

1. 다음 중 $A \neq B$ 인 것은?

① $A = \{2, 4, 8\}, B = \{8, 2, 4\}$

② $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$

③ $A = \{a, b, c, 3\}, B = \{3, c, b, a\}$

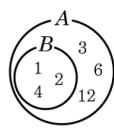
④ $A = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}$

⑤ $A = \{5, 10, 15, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

$$\begin{aligned} B &= \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\} \\ &= \{5, 10, 15, \dots, 100\} \neq A \end{aligned}$$

2. 다음 벤다이어그램을 보고, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
(답2개)



- ① $A = \{3, 6, 12\}$ ② $B = \{1, 2, 4\}$ ③ $A \subset B$
④ $A \cap B = A$ ⑤ $A \cup B = A$

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 부분을 포함하므로 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이다.
③ 집합 A 는 집합 B 부분을 포함하므로 $B \subset A$ 이다.
④ $A \cap B = B$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{1, 3, a+1\}$, $B = \{3, a, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때 a, b 의 값은?

- ① $a = 2, b = 1$ ② $a = 3, b = 2$ ③ $a = 4, b = 5$
④ $a = 5, b = 4$ ⑤ $a = 6, b = 5$

해설

$5 \in A$ 이므로 $a+1 = 5$, $a = 4$
 $5 \in B$ 이므로 $b = 5$

4. $A = \{2, 4, 6, 9, 10\}$, $B = \{2, 7, 9, 10\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 있는 것은?

① $\{2, 4\}$

② $\{2, 6\}$

③ $\{4, 6\}$

④ $\{4, 6, 7\}$

⑤ $\{4, 6, 9, 11\}$

해설

$(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 $\{4, 6\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 9, 10\}$ 이다. 따라서 X 가 될 수 있는 집합은 $\{4, 6\}$ 이다.

5. a, b, x, y 가 실수이고, $a^2 + b^2 = 8, x^2 + y^2 = 2$ 일 때 $ax + by$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 16

해설

a, b, x, y 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$
 $8 \times 2 \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -4 \leq ax + by \leq 4$
(최댓값) \times (최솟값) = -16

6. 실수 전체의 집합을 R 이라 할 때, 다음 중 R 에서 R 로의 함수가 될 수 없는 것은 무엇인가?

① $y = 0$

② $y = -x + 4$

③ $y = (x - 1)^2$

④ $x = y^2 + 4$

⑤ $y = x^3$

해설

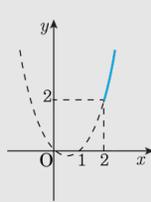
4일 때, $5 = y^2 + 4$, $y^2 = 1$ 에서 $y = \pm 1$
즉, $x = 5$ 에 대응하는 y 의 값이
 $-1, 1$ 의 두 개이므로 함수가 될 수 없다.

7. 이차함수 $f(x) = x^2 - x$ 가 있다. 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이 되도록 하는 집합 X 는 $X = \{x | x \geq k\}$ 이다. 이 때, k 의 값은 얼마인가?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

주어진 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이려면,
(정의역)=(공역)이므로
(정의역)=(치역)이 되어야 한다.
즉, $f(k) = k$
 $\therefore k = 0$ 또는 $k = 2$
(i) $k = 0$ 이면 $f(0) = f(1)$ 이므로
 $f(x) = x^2 - x$ 가 일대일대응이 되지 않는다.
(ii) $k = 2$ 이면 일대일대응이 된다.
 $\therefore k = 2$



8. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{25}$ ② $\frac{9}{25}$ ③ $\frac{11}{25}$ ④ $\frac{13}{25}$ ⑤ $\frac{16}{25}$

해설

$x : y = 4 : 3$ 에서 $x = 4k$, $y = 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{16k^2 - 9k^2}{16k^2 + 9k^2} = \frac{7}{25}$$

9. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$$\therefore ab = 8$$

10. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}, y = \frac{c}{a}$ 이므로
주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2, y = -3$ 이다.
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

12. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n 이 명제이면) $f(p_n) = -1$ (p_n 이 명제가 아니면)로 정의한다. 이 때, $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$
 $p_2 : 16$ 의 양의 약수는 모두 짝수이다.
 $p_3 : \sqrt{3}$ 은 유리수이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 & (p_n \text{이 명제이다.}) \\ -1 & (p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다. ($\because x$ 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 : \text{거짓}, p_3 : \text{거짓} \rightarrow$ 모두 거짓인 명제이다.

$$\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$$

13. 다음 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라. (단, a, b 는 실수)

(i) $p : a, b$ 는 유리수, $q : a + b, ab$ 는 유리수
(ii) $p : x$ 는 3의 배수, $q : x$ 는 6의 배수

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건



14. 다음 두 조건 $p : 2 \leq x \leq 5$, $q : x \geq a$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 각각의 진리집합을 P, Q 라 할 때, $P \subset Q$ 이 성립해야 한다. 따라서 $2 \leq x \leq 5$ 를 만족하는 영역은 $x \geq a$ 를 만족하는 영역에 포함되어야 함으로 $a \leq 2$ 따라서 a 의 최댓값은 2

