

1. 두 직선  $(k-2)x + 3y - 1 = 0, y = kx + 3$  이 수직이 되도록 하는 모든  $k$  의 값을 구하면?

① 3, 1

② 3, -1

③ 4, 2

④ 1, 5

⑤ -2, -3

해설

$$y = kx + 3 \Rightarrow kx - y + 3 = 0$$

$$(k-2)k + 3 \cdot (-1) = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0$$

$$(k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

해설

기울기의 곱이 -1임을 이용하면

$$-\frac{k-2}{3} \times k = -1$$

$$\therefore k(k-2) = 3$$

$$\therefore k = 3, -1$$

2. 두 직선  $3x - 2y + 1 = 0$ ,  $ax + 4y - 3 = 0$ 이 평행할 때의  $a$  값과 수직일 때  $a$  값의 곱은?

- ① -16      ② -12      ③ -8      ④ -4      ⑤ -1

해설

$$3x - 2y + 1 = 0 \text{에서 } y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$ax + 4y - 3 = 0 \text{에서 } y = -\frac{a}{4}x + \frac{3}{4} \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{이 평행일 때, } \frac{3}{2} = -\frac{a}{4} \therefore a = -6$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{이 수직일 때, } \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{a}{4}\right) = -1 \therefore a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore (-6) \times \frac{8}{3} = -16$$

3.  $-1 < x < 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 이차부등식  $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을 구하여라.

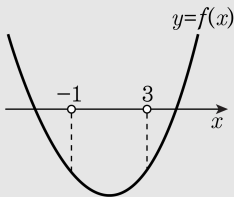
▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$  라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이  $f(-1) \leq 0$ ,  $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



$$(i) \quad f(-1) \leq 0 \text{ 에서 } (-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0, k+3 \leq 0 \\ \therefore k \leq -3$$

$$(ii) \quad f(3) \leq 0 \text{ 에서 } 3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0, 9k+3 \leq 0 \\ \therefore k \leq -\frac{1}{3}$$

(i), (ii)에서  $k \leq -3$

따라서, 실수  $k$ 의 최댓값은  $-3$ 이다.

4. 세 점  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $C(a, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형  $ABC$ 가  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이 되도록 하는  $a$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

삼각형  $ABC$ 가  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{(1-a)^2 + 1^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-a)^2 + 4^2}$$

$$2 - 2a + a^2 = 20 - 4a + a^2$$

$$2a = 18$$

$$\therefore a = 9$$

5. 세 점  $A(a, 7)$ ,  $B(1, a)$ ,  $C(5, 2a)$  와 선분 BC 의 중점 M에 대하여  $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = 22$  일 때, 정수  $a$  의 값은?

① 1

② 2

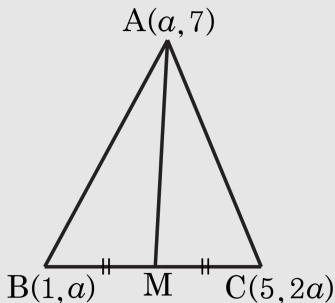
③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\triangle ABC$  를 그리면 다음과 같다.



이때,  $\triangle ABC$  에서 중선정리에 의하여

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) = 2 \cdot 22 = 44$$

따라서

$$\{(1-a)^2 + (a-7)^2\} + \{(5-a)^2 + (2a-7)^2\} = 44$$

$$(2a^2 - 16a + 50) + (5a^2 - 38a + 74) = 44$$

$$7a^2 - 54a + 80 = 0$$

$$(a-2)(7a-40) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = \frac{40}{7}$$

이 때,  $a$  는 정수이므로  $a = 2$

6. 두 점  $A(2, 3), B(3, 4)$ 에 대하여 점  $P$ 가  $x$ 축 위를 움직일 때,  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소값은?

