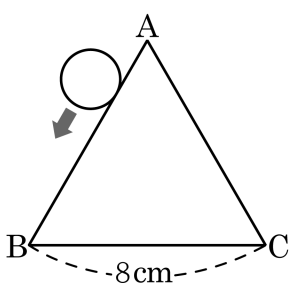
1. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1cm 인 원을 한 변의 길이가 8cm 인 정삼각형의 주위를 따라 한 바퀴 돌렸다. 이때 원이 지나간 자리의 넓이를 $(a+b\pi)\text{cm}^2$ 이라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



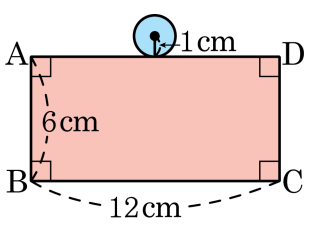
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

(원이 지나간 자리의 넓이) $= 2\times3\times8+\pi2^2 = 48+4\pi$ 이다.
따라서 $a+b = 48+4 = 52$ 이다.

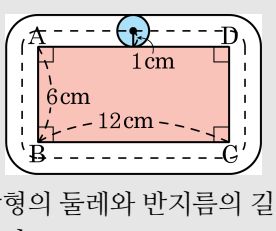
2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1cm 인 동전을 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 의 둘레 위로 굴려서 처음의 위치에 오도록 하였을 때, 이 원이 지나간 부분의 넓이는?



① $2\pi + 64(\mathrm{cm}^2)$ ② $2\pi + 68(\mathrm{cm}^2)$ ③ $2\pi + 72(\mathrm{cm}^2)$
④ $4\pi + 68(\mathrm{cm}^2)$ ⑤ $4\pi + 72(\mathrm{cm}^2)$

해설

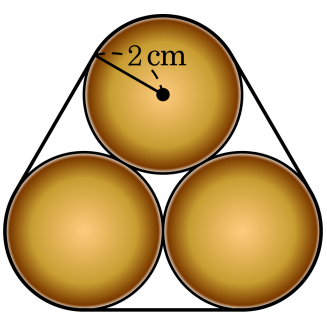
지나간 부분을 그림으로 표시하면,



동전의 중심이 움직인 거리는 직사각형의 둘레와 반지름의 길이가 1cm 인 원의 둘레를 더한 것과 같다.

$S = (12 + 6) \times 2 \times 2 + 2^2 \times \pi = 4\pi + 72$

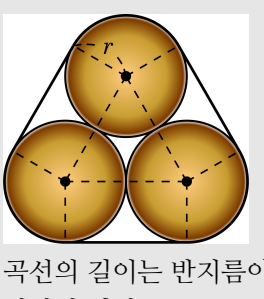
3. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2m 인 원통형의 나무토막을 테이프로 묶을 때, 필요한 테이프의 최소 길이는? (단, 테이프의 매듭의 길이를 생각하지 않는다.)



① $(12+4\pi)$cm ② $(12+2\pi)$cm ③ $(6+4\pi)$cm
④ $(6+2\pi)$cm ⑤ $(6+\pi)$cm

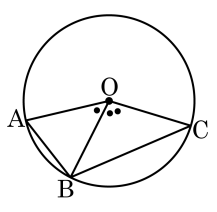
해설

다음 그림과 같이 선을 그으면



곡선의 길이는 반지름이 $r$cm 인 원의 둘레이므로 $2\pi \times r = 2\pi r$
직선의 길이는 $2r \times 3 = 6r$
$r = 2$ 이므로, 필요한 끈의 길이는 $4\pi + 12$(cm) 이다.

4. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle BOC = 2\angle AOB$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC} = 25.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}$

② $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = \frac{1}{3}5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC}$

③ $\overline{BC} = 2\overline{AB}$

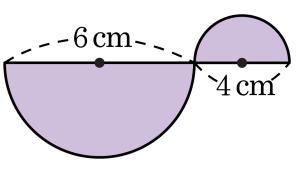
④ $\overline{AC} < 3\overline{AB}$

⑤ 부채꼴OBC 의 넓이는 부채꼴OAB 의 넓이의 2 배이다.

해설

③ 현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

5. 다음 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이는?



