1. $A = 3^2$일 때, 9^8을 A를 사용하여 나타내면?

① A^5 ② A^6 ③ A^7 ④ A^8 ⑤ A^9

해설

$9^8 = 3^{16} = (3^2)^8$이므로 A^8이다.

2. $(2ab^2)^2 \times \left(\dfrac{a^2}{2b^3}\right)^4 \times \left(\dfrac{2b^4}{a^5}\right)^2$ 을 간단히 하면?

① 1 ② a ③ b ④ $\dfrac{b}{a}$ ⑤ $\dfrac{1}{b}$

해설

$$(2ab^2)^2 \times \left(\frac{a^2}{2b^3}\right)^4 \times \left(\frac{2b^4}{a^5}\right)^2$$

$$= 4a^2b^4 \times \frac{a^8}{16b^{12}} \times \frac{4b^8}{a^{10}} = a^0b^0 = 1$$

3. $\left(-\frac{3xy^2}{x}\right)^3 \times \frac{xz^2}{3y} \div \left(\frac{xy}{z}\right)^2$ 을 간단히 하면?

① $\frac{9z}{x}$ ② $-\frac{9y^3z^4}{x}$ ③ $\frac{3z^2}{y}$
④ $\frac{27xy}{z}$ ⑤ $-\frac{3yz}{x^2}$

해설

$(\text{준식}) = -\frac{27x^3y^6}{x^3} \times \frac{xz^2}{3y} \times \frac{z^2}{x^2y^2} = -\frac{9y^3z^4}{x}$

4. 다음 중에서 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식이 같은 것끼리 짝지은 것을 모두 골라라. (정답 2 개)

㉠ $6x^2 \times \square = 24x^3$	㉡ $(2x)^2 \times \square = 8x^3$
㉢ $16x^9 \div \square = 4x^8$	㉣ $2x^9 \div x^7 \div \square = x$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $\square = 24x^3 \div 6x^2 = 4x$

㉡ $\square = 8x^3 \div (2x)^2 = 8x^3 \div 4x^2 = 2x$

㉢ $\square = 16x^9 \div 4x^8 = \dfrac{16x^9}{4x^8} = 4x$

㉣ $2x^9 \div x^7 \div \square = x$ 이므로 $2x^2 \div \square = x$

$\therefore \square = 2x^2 \div x = 2x$

따라서, $\square$ 안의 식이 같은 것은 ㉠과 ㉢, ㉡과 ㉣이다.

5. $81^2 \div 9^5$을 간단히 하면?

① 3 ② 3^2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3^2}$ ⑤ $\frac{1}{3^3}$

해설

$(3^4)^2 \div (3^2)^5 = 3^{8-10} = \frac{1}{3^2}$

6. 다음 등식에 성립할 때, $\square$ 안에 들어가는 수들의 합을 구하여라.

$$\left(\frac{3y^{\square}z^3}{x^2}\right)^{\square} = \frac{9y^8z^{\square}}{x^{\square}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\left(\frac{3y^4z^3}{x^2}\right)^2 = \frac{9x^8z^6}{x^4}$

$\therefore\ 4+2+6+4=16$

7. $a = 5^{x+1}, b = 2^{x-2}$ 일 때, 10^x 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $\frac{2ab}{5}$ ② $\frac{4ab}{5}$ ③ ab ④ $\frac{5ab}{4}$ ⑤ $\frac{5ab}{2}$

해설

$a = 5 \times 5^x$, $b = 2^x \div 2^2$ 이므로

$5^x = \frac{a}{5}$, $2^x = 4b$

$\therefore 10^x = (2 \times 5)^x = 2^x \times 5^x = 4b \times \frac{a}{5} = \frac{4ab}{5}$

8. $5^2+5^2+5^2+5^2+5^2+5^2+5^2$을 계산하면?

① $(5^2)^7$ ② $(5^7)^2$ ③ 5×7^2

④ $(5\times 7)^2$ ⑤ 7×5^2

해설

$5^2=x$라 하면 $x\times 7=7x$이다.
$7x$에 x의 값 5^2을 대입하면 7×5^2이다.

9. $x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 = 6^7$ 일 때, 자연수 x의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

좌변을 계산하면 $6x^6 = 6^7$

$x^6 = 6^6$

$\therefore x = 6$

10. $2^{16} \times 5^{20}$ 이 n 자리 의 자연수일 때, n 의 값은?

