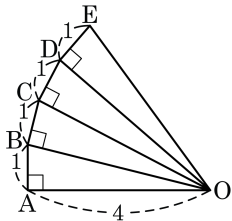
① 6 : 7

② 7 : 8

③ 8 : 9

④ 9 : 10

⑤ 10 : 11



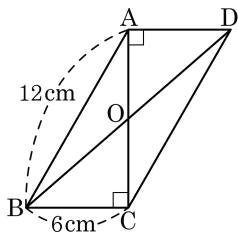
해설

$$\overline{OC} = \sqrt{4^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{18} \text{ 이고,}$$

$$\overline{OE} = \sqrt{4^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{20} \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{OC}^2 : \overline{OE}^2 = 18 : 20 = 9 : 10$ 이다.

10. 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 한 점 A 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발이 점 C 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $6\sqrt{7}$ cm

해설

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle CAD = 90^\circ$ 가 성립한다.

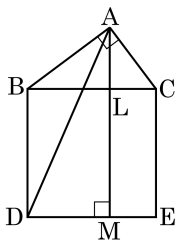
$\triangle ABC$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AC} = 6\sqrt{3}$ cm 이다.

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 대각선의 교점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} = 3\sqrt{3}$ cm 이다.

$\overline{AD} = 6$ cm 이므로 $\overline{OD} = \sqrt{36 + 27} = 3\sqrt{7}$ cm

따라서 $\overline{BD} = 6\sqrt{7}$ (cm)

11. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그린 것이다. $\overline{BC} = 15\text{ cm}$, $\triangle ABD = 50\text{ cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $5\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

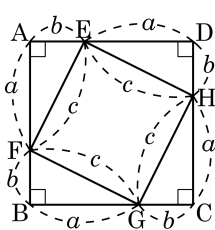
$$\triangle ABD = \triangle LBD = 50(\text{cm}^2) \text{ 이므로 } \square BDML = 100(\text{cm}^2)$$

$$\text{따라서 } \square LMEC = 15^2 - 100 = 125 (\text{cm}^2)$$

$$\overline{AC}^2 = 125$$

$$\therefore \overline{AC} = 5\sqrt{5} (\text{cm})$$

12. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

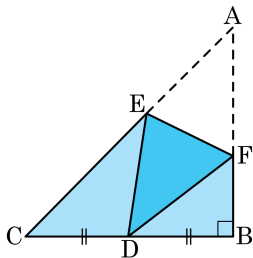


- ① $\angle EHG = 90^\circ$
- ② $\square EFGH$ 는 정사각형이다.
- ③ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 넓이의 비는 $a+b:c$ 이다.
- ④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$
- ⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90^\circ$

해설

$\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

13. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\text{ cm}$ 인 직각이 등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점 D 에 오도록 접은 것이다. $\triangle FDB$ 의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{13}{4}\text{ cm}^2$ ② $\frac{10}{3}\text{ cm}^2$
 ③ $\frac{27}{8}\text{ cm}^2$ ④ $\frac{9}{2}\text{ cm}^2$
 ⑤ $\frac{17}{5}\text{ cm}^2$

해설

$\overline{BF} = x\text{ cm}$ 라고 두면 $\overline{AF} = \overline{DF} = (6-x)\text{ cm}$ 이고, $\overline{DB} = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$ 이다. $\triangle FDB$ 는 직각삼각형이므로 $(6-x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{9}{4}$ 이다. $\triangle FDB$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{9}{4} = \frac{27}{8}(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 중 직사각형의 넓이가 서로 같은 것은?

