

1. 다음 등비수열의 일반항 a_n 은?

2, 4, 8, 16, ……

① $(-2)^n$

② 2^{n-1}

③ 2^{n+1}

④ 2^n

⑤ $(-2)^{n-1}$

해설

주어진 수열은 첫째항이 2이고 공비가 2이므로 $a_n = 2^n$

2. 첫째항이 $\frac{1}{4}$, 끝항이 $\frac{1}{16}$, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열의 항의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a_n = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$n - 1 = 2$$

$$n = 3$$

3. 첫째항이 1, 공비가 -3인 항수가 5인 등비수열의 합은?

① 61

② 122

③ 244

④ 361

⑤ 722

해설

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ 에서}$$

$$S_5 = \frac{1 \cdot \{1 - (-3)^5\}}{1 - (-3)} = 61$$

4. 제 3항이 6이고 제 7항이 96인 등비수열의 첫째항과 공비의 곱을 구하여라. (단, 공비는 양수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_3 = ar^2 = 6 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_7 = ar^6 = 96 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠} \text{에서 } r^4 = 16$$

$$r = \pm 2, \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$\textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } a = \frac{3}{2}$$

첫째항은 $\frac{3}{2}$, 공비는 2이므로 곱은 3

5. 등비중항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, 안에 알맞은 수를 모두 더하면?

$$-2, \square, -8, \square, \square, 64, \dots$$

① -11

② -12

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b 라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8)$, $b^2 = 16$

따라서 $b = 4$ 이고 공비는 -2 인 수열이 되므로 구하는 수열은
 $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$

$$\therefore 4 + 16 - 32 = -12$$

6. 등비수열 $\sqrt{2} + 1, 1, \sqrt{2} - 1, 3 - 2\sqrt{2}, \dots$ 의 일반항을 a_n 이라 할 때, a_{100} 의 값은?

- ① $(\sqrt{2} - 1)^{98}$ ② $(\sqrt{2} - 1)^{99}$ ③ $(\sqrt{2} - 1)^{100}$
④ $\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)^{90}$ ⑤ $2(\sqrt{2} - 1)^{90}$

해설

$$\text{공비를 } r \text{ 이라 하면 } r = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore a_n = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)^{n-1}$$

$$\begin{aligned}\therefore a_{100} &= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)^{99} \\ &= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1)^{98} \\ &= (\sqrt{2} - 1)^{98}\end{aligned}$$

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = x - 3$, $a_2 = x$, $a_3 = x + 6$ 이 성립할 때, a_5 의 값은?

① 16

② 24

③ 32

④ 48

⑤ 52

해설

x 는 $x - 3$ 과 $x + 6$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (x - 3)(x + 6) = x^2 + 3x - 18$$

$$3x = 18 \quad \therefore x = 6$$

즉, $a_1 = 3$, $a_2 = 6$, $a_3 = 12$ 이므로 수열 $\{a_n\}$ 은 공비가 2인 등비수열이다.

$$\therefore a_5 = 3 \cdot 2^4 = 3 \cdot 16 = 48$$

8. 9와 144 사이에 세 자연수를 넣어서 이들 5개의 수가 등비수열을 이루도록 할 때, 사이에 들어갈 세 수 중 가장 큰 수는?

① 36

② 45

③ 54

④ 63

⑤ 72

해설

첫째항을 9, 공비를 r 이라 하면 사이에 들어갈 세 자연수를 각각 $9r$, $9r^2$, $9r^3$ 으로 놓을 수 있다.

이때, $9r^4 = 144$ 이므로 $r^4 = 16$

$$r^4 - 16 = 0, (r^2 + 4)(r^2 + 2)(r^2 - 2) = 0$$

그런데 세 수는 자연수이므로 $r = 2$

따라서 세 수는 18, 36, 72이고, 이 중 가장 큰 수는 72이다.

9. 서로 다른 세 수 a, b, c 가 이 순서로 등비수열을 이루고 있다. b 와 c 사이에 두 수를 넣어 5개의 수가 등차수열을 이루도록 하였다. 이때, $\frac{b+c}{a}$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

b 와 c 사이에 두 수를 넣어 만들어진 등차수열의 공차를 d 라 하면

$$b = a + d, c = a + 4d \cdots \text{㉠}$$

세 수 a, b, c 가 등비수열을 이루므로

$$(a + d)^2 = a(a + 4d)$$

$$a^2 + 2ad + d^2 = a^2 + 4ad$$

$$\therefore d = 2a$$

$$\text{㉠에서 } b = 3a, c = 9a$$

$$\therefore \frac{b+c}{a} = \frac{3a+9a}{a} = 12$$

10. 수열 $a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3 + \cdots + a(1+r)^n$ 의 합은? (단, $r \neq 0$)

① $\frac{2a + 4r^n}{r}$

③ $\frac{a(1+r) + (1+r)^n}{r}$

⑤ $\frac{a(1+r) - r^n + 2}{r}$

② $\frac{a(1+r) \{(1+r)^n - 1\}}{r}$

④ $\frac{a(1+r) \{(1+r)^{2n} - 1\}}{r}$

해설

첫째항이 $a(1+r)$, 공비가 $1+r$, 항수가 n 인 등비수열의 합이므로 $1+r \neq 1$ 즉, $r \neq 0$ 일 때,

$$S = \frac{a(1+r) \{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1}$$

$$= \frac{a(1+r) \{(1+r)^n - 1\}}{r}$$

11. 첫째항부터 제3 항까지의 합이 7, 제4 항부터 제6 항까지의 합이 56 인 등비수열이 있다. 이 수열의 첫째항부터 제9 항까지의 합은? (단, 공비는 실수이다.)