①  $\sqrt{15}$

② 7

③  $5\sqrt{2}$

④  $2\sqrt{13}$

⑤  $\sqrt{53}$

해설

점  $A(2, 3)$ 과  $x$ 축에 대하여 대칭인 점은  $A'(2, -3)$ 이다. 그림에서

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'Q} + \overline{BQ} = \overline{A'B}$$

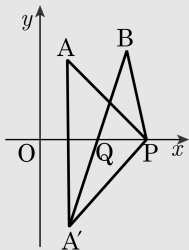
따라서  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 선분  $A'B$ 의 길이와 같다.

$$A'(2, -3), B(3, 4)$$

$$\overline{A'B} = \sqrt{(3-2)^2 + (4-(-3))^2}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 5\sqrt{2}$$



7. 좌표평면 위의 세 점  $A(3, 3)$ ,  $B(-3, 0)$ ,  $C(3, 0)$  에 대하여  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$  의 값이 최소가 되는 점을  $P(a, b)$  라 할 때,  $a + b$  의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (a-3)^2 + (b-3)^2 + (a+3)^2 + b^2 + (a-3)^2 + b^2 \\ &= 3(a^2 + b^2 - 2a - 2b + 12) \\ &= 3(a-1)^2 + 3(b-1)^2 + 30 \end{aligned}$$

따라서  $a = 1$ ,  $b = 1$  일 때, 최솟값 30 을 갖는다.

$\therefore a + b = 2$

8. 두 직선  $x-3y+5=0$ ,  $x+9y-7=0$  의 교점을 지나고,  $x$  축의 양의 방향과  $30^\circ$ 의 각을 이루는 직선의 방정식이  $x+by+c=0$  일 때  $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

$(-2, 1)$  이고, 기울기는  $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$  이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은  $y-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \quad \therefore b + c = 2$$



9. 두 점  $(4, -2)$ ,  $(2, -3)$  을 지나는 직선의  $x$ 절편을 A,  $y$ 절편을 B, 원점을 O라 할 때,  $\triangle OAB$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2)$ ,  $(2, -3)$  를 지나는 직선은

$$y = \frac{-2 - (-3)}{4 - 2}(x - 2) - 3 = \frac{1}{2}x - 4$$

$\Rightarrow x$ 절편은 8이고,  $y$ 절편은 -4이다.

$\therefore \triangle OAB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

10. 직선  $x + ay - 1 = 0$  과  $x$  축,  $y$  축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가  $\frac{1}{4}$  일 때,  $a$  의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$  의  $x$  절편은  $(1, 0)$   $y$  절편은  $(0, \frac{1}{a})$  이다.

$$\therefore \text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$$

11. 직선  $ax + by + c = 0$ 에 대하여  $ab < 0$ ,  $bc > 0$ 일 때, 이 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.



답 :

사분면



정답 : 제 2사분면

해설

$ax + by + c = 0$ 에서

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

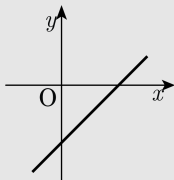
주어진 조건에서

$ab < 0$ ,  $bc > 0$  이므로

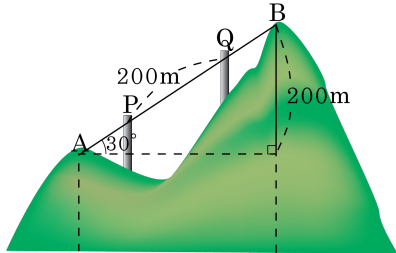
$$-\frac{a}{b} > 0, -\frac{c}{b} < 0$$

$\therefore$  (기울기)  $> 0$ , ( $y$  절편)  $< 0$

따라서 주어진 직선은 다음 그림과 같으므로  
지나지 않는 사분면은 제 2 사분면이다.



12. 다음 그림과 같이 두 산봉우리 A, B 지점을 직선으로 잇는 케이블을 설치하려고 한다. A, B의 높이 차는 200m 이고, A에서 B를 올려다 본 각은  $30^\circ$  이다. 선분 AB를  $m:n$ 으로 내분하는 점 P와  $n:m$ 으로 내분하는 점 Q에 각각 지지대를 설치했더니, P와 Q 사이의 거리가 200m가 되었다. 이때,  $\frac{n}{m}$ 의 값은? (단, 케이블의 늘어짐은 무시한다.)



