

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 수학을 잘하는 학생들의 모임
- ② 예쁜 신발들의 모임
- ③ 가장 작은 자연수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 큰 학생들의 모임
- ⑤ 채소들의 모임

해설

- ③ 가장 작은 자연수의 모임 : 1
- ⑤ 채소들의 모임 : 오이, 당근, 토마토, ...

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $2 \notin \{0, 1\}$

②  $1 \in \{1, 5\}$

③  $4 \notin \{1, 2, 3\}$

④  $3 \in \{1, 5, 9\}$

⑤  $10 \notin \{1, 2, 5, 7\}$

해설

$3 \notin \{1, 5, 9\}$

3.  $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\})$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$$

4. 집합  $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $1 \in A$                       ②  $\{1, 2\} \in A$                       ③  $\{1\} \subset A$   
④  $\{1, 2\} \subset A$                       ⑤  $\{2\} \in A$

**해설**

- ① 1은 집합  $A$ 의 원소이므로 (참)  
②  $\{1, 2\}$ 는 집합  $A$ 의 원소이므로 (참)  
③ 1이 집합  $A$ 의 원소이므로  $\{1\}$ 은  $A$ 의 부분 집합이다. (참)  
④ 1, 2가 집합  $A$ 의 원소이므로  $\{1, 2\}$ 는 집합  $A$ 의 부분 집합이다. (참)  
⑤  $\{2\}$ 는  $A$ 의 원소가 아니므로  $\{2\} \notin A$ 이고  $\{2\} \subset A$ 이다. (거짓)

5.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

①  $\emptyset \subset A$

②  $\{2\} \subset A$

③  $\{4, 5\} \in A$

④  $n(A) = 5$

⑤  $\{0, \{2\}\} \subset A$

해설

③  $\{4, 5\} \subset A$

④  $n(A) = 6$

6. 다음 중 틀린 것은?

①  $\{1, 2\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

②  $\{0, 2, 4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$

③  $\emptyset \subset \{1, 2, 3, 4\}$

④  $\{1, 3, 6\} \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤  $\{1, 3, 7\} \not\subset \{0, 1, 3, 5\}$

해설

②  $\{0, 2, 4\}$  가  $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합이 아니므로  $\{0, 2, 4\} \not\subset \{2, 4, 6, 8\}$



8. 세 집합 사이에  $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$  를 만족하는 집합  $A$  가 될 수 없는 것은?

①  $\{1, 2\}$

②  $\{1, 2, 3\}$

③  $\{1, 2, 4\}$

④  $\{2, 3, 4\}$

⑤  $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

④  $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

9. 집합  $A$ 의 진부분집합의 개수가 31개일 때,  $n(A)$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**해설**

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,  
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.  
따라서 집합  $A$ 의 부분집합의 개수는  $31 + 1 = 32$  개이며,  
 $2^n = 32 \therefore n = 5$  이다.

10. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ ,  $B = \{1, 3, 6, 9, 12\}$  일 때,  $n(A \cup B)$  를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

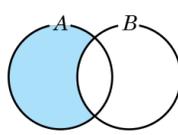
해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$$

$$\therefore n(A \cup B) = 11$$

11. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 조건제 시법으로 나타낸 것은?

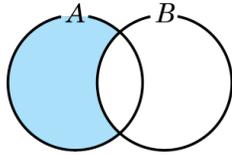


- ①  $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$       ②  $\{x \mid x \notin A \text{ 그리고 } x \notin B\}$   
③  $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$       ④  $\{x \mid x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$   
⑤  $\{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \notin B\}$

**해설**

벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 원소를  $x$  라고 하면 집합  $A$  에는 포함되고 집합  $B$  에는 포함되지 않으므로  $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$  이다.

12. 다음 중에서 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ①  $A - B$                       ②  $B - A$                       ③  $A \cap B$   
④  $A \cup B$                       ⑤  $B \cap A^c$

해설

②, ⑤   
③   
④

13. 전체집합  $U$ 의 부분집합  $A, B$ 에 대하여 다음 중  $(A^c - B)^c$ 과 같은 집합은?