15. 함수 f 가 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 를 만족할 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x+y) = f(x) + f(y)$ 에서
 $x = 0, y = 0$ 을 대입하면
 $f(0+0) = f(0) + f(0), f(0) = 2f(0)$
 $\therefore f(0) = 0$

16. 두 함수 $f(x) = x^2 - 5$, $g(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 0) \\ x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $(g \circ f)(2) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} (g \circ f)(2) + (g \circ f)(3) &= g(f(2)) + g(f(3)) \\ &= g(-1) + g(4) \\ &= (-1)^2 + 2 \times 4 \\ &= 9 \end{aligned}$$

17. $x \neq -1$ 인 실수에서 정의된 분수함수 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ 에 대하여 $f^2 = f \circ f, \dots, f^{n+1} = f^n \circ f$ 이 성립할 때, $f^{2005}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

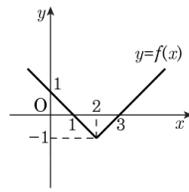
해설

$$f^2(x) = f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1 - \frac{1-x}{1+x}}{1 + \frac{1-x}{1+x}} = x \text{ 이므로}$$

따라서, $f^{2n}(x) = x$ 이다. (단, n 은 자연수)

$$\therefore f^{2005}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^{2004}\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$$

18. 함수 $f(x) = |x - 2| - 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가?



보기

- ㉠ $f(0) = 0$
- ㉡ $f(x) = 0$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = 3$
- ㉢ $f(x) < 0$ 이면 $1 < x < 3$
- ㉣ $a < b < 2$ 이면 $f(a) > f(b)$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $f(0) = 1$
 - ㉡ $f(1) = 0, f(3) = 0$ 이므로
 $f(x) = 0$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 - ㉢ $f(x) < 0$ 이면 그래프가
 x 축의 아래에 있는 구간이므로 $1 < x < 3$
 - ㉣ $x < 2$ 는 그래프가 감소하는 구간이므로,
 $a < b < 2$ 이면 $f(a) > f(b)$
- 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

19. 분수식 $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

(준식) = a 라 하면

$$2 - \frac{1}{a} = a \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \rightarrow (a-1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

20. $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프는 점 (2, 0)을 지나고, $x = 1, y = 2$ 를 점근선으로 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ -2 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -3

해설

$x = 1, y = 2$ 가 점근선이므로

$$y = \frac{k}{x-1} + 2 \text{이다.}$$

점(2, 0)을 지나므로 $k = -2$

$$\therefore y = \frac{-2}{x-1} + 2 = \frac{-2+2(x-1)}{x-1} = \frac{2x-4}{x-1}$$

$$\therefore a = 2, b = -4, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

21. 정의역이 $\{x \mid x \leq 3\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq 4\}$ 인 무리함수 $f(x) = \sqrt{a(x-p)} + q$ 에 대하여 $f(1) = 6$ 일 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

정의역은 $\{x \mid a(x-p) \geq 0\} = \{x \mid x \leq 3\}$ 이므로 $a < 0$, $p = 3$

치역은 $\{y \mid y \geq 4\}$ 이므로 $q = 4$

$\therefore f(x) = \sqrt{a(x-3)} + 4$

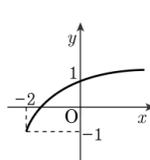
이때, $f(1) = 6$ 이므로

$\sqrt{-2a} + 4 = 6$, $\sqrt{-2a} = 2$, $-2a = 4$

$\therefore a = -2$

$\therefore a + p + q = -2 + 3 + 4 = 5$

22. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

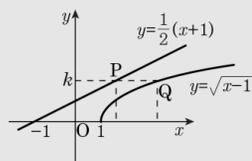
함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는
 함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로
 c 만큼 평행 이동시킨 것이므로
 $b = 2, c = -1$
 $\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$
 한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1 = a\sqrt{0+2} - 1$
 $\therefore a = \sqrt{2}$
 따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와
 x 축의 교점의 x 좌표를 구하면
 $0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$
 $\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $x+2 = \frac{1}{2}$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$

23. 직선 $y = \frac{1}{2}(x+1)$ 위의 한 점 P에서 x 축에 평행한 직선을 그어 무리 함수 $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 만나는 점을 Q라 할 때, \overline{PQ} 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

무리함수 $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2}(x+1)$ 을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



그림에서와 같이 점 P의 y 좌표를 k 라 하면

① 점 P의 x 좌표는 $k = \frac{1}{2}(x+1)$ 에서 $x = 2k - 1$

② 점 Q의 x 좌표는 $k = \sqrt{x-1}$ 에서 $x = k^2 + 1$

$\therefore \overline{PQ} = |k^2 + 1 - (2k - 1)|$

$= |k^2 - 2k + 2|$

$= |(k-1)^2 + 1| \geq 1$

따라서, \overline{PQ} 의 최솟값은 1이다.

24. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $A_2 \subset A_4$ ② $B_2 \subset B_4$ ③ $A_4 = B_4$

④ $n(B_{15}) = 5$ ⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

$$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$$

$$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$$

$$B_2 = \{1, 2\}$$

$$B_4 = \{1, 2, 4\}$$

$$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\text{① } A_4 \subset A_2 \quad \text{③ } A_4 \neq B_4 \quad \text{④ } n(B_{15}) = 4$$

25. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 개이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 의 3 개

$\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

26. 집합 $N = \{n_1, n_2, \dots, n_7\}$ 의 부분집합 중에서 n_1, n_3, n_7 중 적어도 하나를 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 3×2^4 ② 4×2^4 ③ 7×2^4 ④ 8×2^4 ⑤ 5×2^5

해설

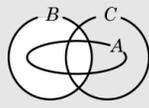
n_1, n_3, n_7 중 적어도 하나를 포함하는 N 의 부분집합은 n_1, n_3, n_7 을 하나도 포함하지 않는 부분집합의 여집합이므로 $2^7 - 2^4 = 2^4(2^3 - 1) = 7 \times 2^4$

27. x, y 가 실수이고 A, B, C 를 집합이라 할 때 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분조건은?

- ① $p: x+y \geq 2, q: x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$
- ② $p: |x|+|y|=0, q: 3\sqrt{x}+3\sqrt{y}=0$
- ③ $p: xy+1 > x+y > 2, q: x > 1$ 이고 $y > 1$
- ④ $p: A \subset B \subset C, q: A \subset B$ 또는 $A \subset C$
- ⑤ $p: x+y$ 가 유리수이다. $q: x, y$ 모두 유리수이다.

해설

- ① $x+y \geq 2 \rightarrow x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$ (충분조건) (반례: $x=3, y=-3$)
- ② $|x|+|y|=0 \Rightarrow 3\sqrt{x}+3\sqrt{y}=0$
여기서 $|x|+|y|=0$ 은 $x=0, y=0$ 과 같으므로
 $x=0, y=0 \rightarrow 3\sqrt{x}+3\sqrt{y}=0$ (충분조건)
(반례: $x=8, y=-8$)
- ③ $xy+1 > x+y > 2 \Leftrightarrow x > 1$ 이고 $y > 1$
- ④ $A \subset B \cup C \leftarrow A \subset B$ 또는 $A \subset C$ (충분조건)



- ⑤ $x+y$ 가 유리수이다. $\leftarrow x, y$ 모두 유리수이다.
(필요조건) (반례: $x=1+\sqrt{2}, y=1-\sqrt{2}$)

28. $f\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right) = 3x-1$ 을 만족하는 $f(x)$ 에 대하여, $f^{-1}(11)$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$f^{-1}(3x-1) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \text{ 이므로}$$

$$3x-1 = 11 \text{ 에서 } x = 4$$

$$\therefore f^{-1}(11) = \frac{1+\sqrt{4}}{1-\sqrt{4}} \\ = -3$$

29. $\frac{2}{x} - z = 1$, $y - \frac{1}{z} = 1$ 일 때, xyz 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\frac{2}{x} - z = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{z+1}$$

$$y - \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow y = \frac{z+1}{z}$$

$$\therefore xyz = \frac{2}{z+1} \times \frac{z+1}{z} \times z = 2$$

31. 사각형 모양의 철판 세 장을 구입하여, 두 장은 원 모양으로 올려 아랫면과 윗면으로, 나머지 한 장은 몸통으로 하여 오른쪽 그림과 같은 원기둥 모양의 보일러를 제작하려 한다. 철판은 사각형의 가로와 세로의 길이를 임의로 정해서 구입할 수 있고, 철판의 가격은 1m^2 당 1만원이다. 보일러의 부피가 64m^3 가 되도록 만들기 위해 필요한 철판을 구입하는데 드는 최소 비용은?



- ① 110만원 ② 104만원 ③ 100만원
 ④ 96만원 ⑤ 90만원

해설

그림과 같이 원기둥의 밑면의 반지름 길이를 x , 높이를 y 라 하면,
 부피 V 는 $V = \pi x^2 y = 64 \dots \dots \textcircled{1}$
 철판의 넓이를 S 라 하면
 $S = (2x)^2 \times 2 + 2\pi xy = 8x^2 + 2\pi xy$
 $= 8x^2 + 2x \times \frac{64}{x^2} = 8x^2 + \frac{128}{x}$
 $= 8x^2 + \frac{64}{x} + \frac{64}{x} \geq 3 \sqrt[3]{8x^2 \times \frac{64}{x} \times \frac{64}{x}} = 96$
 단, 등호는 $8x^2 = \frac{64}{x}$ 일 때,
 곧 $x = 2$ 일 때 성립한다.
 따라서, 철판의 최소 비용은 96만원이다.