① 498

② 502

③ 511

④ 512

⑤ 524

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하고, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_3 = \frac{a(r^3 - 1)}{r - 1} = 7 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$S_6 = \frac{a(r^6 - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^3 - 1)(r^3 + 1)}{r - 1} = 63 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\Gamma}$ 을 $\textcircled{\text{L}}$ 에 대입하면 $7(r^3 + 1) = 63$

$$r^3 + 1 = 9 \quad \therefore r = 2$$

$r = 2$ 를 $\textcircled{\Gamma}$ 에 대입하면 $a(2^3 - 1) = 7 \quad \therefore a = 1$

$$S_9 = \frac{1 \cdot (2^9 - 1)}{2 - 1} = 512 - 1 = 511$$

12. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합이 5, 첫째항부터 제 20항까지의 합이 30일 때, 첫째항부터 제 30항까지의 합은?

① 124

② 132

③ 145

④ 155

⑤ 162

해설

$$S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 5$$

$$S_{20} = \frac{a(r^{20} - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^{10} - 1)(r^{10} + 1)}{r - 1} = 30$$

$$r^{10} + 1 = 6 \text{ 이므로 } r^{10} = 5$$

$$S_{30} = \frac{a(r^{30} - 1)}{r - 1}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} S_{30} &= \frac{a(r^{10} - 1)(r^{20} + r^{10} + 1)}{r - 1} \\ &= 5 \cdot (r^{20} + r^{10} + 1) \\ &= 5 \cdot (5^2 + 5 + 1) \\ &= 5 \cdot 31 = 155 \end{aligned}$$

13. 첫째항이 1이고, 공비가 4인 등비수열에서 첫째항부터 몇 항까지의 합이 처음으로 1000보다 크게 되는가?
(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

첫째항이 1, 공비가 4인 등비수열이므로

$$S_n = \frac{1 \cdot (4^n - 1)}{4 - 1} > 1000, 4^n > 3001$$

$$2n \log 2 > \log 3001$$

$$n > \frac{\log 3001}{2 \log 2} > \frac{\log 3000}{2 \log 2}$$

$$= \frac{\log 3 + \log 1000}{2 \log 2} = \frac{3.4771}{0.6020} = 5.7 \times \times \times$$

14. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 a , b , c 인 직육면체에 대하여 a , b , c 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 이 직육면체의 모서리의 길이의 총합이 60, 겉넓이가 180일 때, 이 직육면체의 부피는?

① 174

② 188

③ 202

④ 216

⑤ 230

해설

등비수열 a , b , c 의 공비를 r 이라 하면 가로의 길이, 세로의 길이, 높이는 각각 a , ar , ar^2 이다.

모서리의 길이의 총합은 $4(a + ar + ar^2) = 60$ 에서

$$a(1 + r + r^2) = 15 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

또, 겉넓이는 $2(a \cdot ar + a \cdot ar^2 + ar \cdot ar^2) = 180$ 에서

$$a^2r(1 + r + r^2) = 90 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \div \textcircled{\text{㉠}} \text{에서 } ar = 6$$

따라서 직육면체의 부피 V 는

$$V = a \cdot ar \cdot ar^2 = a^3 r^3 = (ar)^3 = 6^3 = 216$$

15. 집합 $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow$ 등차수열

① 공차가 2인 경우 (4가지)

2, 4, 6 4, 6, 8 6, 8, 10 8, 10, 12

② 공차가 4인 경우 (2가지)

2, 6, 10 4, 8, 12

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 11$, $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 가 성립할 때, a_{10} 의 값은?

① 36

② 39

③ 42

④ 45

⑤ 48

해설

공차를 d 라 하면 $a_1 + a_2 = 11$ 에서 $a_1 + \{a_1 + (2-1)d\} = 11$

$$\therefore 2a_1 + d = 11 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 에서 $(a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 54$

$$\therefore a_1 + 3d = 18 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a_1 = 3$, $d = 5$

$$\therefore a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \times 5 = 48$$

17. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 제 50항의 값은?

2, 7, 12, 17, 22...

① 227

② 237

③ 247

④ 257

⑤ 267

해설

주어진 수열은 첫째항이 2이고, 공차가 5인

등차수열이므로 $a_n = 5n - 3$

$\therefore a_{50} = 5 \cdot 50 - 3 = 247$

18. 등차수열 $-3, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, 21$ 에 대하여 $x_4 + x_5$ 의 값은?