①  $A \cup B$

②  $A \cap B$

③  $A^c \cap B$

④  $(A \cup B)^c$

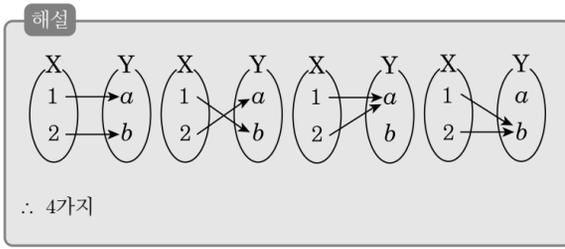
⑤  $(A \cap B)^c$

해설

$$(A^c - B)^c = (A^c \cap B^c)^c = (A \cup B)$$

14. 집합  $X = \{1, 2\}$ ,  $Y = \{a, b\}$  라 할 때, 집합  $X$  에서  $Y$  로의 함수의 개수를 구하면?

- ① 1 가지                      ② 2 가지                      ③ 3 가지  
④ 4 가지                      ⑤ 5 가지



15. 일차함수  $y = px + q$  의 역함수가  $y = -5x + 7$  일 때, 상수  $p, q$  의 합  $p + q$  는?

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{6}{5}$     ③ 4    ④  $\frac{5}{6}$     ⑤ 8

해설

$y = -5x + 7$  의 역함수를 구하면

$$x = -5y + 7, y = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$p = -\frac{1}{5}, q = \frac{7}{5}$$

$$\therefore p + q = \frac{6}{5}$$

16. 집합  $A = \{x|x \text{는 홀수}\}$  일 때, 다음 중  $A$ 의 부분집합을 모두 고르면?  
(정답 2개)

- ①  $\{0\}$                       ②  $\{1, 3\}$                       ③  $\{2, 3, 5, 7\}$   
④  $\{\emptyset\}$                       ⑤  $\{1, 3, 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 \dots\}$

- ①  $0 \notin A$  이므로, 원소 0은  $A$ 의 부분집합의 원소가 아니다.  
③  $2 \notin A$  이므로, 원소 2는  $A$ 의 부분집합의 원소가 아니다.  
④  $\emptyset \notin A$  이므로, 원소  $\emptyset$ 은  $A$ 의 부분집합의 원소가 아니다.

17. 집합  $A = \{2, x + 2\}$ ,  $B = \{4, 2y\}$  일 때,  $A = B$  를 만족시키는  $x, y$  에 대하여  $x - y$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x - y = 1$

해설

$A = \{2, x + 2\}$ ,  $B = \{4, 2y\}$  일 때,  $A = B$  이므로  $x + 2 = 4$ ,  $2y = 2$   
 $\therefore x = 2, y = 1$   
 $\therefore x - y = 2 - 1 = 1$

18. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서  $X \subset A$ ,  $A - X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 집합  $X$ 의 진부분집합의 개수는?

- ① 3개      ② 4개      ③ 7개      ④ 8개      ⑤ 15개

해설

$$2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

19. 두 집합  $A = \{3, a-4, 9\}$ ,  $B = \{7, b+3, 10\}$  에 대하여  $A \cap B = \{7, 9\}$  일 때,  $a-b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

이므로

$$7 \in A \text{ 이므로 } a-4=7 \quad \therefore a=11$$

$$9 \in B \text{ 이므로 } b+3=9 \quad \therefore b=6$$

$$\therefore a-b=11-6=5$$

20. 명제 'p(x)이면 q(x)이다'가 참일 때, 두 집합  $P = \{x \mid p(x)\}$ ,  $Q = \{x \mid q(x)\}$  사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

①  $Q \subset P$

②  $Q^c \subset P$

③  $P \subset Q^c$

④  $P \cup Q = P$

⑤  $P \subset Q$

해설

'p(x)이면 q(x)이다.'가 참일 때, 즉,  $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는  $P \subset Q$

21. 명제「 $x = 1$  이면  $x^2 + 4x - 5 = 0$  이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.

(역의 반례:  $x = -5$ )

22. 다음은 임의의 자연수  $n$ 에 대하여 「 $n^2$ 이 홀수이면  $n$ 도 홀수이다.」 임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 「 $n$ 이 짝수이면  $n^2$ 도 짝수이다.」이 때,  $n$ 이 짝수이면  $n =$  (나) (단,  $k$ 는 자연수) 따라서  $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$  이므로  $n^2$ 도 짝수이다.