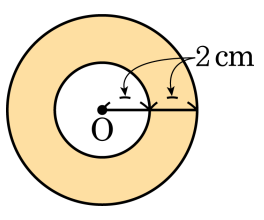
① 10cm ② 10πcm ③ 20cm

④ $(5\pi + 10)$cm ⑤ $(10\pi + 10)$cm

해설

$$\left(6 + \frac{1}{2} \times 6\pi\right) + \left(4 + \frac{1}{2} \times 4\pi\right) = 10 + 5\pi(\text{cm})$$

6. 다음 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 옳게 짝지은 것은?

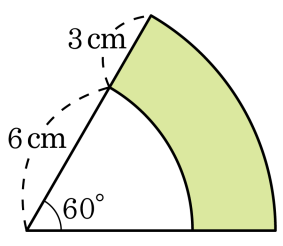


① 10πcm, 12πcm^2
② 10πcm, 11πcm^2
③ 11πcm, 12πcm^2
④ 12πcm, 11πcm^2
⑤ 12πcm, 12πcm^2

해설

(둘레의 길이) $= 2\pi \times 4 + 2\pi \times 2 = 8\pi + 4\pi = 12\pi(\text{cm})$
(넓이) $= \pi \times 4^2 - \pi \times 2^2 = 16\pi - 4\pi = 12\pi(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



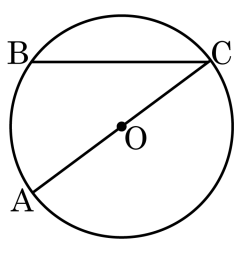
▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 7.5π cm^2

해설

$$\pi \times 9^2 \times \frac{60°}{360°} - \pi \times 6^2 \times \frac{60°}{360°} = \frac{27}{2}\pi - 6\pi = \frac{15}{2}\pi\,cm^2$$

8. 다음 그림의 원 O에 대한 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 와 반지름 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 로 둘러싸인 도형은 부채꼴이다.

㉡ 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 와 $\overline{BC}$ 로 둘러싸인 도형은 부채꼴이다.

㉢ $\overline{BC}$ 를 호라 한다.

㉣ $\angle BOC$ 는 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 에 대한 중심각이다.

㉤ 원의 중심 O 를 지나는 현은 지름이 아닐 수도 있다.

㉥ $\overline{AC}$ 는 이 원의 현 중에서 가장 길다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡ 부채꼴이 아니라 활꼴이다.
㉢ $\overline{BC}$ 는 현이다.
㉤ 원의 중심을 지나는 현은 무조건 지름이다.

9. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다. ㉡ 서로 다른 두 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 호의 길이는 같다. ㉢ 합동인 두 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 호의 길이는 다르다. ㉣ 원에서 부채꼴의 넓이는 부채꼴의 중심각의 크기에 정비례한다. ㉤ 합동인 두 원에서 부채꼴의 넓이가 같으면 중심각의 크기는 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

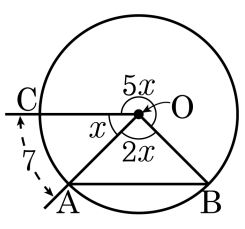
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ ○ : 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
㉡ × : 호의 길이는 반지름과 중심각에 따라 달라진다. 중심각이 같다고 해서 호의 길이가 같다고 말할 수 없다.
㉢ × : 합동인 두 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 호의 길이는 같다.
㉣ ○ : 원에서 부채꼴의 넓이는 부채꼴의 중심각의 크기에 정비례한다.
㉤ ○ : 합동인 두 원에서 부채꼴의 넓이가 같으면 중심각의 크기는 같다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle AOC$, $\angle BOA$, $\angle BOC$ 의 크기가 각각 x, $2x$, $5x$ 이고, 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ 의 길이가 7 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 길이를 구하여라.(단, 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$는 길이가 긴 쪽이다.)



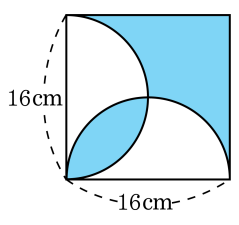
▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\angle AOC : \angle AOB : \angle BOC = x : 2x : 5x = 1 : 2 : 5$ 이고, 호의 길이는 부채꼴의 중심각의 크기에 정비례하므로 $1 : 5 = 7 :$ 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$, 5.0pt$\overset{\frown}{BC} = 35$ 이다.