①  $\frac{5}{3}$

② 2

③  $\frac{7}{3}$

④  $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$\overline{AB} = \frac{200}{\sin 30^\circ} = 400(\text{m})$$

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n, \overline{AQ} : \overline{QB} = n : m \text{ 이므로}$$

$$\overline{AP} = x \text{ 라 하면}$$

$$\overline{QB} = 200 - x$$

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n, \overline{AQ} : \overline{QB} = n : m \text{ 이므로}$$

$$x : (400 - x) = (200 - x) : (200 + x)$$

$$\therefore x = 100$$

$$\overline{AP} : \overline{PB} = 100 : 300$$

$$\therefore \frac{n}{m} = 3$$

13. 세 직선  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \\ ax + y = 0 \end{cases}$  이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수  $a$

의 값을 구하면?

- ①  $a = 2$  또는  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = -\frac{2}{3}$   
 ②  $a = 2$  또는  $a = -\frac{1}{2}$  또는  $a = -\frac{2}{3}$   
 ③  $a = 2$  또는  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = \frac{2}{3}$   
 ④  $a = -2$  또는  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = -\frac{2}{3}$   
 ⑤  $a = -2$  또는  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = \frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - 3y = -4 & \cdots \textcircled{㉡} \\ ax + y = 0 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

에서 ㉠, ㉡의 교점은 (1, 2) 이다.

(i) ㉢이 점(1, 2) 를 지날 때,  $a + 2 = 0$  에서  $a = -2$

(ii) ㉢이 ㉠과 평행할 때,  $a = \frac{1}{2}$

(iii) ㉢이 ㉡과 평행할 때,  $a = -\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수  $a$  의 값은

$$a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{또는 } a = -\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

14. 두 직선  $x-y+1=0$ ,  $x-2y+3=0$  의 교점을 지나고, 원점에서부터의 거리가 1 인 직선의 방정식을  $ax+by+c=0$  이라고 할 때,  $a+b+c$  의 값은?

① -2

② -1 또는 2

③ 4

④ -2 또는 4

⑤ 0 또는 4

### 해설

두 직선  $x-y+1=0$ ,  $x-2y+3=0$

의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x-2y+3+k(x-y+1)=0$  으로

나타낼 수 있다. 이 식을 정리하면

$$(1+k)x + (-2-k)y + (3+k) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

원점에서 이 직선까지의 거리가 1 이므로

$$\frac{3+k}{\sqrt{(1+k)^2 + (-2-k)^2}} = 1$$

양변에 제곱하여 정리하면

$$(3+k)^2 = (1+k)^2 + (-2-k)^2, k^2 = 4$$

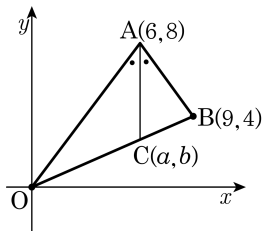
$$\therefore k = \pm 2$$

이것을 ①에 대입하여 정리하면

$$3x - 4y + 5 = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0$$

따라서  $a+b+c$  는 0 또는 4

15. 다음 그림과 같이 세 점  $O(0, 0)$ ,  $A(6, 8)$ ,  $B(9, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는  $\triangle AOB$ 가 있다.  $\angle A$ 의 이등분선이 변  $OB$ 와 만나는 점을  $C(a, b)$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은?



- ① 12                  ② 14                  ③ 15  
 ④ 16                  ⑤ 18

### 해설

$\angle OAC = \angle BAC$  이므로  $\overline{AO} : \overline{AB} = \overline{OC} : \overline{CB}$ 가 성립한다.

이때,  $\overline{AO} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\overline{AB} = \sqrt{(9-6)^2 + (4-8)^2} = 5$  이므로

점  $C$ 는  $\overline{OB}$ 를  $10:5$ ,

즉  $2:1$ 로 내분하는 점이다.