- ㉠ 가로와 세로의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이고, 대각선의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형
- ㉡ 세로의 길이가 6 이고, 대각선의 길이가 $8\sqrt{2}$ 인 직사각형
- ㉢ 가로와 세로의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고, 세로의 길이가 4 인 직사각형
- ㉣ 대각선의 길이가 14 이고, 세로의 길이가 12 인 직사각형

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ 피타고라스 정리에 따라서

세로의 길이는 $\sqrt{(4\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{6}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3}$

㉡ 피타고라스 정리에 따라서

가로의 길이는 $\sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (6)^2} = 4\sqrt{23}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $6 \times 4\sqrt{23} = 24\sqrt{23}$

㉢ 직사각형의 넓이는 $2\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}$

㉣ 피타고라스 정리에 따라서

가로의 길이는 $\sqrt{(14)^2 - (12)^2} = 2\sqrt{13}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $2\sqrt{13} \times 12 = 24\sqrt{13}$

따라서 직사각형의 넓이가 같은 것은 ㉠, ㉢이다.

15. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 5$ 의 그래프에서 꼭짓점 P 와 원점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{37}$

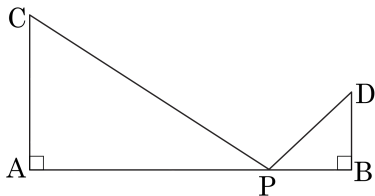
해설

$$y = x^2 + 2x - 5 = (x + 1)^2 - 6$$

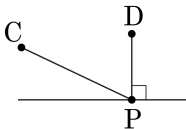
꼭짓점 P(-1, -6) 과 원점 사이의 거리

$$\overline{OP} = \sqrt{(-1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{37}$$

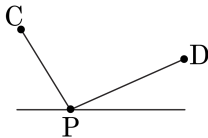
16. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?



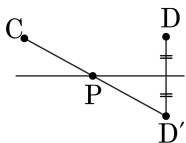
①



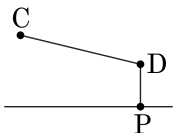
②



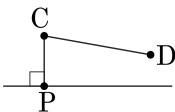
③



④



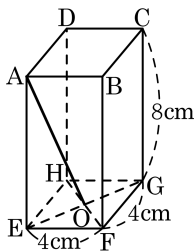
⑤



해설

AB 에 대한 점 D의 대칭점 D' 을 잡고 선분 CD' 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

17. 세 모서리의 길이가 4cm, 4cm, 8cm 인 직육면체에서 $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{2}$

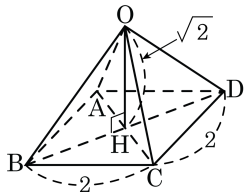
해설

$$\overline{AE} = 8, \overline{EG} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2},$$

$$\overline{EO} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \overline{AO} = \sqrt{64 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 + 8} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

18. 다음 그림과 같이 밑면의 한 변의 길이가 2이고 높이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 O-ABCD에 대하여 $\overline{OB}$ 의 길이는?



① 2

② 3

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

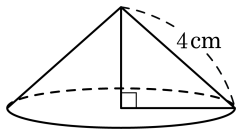
□ABCD가 정사각형이므로

$$\overline{BD} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$$

19. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $9\pi \text{ cm}^2$ 이고 모선의 길이가 4cm 인 원뿔의 높이는?



① 2 cm

② $\sqrt{7}$ cm

③ 3 cm

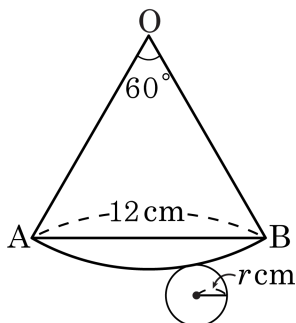
④ $2\sqrt{3}$ cm

⑤ 5 cm

해설

밑면의 넓이가 $9\pi \text{ cm}^2$ 이므로 밑면의 반지름은 3 cm
따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림은 중심각의 크기가 60° 이고 $\overline{AB} = 12\text{ cm}$ 인 부채꼴과 반지름이 $r\text{ cm}$ 인 원으로 만든 원뿔의 전개도이다. 다음 중 밑면의 반지름 길이와 높이를 바르게 말한 것은?