- ① 대우,  $2k$                       ② 대우,  $4k$                       ③ 대우,  $2k + 1$   
④ 역,  $2k + 1$                       ⑤ 역,  $4k^2$

**해설**

「 $n^2$ 이 홀수이면  $n$ 도 홀수이다.」의 대우는 「 $n$ 이 짝수이면  $n^2$ 도 짝수이다.」  
∴ (가)-대우  $n$ 이 짝수이면  $n = 2k$   
∴ (나)- $2k$

23. 세 실수  $a, b, c$  사이에 두 관계식  $3a - b + c = 2$ ,  $a + b + c = 4$ 가 성립한다.  $a > 1$ 일 때,  $a, b, c$ 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

①  $a < b < c$

②  $a < c < b$

③  $b < c < a$

④  $c < a < b$

⑤  $c < b < a$

해설

$$3a - b + c = 2 \dots\dots ①$$

$$a + b + c = 4 \dots\dots ②$$

$$① + ② \text{ 하면 } 4a + 2c = 6$$

$$2a + c = 3, a > 1 \text{ 이므로}$$

$$c = 3 - 2a \text{ 에서 } c < 1$$

$$① - ② \text{ 하면 } 2a - 2b = -2$$

$$\therefore a - b = -1, b = a + 1 \text{ 이므로}$$

$$a > 1 \text{ 이므로 } b > a$$

$$\therefore c < a < b$$

24. 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때  $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값  $M$ 과 최솟값  $m$ 은?

①  $M = 3, m = 0$

②  $M = 3, m = -3$

③  $M = 6, m = 0$

④  $M = 6, m = -6$

⑤  $M = 6, m = -12$

해설

$x, y, z$ 가 실수이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$\{1 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$$

$$36 \geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$$

$$-6 \leq x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z \leq 6$$

$$\therefore M = 6, m = -6$$

25. 두 집합  $X = \{-1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수인 것은?

①  $f: x \rightarrow x$

②  $f: x \rightarrow -2|x|$

③  $f: x \rightarrow x^2$

④  $f: x \rightarrow x+3$

⑤  $f: x \rightarrow |3x|+1$

해설

③  $y = f(x) = x^2$  에서

$f(-1) = (-1)^2 = 1 \in Y$ ,  $f(0) = 0^2 = 0 \in Y$ ,  $f(1) = 1^2 = 1 \in Y$   
따라서 함수이다.

26. 다음 보기의 대응 중에서 함수인 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

- ㉠ 원의 반지름의 길이와 그 넓이의 대응
- ㉡ 이차방정식과 그 방정식의 실근의 대응
- ㉢ 선분과 그 길이의 대응
- ㉣ 함수와 그 함수의 정의역의 대응
- ㉤ 실수와 그 실수를 포함하는 집합의 대응

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 모든 원의 반지름의 길이  $r$ 는 오직 하나의 넓이  $\pi r^2$ 에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉡ 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 에서  $b^2 - 4ac < 0$ 이면 대응을 갖지 못하고(허근),  $b^2 - 4ac > 0$ 이면 두 개의 대응을 가지므로(서로 다른 두 실근) 함수가 될 수 없다.
- ㉢ 모든 선분은 오직 하나의 길이에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉣ 모든 함수는 반드시 정의역을 갖고 그 정의역은 유일하므로 함수가 될 수 있다.
- ㉤ 특정한 실수  $a$ 를 포함하는 집합은  $\{a\}$ ,  $\{a, b\}$ ,  $\{a, b, c\}$ , ... 등 무수히 많다. 즉, 실수  $a$ 에  $a$ 를 포함하는 무수히 많은 집합들이 대응되므로 함수가 될 수 없다. 따라서 함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

27. 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(xy) = f(x)f(y)$  이고  $f$ 가 일대일대응일 때,  $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌  $x$ 에 대하여  $y = 0$ 을  
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.  
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$   
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$  또는  $f(x) = 1$   
만일  $f(x) = 1$ 이면  
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$  이다.  
위는  $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로  
 $f(x) = 1$ 은 부적당  
 $\therefore f(0) = 0$

28. 두 함수  $f(x) = -x + a$ ,  $g(x) = ax + b$  에 대하여  $(f \circ g)(x) = 2x - 4$  일 때,  $ab$  의 값은 얼마인가?