① 15

② 17

③ 19

④ 21

⑤ 23

해설

주어진 등차수열의 공차를 d 라고 하면 21은 제 9항이므로

$$21 = -3 + 8d \quad \therefore d = 3$$

따라서, 주어진 수열은 첫째항이 -3 , 공차가 3인 등차수열이고,

x_4, x_5 은 각각 제 5항, 제 6항이므로

$$x_4 = -3 + (5 - 1) \cdot 3 = 9$$

$$x_5 = -3 + (6 - 1) \cdot 3 = 12$$

따라서 $x_4 + x_5$ 은 21이다.

19. 10과 26 사이에 세 수 b_1, b_2, b_3 를 넣었더니 10, $b_1, b_2, b_3, 26$ 의 순서로 등차수열을 이루었다. 이때, b_2 의 값은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

10, $b_1, b_2, b_3, 26$ 이 순서대로 등차수열을 이루므로 10, $b_2, 26$ 도 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

$$\therefore 10 + 26 = 2b_2 \quad \therefore b_2 = 18$$

20. 두 수 $2p + 1$ 과 $2p + 5$ 의 등차중항이 p^2 일 때, 양수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2p + 1, p^2, 2p + 5 \text{ 가 등차수열을 이루므로 } p^2 = \frac{(2p + 1) + (2p + 5)}{2}$$

$$2p^2 = 4p + 6, p^2 - 2p - 3 = 0$$

$$(p + 1)(p - 3) = 0$$

따라서 $p = -1$ 또는 $p = 3$

이때, p 는 양수이므로 $p = 3$

21. 두 수 3과 7의 등차중항을 a , 10과 -2 의 등차중항을 b 라 할 때, 이차 방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$3 \text{과 } 7 \text{의 등차중항은 } a = \frac{3+7}{2} = 5$$

$$10 \text{과 } -2 \text{의 등차중항은 } b = \frac{10+(-2)}{2} = 4$$

$$x^2 + ax + b = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0, (x+1)(x+4) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -4$$

따라서 두 근의 차는 3

22. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{\log_3 a_n\}$ 은 첫째항이 0, 공차가 $\frac{1}{2}$ 인 등차수열이다. 이때, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4$ 의 값은?

① 9

② 12

③ 18

④ 27

⑤ 32

해설

$$\log_3 a_n = 0 + \frac{1}{2}(n-1)$$

$$a_n = 3^{\frac{1}{2}(n-1)}$$

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4$$

$$= 3^0 \times 3^{\frac{1}{2}} \times 3^1 \times 3^{\frac{3}{2}}$$

$$= 3^{0+\frac{1}{2}+1+\frac{3}{2}} = 3^3 = 27$$

23. 등차수열을 이루는 세 수의 합이 12이고, 곱이 28일 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

등차수열을 이루는 세 수를 $a-b$, a , $a+b$ 라 하면 세 수의 합이 12이므로

$$(a-b) + a + (a+b) = 12, 3a = 12$$

$$\therefore a = 4$$

또한 세 수의 곱이 28이므로

$$(4-d) \times 4 \times (4+d) = 28, 16 - d^2 = 7$$

$$d^2 = 9 \therefore d = \pm 3$$

따라서 구하는 세 수는 1, 4, 7이므로 이 중 가장 큰 수는 7이다.

24. 4와 102 사이에 5개의 수를 넣어 등차수열을 만들려고 한다. 이때, 4와 102 사이에 넣을 5개의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 265

해설

항의 개수가 7개 이므로 7개 항의 합을 S_7 , 구하는 수의 합을 S 라 하면

$$S = S_7 - (4 + 102) = \frac{7(4 + 102)}{2} - 106 = 265$$

25. 등차수열 30, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, -10$ 의 합이 210이 되도록 공차 d 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

첫째항이 30, 끝항이 -10이고 항수가 $n + 2$ 인 등차수열의 합이 210이므로

$$\frac{(n + 2) \{30 + (-10)\}}{2} = 210$$

$$n + 2 = 21 \quad \therefore n = 19$$

따라서 끝항은 주어진 수열의 제 21 항이므로

$$-10 = 30 + (21 - 1)d \quad \therefore d = -2$$

26. 첫째항이 -10 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제7항까지의 합과 제7항이 같을 때 첫째항부터 제10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$a_1 = -10, a_7 = -10 + 6d$$

$$S_7 = \frac{7\{2 \cdot (-10) + 6d\}}{2}, a_7 = S_7 \text{에서 } d = 4$$

$$S_{10} = \frac{10\{2 \cdot (-10) + 9 \cdot 4\}}{2} = 80$$

27. 표의 빈칸에 6개의 자연수를 하나씩 써 넣어 가로, 세로, 대각선 방향으로 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 빈칸에 써 넣을 6개의 수의 합을 구하여라.

3		7
	11	

▶ 답:

▷ 정답: 51

해설

3	5	7
6	8	10
9	11	13

$$\therefore 5 + 6 + 8 + 10 + 9 + 13 = 51$$