11. 다음 그림의 정사각형에서 색칠한 부분의 넓이는?



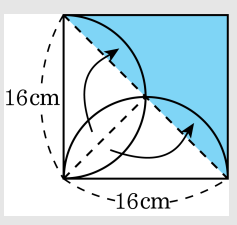
① $49\,\text{cm}^2$　　② $75\,\text{cm}^2$

③ $128\,\text{cm}^2$　　④ $(98\pi - 49)\,\text{cm}^2$

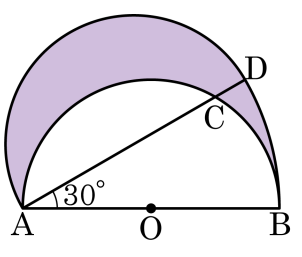
⑤ $(98\pi + 49)\,\text{cm}^2$

해설

다음 그림과 같이 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 삼각형의 넓이와 같으므로 $\frac{1}{2} \times 16 \times 16 = 128(\text{cm}^2)$ 이다.



12. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원을 점 A 를 중심으로 30° 회전시킨 것이다. $\overline{AO} = 6\text{cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $10\pi\text{cm}^2$ ② $11\pi\text{cm}^2$ ③ $12\pi\text{cm}^2$
④ $13\pi\text{cm}^2$ ⑤ $14\pi\text{cm}^2$

해설

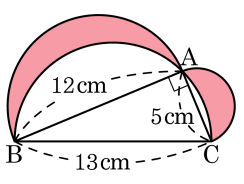
(부채꼴 DAB 의 넓이)$=\pi \times 12^2 \times \dfrac{30°}{360°} = 12\pi\,(\text{cm}^2)$

($\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)$= \dfrac{1}{2} \times \pi \times 6^2 = 18\pi\,(\text{cm}^2)$

($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)$= \dfrac{1}{2} \times \pi \times 6^2 = 18\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (구하는 넓이)$= 12\pi + 18\pi - 18\pi = 12\pi\,(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림은 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



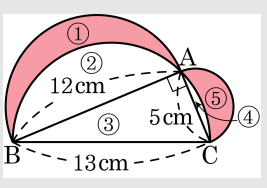
▶ 답 :

▷ 정답 : $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

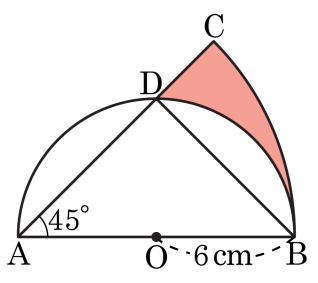
(①+②)+(④+⑤)+③-(②+③+④)

$= \frac{1}{2}\pi \times 6^2 + \frac{1}{2}\pi \times (\frac{5}{2})^2 + \frac{1}{2} \times 12 \times 5 - \frac{1}{2}\pi \times (\frac{13}{2})^2$



$= 18\pi + \frac{25}{8}\pi + 30 - \frac{169}{8}\pi = 30(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같은 반지름의 길이가 6cm 인 반원과 $\angle CAB = 45°$ 인 부채꼴에서 색칠한 부분의 넓이는?

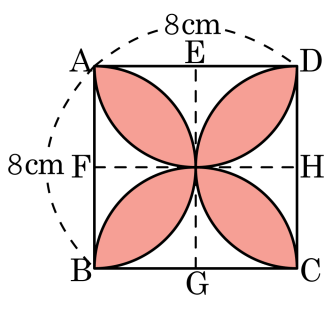


① $(9\pi - 18)\text{cm}^2$ ② $(9\pi - 16)\text{cm}^2$ ③ $(9\pi + 12)\text{cm}^2$
④ $(9\pi + 18)\text{cm}^2$ ⑤ $(9\pi + 9)\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는
(부채꼴CAB) − △DAO − (부채꼴DOB) 이므로
$\pi \times 12^2 \times \frac{1}{8} - 6 \times 6 \times \frac{1}{2} - \pi \times 6^2 \times \frac{1}{4} = 9\pi - 18(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는?