- ① -2      ② -3      ③ -4      ④ -5      ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + b) \\ &= -(ax + b) + a = -ax + a - b \text{ 이므로 } -ax + a - b = 2x - 4 \\ \text{그런데, 이것은 } x \text{ 에 대한 항등식이므로} \\ a &= -2, b = 2 \\ \therefore ab &= -4\end{aligned}$$

29. 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 세 함수  $f, g, h$  에 대하여  $(h \circ g)(x) = 3x + 4$ ,  $f(x) = x^2$  일 때,  $(h \circ (g \circ f))(2)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

30. 함수  $f(x) = kx + 1$  에 대하여  $f^{-1} = f$  가 성립할 때, 상수  $k$  의 값은?  
(단,  $f^{-1}$  는  $f$  의 역함수)

- ① 4      ② 3      ③ 2      ④ -1      ⑤ -2

해설

$f^{-1}$  이므로  $f \circ f = I$

$(f \circ f)(x) = x$ 에서

$f(f(x)) = f(kx + 1) = k(kx + 1) + 1 = k^2x + k + 1 = x$

$\therefore k^2 = 1, k + 1 = 0$  따라서  $k = -1$

31.  $f(x) = ax + b$  ( $a \neq 0$ ),  $g(x) = x + c$ 라 할 때,  $(f \circ g)(x) = 2x - 3$ ,  $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수  $a, b, c$ 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = 7$

▷ 정답:  $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \text{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \text{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

32. 함수  $f(x) = |4x + a| + b$  는  $x = 3$  일 때, 최솟값  $-2$  를 가진다. 이때, 상수  $a, b$  의 값에 대하여  $b - a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4\left(x + \frac{a}{4}\right) \right| + b$  의 그래프는

$y = |4x|$  의 그래프를

$x$  축의 방향으로  $-\frac{a}{4}$  만큼,  $y$  축의 방향

으로  $b$  만큼 평행이동한 것이므로 다음

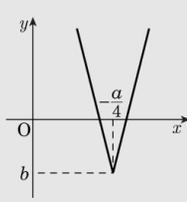
그림과 같다.

따라서  $x = -\frac{a}{4}$  일 때

최솟값  $b$  를 가지므로  $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서  $a = -12, b = -2$  이므로

$\therefore b - a = 10$



33. 함수  $f(x) = ||x-1|-a|$  에서  $f(2) = 4$  를 만족시키는 양의 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$  이므로

$f(2) = ||2-1|-a| = 4 \rightarrow |1-a| = 4$

따라서  $a = -3, 5$  이므로 양수  $a = 5$

34. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수  $f(x), g(x)$  에 대하여 두 조건  $p: f(x) = 0, q: g(x) = 0$  을 만족하는 집합을 각각  $A, B$  라 할 때, 조건  $f(x)g(x) \neq 0$  을 만족하는 집합은?

- ①  $A^c \cap B$                       ②  $A \cap B^c$                       ③  $A^c \cap B^c$   
④  $A^c \cup B^c$                       ⑤  $A^c \cup B$

**해설**

조건  $f(x)g(x) \neq 0$  을 만족하는 집합은  $\{x \mid f(x) \neq 0 \text{이고 } g(x) \neq 0\}$  이므로 주어진 조건을 만족하는 집합은  $A^c \cap B^c$

35. 다음 중 거짓인 명제를 모두 고른 것은?

㉠  $xy > x + y > 4$  이면  $x > 2, y > 2$  이다.

㉡  $x > 1$  이면  $x^2 > 1$  이다.

㉢  $x + y = 0$  이면  $x = 0$  이고  $y = 0$  이다.

㉣  $x = 1$  이면  $x^2 = 1$  이다.

㉤  $2x + 4 > 0$  이면  $x > -2$  이다.

해설

㉠ (반례)  $x = 1.5, y = 10$  이면  $xy > x + y > 4$  이지만  $x < 2, y > 2$  이므로 거짓이다.

㉢ (반례)  $x = -1, y = 1$  이면  $x + y = 0$  이지만  $x \neq 0, y \neq 0$  이므로 거짓이다.

36. 전체집합  $U$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 할 때,  $p \Rightarrow q$ 에 해당하는 사례들이 속하는 집합은?