① 16　② 17　③ 18　④ 19　⑤ 20

해설

$2^{16} \times 5^{16} \times 5^4 = (2 \times 5)^{16} \times 5^4 = 625 \times 10^{16}$
따라서 19 자리 의 자연수이다.

11. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$ ② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$ ③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$ ⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수
② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수
③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수
④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수
⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

12. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이)×(한 모서리의 길이)×(한 모서리의 길이)
(한 모서리의 길이) 이므로
$27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

13. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것의 개수를 구하여라.

㉠ $(-x)^3 \times xy = -x^3y$
㉡ $(-4a^3) \div a \div a = -4a$
㉢ $3ab \div a \times 4b = 12b^2$
㉣ $(6xy - 3y) \div (3y) = 2x - 1$
㉤ $-6a^3b \times 3ab \div (2ab) = -9a^2$

▶ 답 : <u>개</u>

▷ 정답 : <u>2 개</u>

해설

㉠ $(-x)^3 \times xy = -x^4y$

㉤ $-6a^3b \times 3ab \div (2ab) = -9a^3b$

14. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$
$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$
$am = 8$, $bm = 12$, $cm = 20$
모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20 의 공약수가 곱해질 수 있다.
m 의 최댓값은 4 이다.

15. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$

$5^b = 125,\ b = 3$

$x^{3a} = x^9,\ a = 3$

$b = 3c = 3,\ c = 1$

$\therefore\ a+b-c = 3+3-1 = 5$

16. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a$, $f(3) = b$, $f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서
$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$
$f(xy) = f(x) + f(y)$ 이므로
$f(k) = f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) = f(2^3 \times 3^2 \times 5)$
$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$
따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개) 이다.

17. $(-3x^2y)^2 \div \dfrac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \dfrac{1}{xy^2}$ 의 값은?

① $3xy^3$ ② $-3x^3y$ ③ $-4x^2$

④ $4x^2$ ⑤ $4x^2y$

해설

$$(-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2}$$

$$= 9x^4y^2 \times \frac{2y^2}{3x^2y^4} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2}$$

$$= 6x^2 - 2x^2 = 4x^2$$

18. $2^{10} \fallingdotseq 10^3$ 일 때, 0.4^{10} 을 소수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: 0.0001

해설

$$0.4^{10} = \frac{2^{10}}{5^{10}} \fallingdotseq \frac{10^3}{5^{10}} = \frac{2^3\,5^3}{5^{10}} = \frac{2^3}{5^7}$$
$$= \frac{2^3}{5^7\,2^7} = \frac{2^{10}}{10^7} \fallingdotseq \frac{10^3}{10^7} = \frac{1}{10^4}$$

19. n 이 자연수일 때, $\{(-1)^{n+1}\}^{n+2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)}$ 에서

1) n 이 홀수일 때, $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 는 홀수이므로 -1 의 지수는 (짝수)×(홀수)=(짝수)

$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$

2) n 이 짝수일 때, $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 는 짝수이므로 -1 의 지수는 (홀수)×(짝수)=(짝수)

$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$

따라서, 자연수 n 의 값에 관계없이 $(n+1)(n+2)$ 는 짝수가 되므로

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)} = 1$ 이 항상 성립한다.

20. 자연수 m, n 에 대하여 $(-4)^9 \div (-2)^{n+1} = -(-2)^{m-7} \div (-8)$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

$(-4)^9 \div (-2)^{n+1} = -(-2)^{m-7} \div (-8)$

$\{(-1) \times 2^2\}^9 \div (-2)^{n+1}$

$= (-1) \times (-2)^{m-7} \div (-1) \times 2^3$

$\dfrac{(-1) \times 2^{18}}{(-2)^{n+1}} = \dfrac{(-1) \times (-2)^{m-7}}{(-1) \times 2^3}$

즉,

$(-1) \times 2^{18} \times (-1) \times 2^3 = (-1) \times (-2)^{m-7} \times (-2)^{n+1}$

$(-1) \times 2^{21} = (-2)^{m-7+n+1}$

$(-2)^{21} = (-2)^{m-7+n+1}$

따라서 $21 = m - 7 + n + 1$ 이므로 $m + n = 27$ 이다.