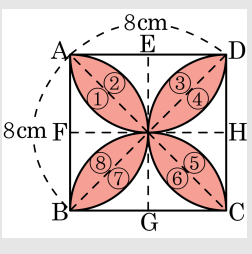


① $24(\pi-2)\text{cm}^2$ ② $26(\pi-2)\text{cm}^2$ ③ $28(\pi-2)\text{cm}^2$

④ $30(\pi-2)\text{cm}^2$ ⑤ $32(\pi-2)\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분을 그림과 같이 자를 때,



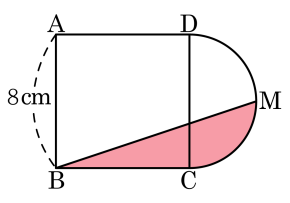
①=②=③=④=⑤=⑥=⑦=⑧

색칠한 부분의 넓이는 의 8배이다.

$S = (\pi \times 4^2 \times \frac{1}{4}) - (\frac{1}{2} \times 4 \times 4) = 4\pi - 8 = 4(\pi - 2)$

$\therefore\ 8S = 32(\pi - 2)(\text{cm}^2)$

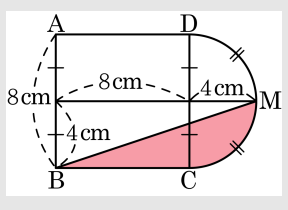
16. 한 변의 길이가 8cm 인 정사각형 ABCD 와 $\overline{CD}$ 를 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 5.0pt$\overset{\frown}{CM}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{DM}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이는?



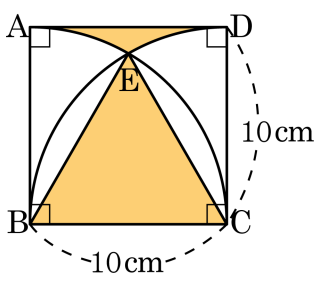
① $(8+4\pi)\text{cm}^2$ ② $(8+12\pi)\text{cm}^2$ ③ $(16+4\pi)\text{cm}^2$
④ $(16+8\pi)\text{cm}^2$ ⑤ $(20+8\pi)\text{cm}^2$

해설

$\therefore S = 4\times8+\pi\times4^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times4\times12$
$= 8+4\pi(\text{cm}^2)$

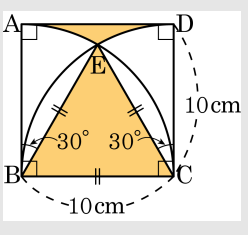


17. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는?



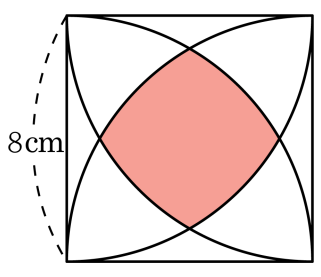
① $\left(100-\frac{50}{3}\pi\right)\text{cm}^2$　② $\left(100-\frac{25}{3}\pi\right)\text{cm}^2$
③ $\left(100-\frac{100}{3}\pi\right)\text{cm}^2$　④ $\left(100-\frac{20}{3}\pi\right)\text{cm}^2$
⑤ $(100-24\pi)\,\text{cm}^2$

해설



$S=10^2-2\times\pi\times10^2\times\frac{30°}{360°}=(100-\frac{50}{3}\pi)(\text{cm}^2)$

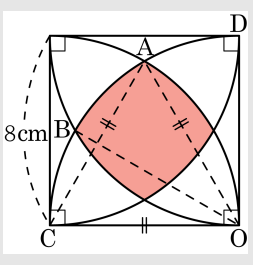
18. 다음 그림에서 색칠된 부분의 둘레의 길이는?



① 2πcm　② $\frac{32}{3}\pi$cm　③ $\frac{16}{3}\pi$cm
④ 4πcm　⑤ $\frac{8}{3}\pi$cm

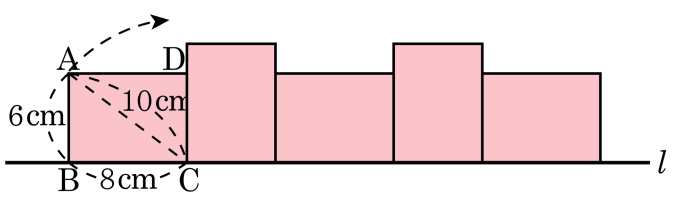
해설

보조선을 그어 보면 $\triangle$ACO 는 정삼각형이므로 $\angle DOA = 30°$
이와 같은 방법으로 $\angle BOC = 30°$ 이므로 $\angle AOB = 30°$
따라서 5.0pt$\overset{\frown}{AB} = 2\pi \times 8 \times \frac{1}{12} = \frac{4}{3}\pi(\text{cm})$ 이다. 구하는 부분의 둘레의 길이는 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 4 배이므로