- ①  $P^c \cup Q$                       ②  $P \cup Q^c$                       ③  $P \cap Q$   
④  $P^c \cap Q$                       ⑤  $P \cap Q^c$

해설

주어진 명제가 거짓이 되는 반례들이 속하는 집합으로  $P - Q = P \cap Q^c$

37. 전체집합  $U$  의 세 부분집합  $P, Q, R$  는 각각 세 조건  $p, q, r$  를 만족하는 집합이다. 두 명제  $\sim p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q$  가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ①  $P \subset Q$                       ②  $Q \subset R$                       ③  $P^c \subset R^c$   
④  $P \subset Q^c$                       ⑤  $R^c \subset P$

해설

$\sim p \rightarrow q$  가 참이므로  $P^c \subset Q$   
 $r \rightarrow \sim q$  가 참이므로  $R \subset Q^c$   
또,  $\sim p \rightarrow q$  와  $r \rightarrow \sim q$  의 대우인  $q \rightarrow \sim r$  가 참이므로  $\sim p \rightarrow \sim r$  가 참이다.  
 $\therefore P^c \subset R^c$   
따라서, 항상 옳은 것은 ③이다.

38.  $p : -1 \leq x \leq 1$  또는  $x \geq 3$ ,  $q : x \geq a$ 에 대하여  $q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건일 때, 정수  $a$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하면  
 $q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건이므로  $P \subset Q$ 이다.  
 $\therefore a \leq -1$   
따라서  $a$ 의 최댓값은  $-1$ 이다.

39. 네 조건  $p, q, r, s$ 에 대하여  $p$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건,  $q$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건,  $s$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건,  $q$ 는  $s$ 이기 위한 필요조건이다. 이 때,  $q$ 는  $p$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

$P \subset R \subset S \subset Q \therefore P \subset Q$ 이므로  $P \subset Q$   
 $\therefore q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건

40. 부등식  $x^2 + (a+1)x + (a+1) \geq 0$ 이 절대부등식이 되기 위한 정수  $a$ 의 개수는?

- ① 3개      ② 4개      ③ 5개      ④ 6개      ⑤ 7개

해설

$D = (a+1)^2 - 4(a+1) \leq 0$ 이어야 하므로  
 $a^2 + 2a + 1 - 4a - 4$   
 $= a^2 - 2a - 3 = (a-3)(a+1) \leq 0$   
 $\therefore -1 \leq a \leq 3$   
따라서 정수  $a$ 의 개수는  $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5개

41.  $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식의 최솟값을 구하여라.

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned}\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) &= ab + \frac{4}{ab} + 5 \\ &\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} + 5 = 9\end{aligned}$$

따라서, 최솟값은 9

42.  $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때,  $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

산술-기하평균 부등식에 의해

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{b}{a} \times \frac{c}{b} \times \frac{a}{c}} = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} \geq 3$$

43. 어떤 농부가 길이 60m의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



- ①  $60\text{m}^2$                       ②  $70\text{m}^2$                       ③  $80\text{m}^2$   
 ④  $90\text{m}^2$                       ⑤  $100\text{m}^2$

**해설**

전체 직사각형의 가로를  $a$ , 세로를  $b$  라 하면  
 $2a + 5b = 60$   
 $a, b$ 는 양수이므로  
 $60 = 2a + 5b \geq 2\sqrt{2a \cdot 5b}$   
 양변을 제곱하면  $40ab \leq 60^2$   
 $\therefore ab \leq 90$   
 한편, 직사각형의 넓이는  $S = ab$ 이므로  
 $S = ab \leq 90$   
 따라서, 넓이의 최댓값은  $90(\text{m}^2)$

44. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$  일 때, 적어도 하나는 홀수를 원소로 갖는  $A$ 의 부분집합의 개수를 구하면?

- ① 48개    ② 44개    ③ 40개    ④ 35개    ⑤ 32개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

짝수만으로 이루어진 부분집합은  $\{2, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합 중 공집합을 제외한 것이므로 그 개수는  $2^4 - 1 = 15$ (개)이다.

$A$ 의 전체 부분집합의 개수는  $2^6 = 64$ (개)이고 그 중 공집합을 제외한 것은 63개이다.

적어도 하나는 홀수를 원소로 갖는 부분집합을 짝수만으로 이루어진 부분집합을 제외한 것이므로 구하는 개수는  $63 - 15 = 48$ (개)이다.