- ① 2 cm , $2\sqrt{15}\text{ cm}$ ② 2 cm , $2\sqrt{35}\text{ cm}$
 ③ 3 cm , $2\sqrt{15}\text{ cm}$ ④ 3 cm , $2\sqrt{35}\text{ cm}$
 ⑤ 4 cm , $2\sqrt{15}\text{ cm}$

해설

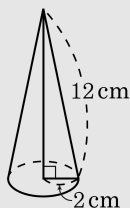
$\angle AOB = 60^\circ$ 이고 $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\angle OAB = \angle OBA = 60^\circ$ 즉, $\triangle OAB$ 는 정삼각형이므로 원뿔의 모선의 길이는 12 cm 이다.

부채꼴 호 AB 의 길이 $l = 2\pi \times 12 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 4\pi(\text{cm})$

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\text{cm})$ 이다.

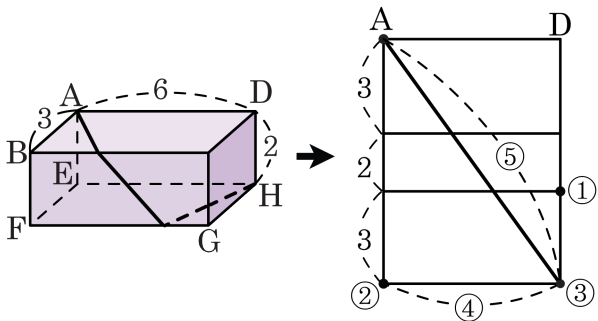
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{12^2 - 2^2} = \sqrt{144 - 4} = 2\sqrt{35}(\text{cm})$ 이다.

따라서 밑면의 반지름 길이는 2 cm 이고, 높이는 $2\sqrt{35}\text{ cm}$ 이다.

21. 다음 그림은 직육면체의 꼭짓점 A 에서 두 모서리 BC, FG 를 지나 점 H 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. ① ~ ⑤에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?



① G

② E

③ C

④ 6

⑤ 8

해설

③ H

$$\textcircled{5} \overline{AH} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

22. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800, 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

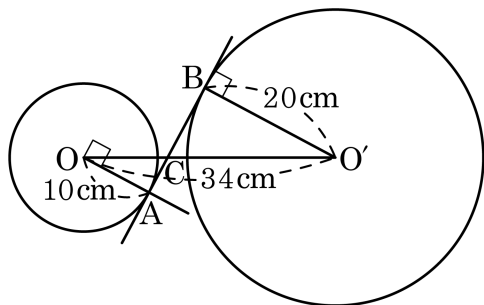
해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

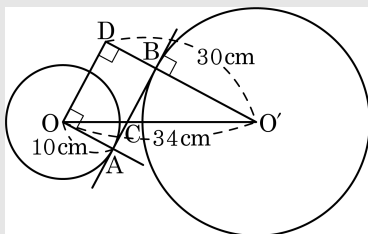
23. 다음 그림에서 반지름의 길이가 10 cm, 20 cm 인 원 O, O' 의 중심 사이의 거리는 34 cm 이다. 공통접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 16 cm

해설

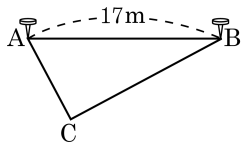


$\overline{O'B}$ 의 연장선과 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D라 하면

$$\overline{O'D} = 20 + 10 = 30(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{OD} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'D}^2} \\ &= \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} \\ &= 16(\text{cm})\end{aligned}$$

24. 17 m 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이가 40 m 인 끈을 걸어서 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 직각이 되게 하려고 할 때, $\overline{AC}$ 를 몇 m로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



▶ 답 : m

▷ 정답 : 8 m

해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면, $\overline{BC} = 40 - 17 - x = 23 - x$

$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

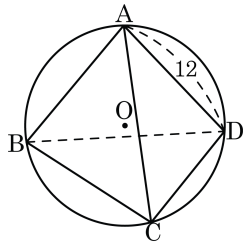
$$x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$$

$$x^2 - 23x + 120 = 0$$

$$(x - 8)(x - 15) = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{m}) \quad (\because \overline{AC} < \overline{BC})$$

25. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{6}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$$

따라서 $R = 3\sqrt{6}$ 이다.