$\therefore 2\pi \times 8 \times \frac{1}{12} \times 4 = \frac{16}{3}\pi(\text{cm})$

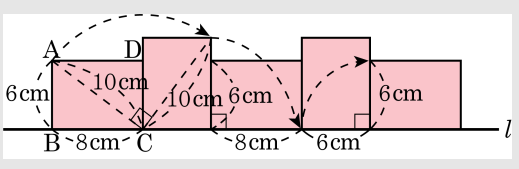
19. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 는 변 BC 가 직선 l 위에 놓여 있고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 이다. 이 직사각형을 직선 l 을 따라 오른쪽으로 한 바퀴 회전시켰을 때 점 A 가 움직인 거리는?



▶ 답 : _____ cm

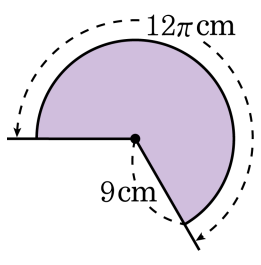
▷ 정답 : 12π cm

해설



점 A 가 움직인 거리는 부채꼴 3 개의 호의 길이로 나눌 수 있다.
$r_1 = 10\,\text{cm}$, $r_2 = 8\,\text{cm}$, $r_3 = 6\,\text{cm}$ 인 부채꼴의 중심각의 크기는 $90°$ 이다.
따라서 점 B 가 움직인 거리를 계산하면
$20\pi \times \frac{1}{4} + 16\pi \times \frac{1}{4} + 12\pi \times \frac{1}{4} = 5\pi + 4\pi + 3\pi = 12\pi\ (\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?

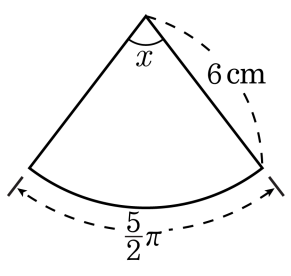


① $50\pi\text{cm}^2$ ② $51\pi\text{cm}^2$ ③ $52\pi\text{cm}^2$
④ $53\pi\text{cm}^2$ ⑤ $54\pi\text{cm}^2$

해설

$\frac{1}{2}rl = \frac{1}{2} \times 9 \times 12\pi = 54\pi(\text{cm}^2)$

21. 다음 부채꼴에서 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 75 °

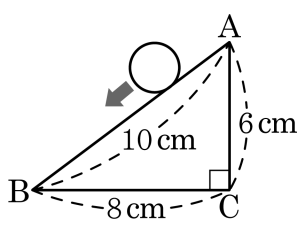
해설

$2\pi \times 6 \times \frac{x°}{360°} = \frac{5}{2}\pi$

$\frac{x}{30}\pi = \frac{5}{2}\pi$

$\therefore \angle x = 75°$

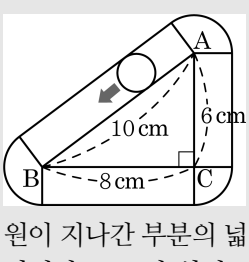
22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 의 변 위로 반지름의 길이가 1cm 인 원을 굴러서 삼각형의 둘레를 한 바퀴 돌 때, 원이 지나간 부분의 넓이는?



① $4\pi + 48(\text{cm}^2)$ ② $2\pi + 48(\text{cm}^2)$ ③ $2\pi + 40(\text{cm}^2)$
④ $4\pi + 40(\text{cm}^2)$ ⑤ $6\pi + 50(\text{cm}^2)$

해설

원이 지나간 부분을 그림으로 표시하면,



원이 지나간 부분의 넓이는 세 개의 직사각형의 넓이와 반지름의 길이가 2cm 인 원의 넓이를 더 한 것과 같다.

$\therefore\ S = \pi \times 2^2 + 2 \times (10 + 6 + 8) = 4\pi + 48(\text{cm}^2)$