45. 세 집합  $A, B, C$  에 대해서  $A \subset B$  이고  $B \subset C$  의 포함 관계를 가질 때, 다음 중  $A = B = C$  가 되지 않는 경우를 모두 고른 것은?

보기

$A \subset C$

$A = C$

$C \subset A$

$A = B$

①   $\neg, \cup$

②   $\neg, \cap$

③   $\neg, \cup, \cap$

④   $\neg, \cap, \cap$

⑤   $\neg, \cup, \cap, \cap$

해설

①  $A \subset B$  이고  $B \subset C$  이므로,  $A = B = C$  가 아니어도 항상  $A \subset C$  이다.

②  $A = B \subset C$  일 때,  $C \subset B$  인지 알 수 없으므로  $A = B = C$  가 아니다.

46. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 7\text{미만의 자연수}\}$ ,  $B = \{2, 3, 7, 8\}$ 에 대하여  $(B - A) \cup X = X$ ,  $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답:          개

▷ 정답: 64개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{2, 3, 7, 8\}$$

$$(B - A) \cup X = X \text{이므로 } (B - A) \subset X,$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{이므로 } X \subset (A \cup B),$$

$$\{7, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\},$$

따라서, 집합  $X$ 는  $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 7, 8을 반드시

포함하는 집합이므로

$$2^{8-2} = 2^6 = 64(\text{개}) \text{이다.}$$

47. 실수 전체의 집합에서 함수  $f(x)$  가

$$f(x) = \begin{cases} 2-x & (x \text{는 유리수}) \\ x & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{로 정의될 때, } f(x) + f(2-x) \text{의 값}$$

은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$\text{함수 } f(x) = \begin{cases} 2-x & (x \text{는 유리수}) \\ x & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{에서}$$

(i)  $x$ 가 유리수일 때,  $2-x$ 도 유리수이므로

$$f(x) + f(2-x) = (2-x) + \{2 - (2-x)\} = 2$$

(ii)  $x$ 가 무리수일 때,  $2-x$ 도 무리수이므로

$$f(x) + f(2-x) = x + (2-x) = 2$$

(i), (ii)에서  $f(x) + f(2-x) = 2$

48. 모든 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x+y) = f(x) + f(y)$  를 만족하는  $f(x)$  가 있다.  $f(1) = 3$  일 때,  $f(-1)$ 의 값을 구하면?

- ㉠ -3      ㉡  $-\frac{1}{3}$       ㉢ 0      ㉣  $\frac{1}{3}$       ㉤ 3

해설

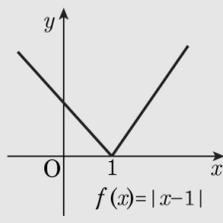
$f(x+y) = f(x) + f(y)$ 에서  
 $x = 0, y = 0$ 을 대입하면  
 $f(0+0) = f(0) + f(0), f(0) = 0$ 이다.  
 $x = 1, y = -1$ 을 대입하면  
 $f(0) = f(1+(-1)) = f(1) + f(-1) = 0$   
 $f(-1) = -f(1), f(1) = 3$ 이므로  
 $\therefore f(-1) = -3$

49. 함수  $f(x) = |x-1|$  에 대하여 방정식  $(f \circ f)(x) = \frac{1}{2}$  를 만족하는 모든  $x$ 의 합을 구하면?

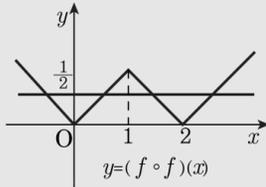
- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

**해설**

$y = f(x)$  의 그래프는 다음과 같으므로



$y = (f \circ f)(x)$  의 그래프는 다음과 같다.



$(f \circ f)(x) = \frac{1}{2}$  의 해는  $y = (f \circ f)(x)$  의 그래프와

$y = \frac{1}{2}$  의 그래프가 만나는 점의  $x$ 좌표이다.

$(f \circ f)(x) = \frac{1}{2}$  의 해는  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4$

50. 집합  $X = \{1, 2, 3\}$  에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$  가 일대일 대응이고,  $f \circ f = f$  를 만족하는 함수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

함수  $f : X \rightarrow X$  가 일대일 대응이 되는 경우는 6 가지이고 이 중에서  $f \circ f = f$  즉  $f = I$  (항등함수)를 만족하는 것은 하나 뿐이다.