따라서 점  $C$ 의 좌표는

$$C\left(\frac{2 \times 9 + 1 \times 0}{2 + 1}, \frac{2 \times 4 + 1 \times 0}{2 + 1}\right)$$

$$\therefore C\left(6, \frac{8}{3}\right) \quad \therefore ab = 6 \cdot \frac{8}{3} = 16$$

16. 좌표평면 위에서 점  $A(8, 6)$  을 지나는 임의의 직선과 원점사이의 거리의 최댓값은?

① 6

② 8

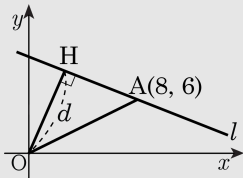
③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

점  $A(8, 6)$  을 지나는 직선을  $l$ , 원점  $O$  에서 직선  $l$  에 내린 수선의 발을  $H$  라 하면 직각삼각형  $OAH$  에서  $\overline{OH} \leq \overline{OA}$  이므로, 원점  $O$  에서 직선  $l$  까지의 거리  $d$  는  $d \leq \overline{OA} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$   
 $\therefore d \leq 10$



따라서  $d$  의 최댓값은 10 이다.



17. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① 3, 5, 4

②  $4, 2, 2\sqrt{3}$

③  $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$

④  $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$

⑤  $4, 5, 2\sqrt{2}$

### 해설

세 변의 길이가  $a, b, c$  인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를  $c$  라고 하고,  $a^2 + b^2 = c^2$  이 성립하면 직각삼각형이고,  $a^2 + b^2 \neq c^2$  이면 직각삼각형이 아니다.

⑤에서 가장 긴 변은 5 인데,  $4^2 + (2\sqrt{2})^2 \neq 5^2$  이므로 직각삼각형이 아니다.

18. 철수는 철사로 빗변의 길이가 20cm, 한 변의 길이가 10cm 인 직각삼각형을 만들었다. 나머지 한 변의 길이는?

①  $9\sqrt{3}\text{cm}$

②  $10\sqrt{2}\text{cm}$

③  $10\sqrt{3}\text{cm}$

④  $11\sqrt{3}\text{cm}$

⑤  $11\sqrt{2}\text{cm}$

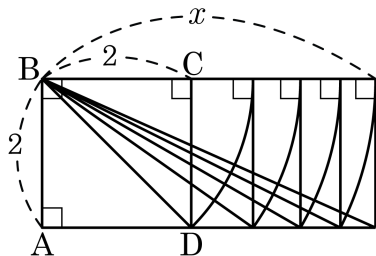
해설

나머지 한 변의 길이를  $x$  라고 하면

$$x^2 = 20^2 - 10^2 = 300$$

$$x = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$$

19. 그림을 보고  $x$  의 값으로 알맞은 것은 어느 것인가?



①  $2\sqrt{2}$

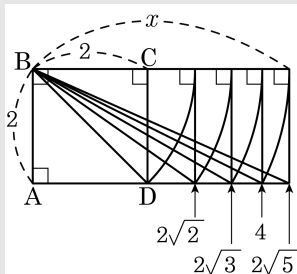
②  $2\sqrt{5}$

③  $2\sqrt{6}$

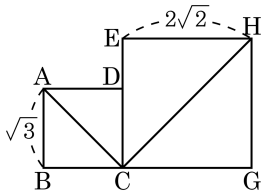
④  $2\sqrt{7}$

⑤  $4\sqrt{2}$

해설



20. 다음 그림과 같이 두 정사각형 ABCD 와 ECGH 가 서로 붙어 있다.  $\overline{AB} = \sqrt{3}$ ,  $\overline{EH} = 2\sqrt{2}$  일 때,  $\overline{AC} \times \overline{CH}$  의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $4\sqrt{6}$

### 해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라

$$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 = \overline{AC}^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{6}$$

삼각형 CGH 에서 피타고라스 정리에 따라

$$(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = \overline{CH}^2$$

$$\overline{CH} = 4$$

따라서  $\overline{AC} \times \overline{CH} = \sqrt{6} \times 4 = 4\sqrt{6}$  이다.