

1. 다음 중 틀린 것은?

① $\{1, 2\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

② $\{0, 2, 4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$

③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3, 4\}$

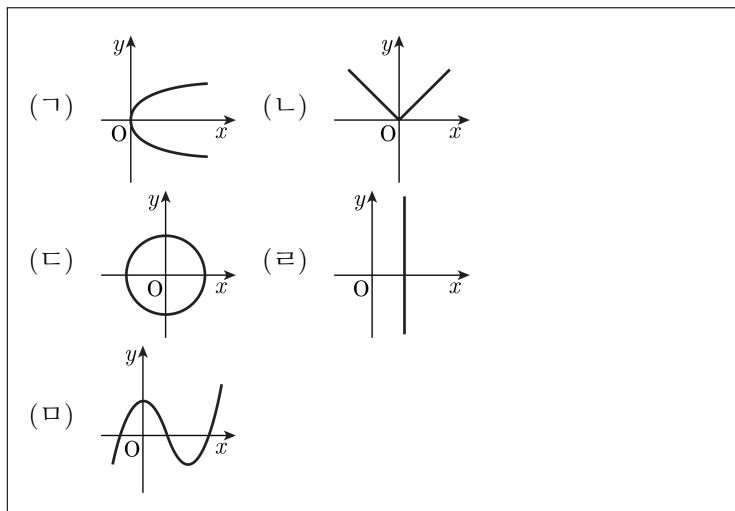
④ $\{1, 3, 6\} \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $\{1, 3, 7\} \not\subset \{0, 1, 3, 5\}$

해설

② $\{0, 2, 4\}$ 가 $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합이 아니므로 $\{0, 2, 4\} \not\subset \{2, 4, 6, 8\}$

2. 다음의 곡선 중 $f: x \rightarrow y$ 인 함수의 그래프가 되는 것을 모두 고르면?



① (ㄴ), (ㄷ)

② (ㄴ), (ㄹ)

③ (ㄴ), (ㅁ)

④ (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

⑤ (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

해설

(ㄱ) $x > 0$ 인 x 에 대하여 y 가 두 개씩 대응하므로 함수의 그래프가 아니다.

(ㄴ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수의 그래프가 된다.

(ㄷ) 정의역 안에 있는 x 에 대하여 y 가 하나 또는 두 개씩 대응하므로 함수가 아니다.

(ㄹ) 어떤 x 에 대해서는 무수히 많은 y 가 대응하므로 함수가 아니다.

(ㅁ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수가 된다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = 6$

② $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 5\sqrt{3}$

④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = -7\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{18} - \sqrt{45} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{(-3)^2}$
 $= 2 \times \{ -(-3) \} = 6$

② $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{6}{3}} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{3}$

④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = 3 \times 2 - 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 \times 2$
 $= -7\sqrt{2}$

⑤ (좌변) $= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) + (\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}) = 0$

4. $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 + (x-y)^2$ 의 값은?

① $2\sqrt{6}$

② $-2\sqrt{6}$

③ $5 + 2\sqrt{6}$

④ $5 - 2\sqrt{6}$

⑤ $10 - 2\sqrt{6}$

해설

$$x + y = \sqrt{5}, \quad x - y = -\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore (x+y)^2 + (x-y)^2 = 5 + (5 - 2\sqrt{6})$$

$$= 10 - 2\sqrt{6}$$

5. 등식 $a(1 + 3\sqrt{2}) + b(2 - \sqrt{2}) = -4 + 9\sqrt{2}$ 를 만족하는 유리수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = -3$

② $a = 1, b = -2$

③ $a = 2, b = -3$

④ $a = -2, b = -1$

⑤ $a = -2, b = 3$

해설

$(a + 2b) + (3a - b)\sqrt{2} = -4 + 9\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = -4 \\ 3a - b = 9 \end{cases} \quad \text{를 연립하면,}$$

$$\therefore a = 2, b = -3$$

6. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2, 3\}\}$ 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\emptyset \in A$

㉡ $\{1, 2\} \subset A$

㉢ $\{1, 2, 3\} \subset A$

㉣ $\{\emptyset\} \subset A$

㉤ $2 \in A$

㉥ $\{1\} \in A$

① ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

② ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉢ $\{1, 2, 3\} \in A$ 또는 $\{\{1, 2, 3\}\} \subset A$

㉥ $\{1\} \subset A$

7. 다음 중 두 집합이 서로 같지 않은 것은?

① $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, a\}$

② $C = \{5, 10, 15, \dots\}, D = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

③ $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, F = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$

④ $G = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}, H = \{x|x \text{는 } 9 \text{ 이하의 홀수}\}$

⑤ $I = \{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}, J = \{x|x \text{는 } 2 \text{보다 작은 짝수}\}$

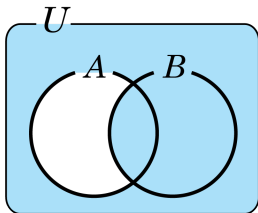
해설

③ $F = \{2, 4, 6, 8\}$

④ $G = \{1, 3, 5, 7, 9\}, H = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑤ $I = J = \emptyset$

8. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



① $A^c \cap B^c$

② $(A \cap B)^c$

③ $B \cup A^c$

④ $A^c \cap B^c$

⑤ $B^c - A$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ③ $B \cup A^c$ 이다.

9. 명제 ‘모든 학생들은 수학을 좋아한다.’의 부정으로 옳은 것은?

① 모든 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.

② 모든 학생들은 영어를 좋아한다.

③ 어떤 학생들은 수학을 좋아한다.

④ 어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.

⑤ 어떤 학생들은 영어를 좋아한다.

해설

‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 주어진 명제의 부정은 ‘어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.’이다.

10. 다음 다섯 개의 명제 중 참인 명제의 개수는? (단, a, b, c 는 실수)

㉠ $|a| + |b| = 0 \leftrightarrow ab = 0$

㉡ $a < b$ 이면 $ac < bc$ 이다.

㉢ $a < b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다.

㉣ $a + b\sqrt{3} = 0$ 이면 $a = 0$ 그리고 $b = 0$

㉤ $a < b$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

- ① 없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $|a| + |b| = 0 \leftrightarrow a = b = 0 \leftrightarrow ab = 0$

㉡ $c \leq 0$ 인 경우 성립하지 않는다.

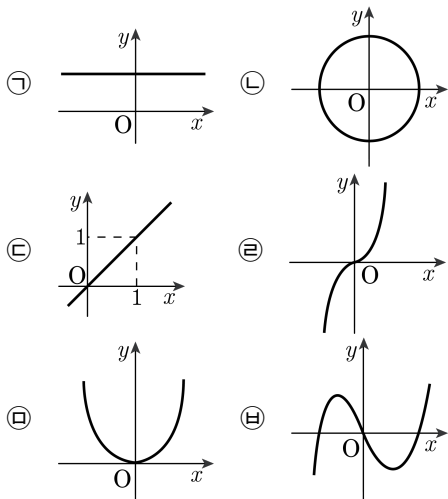
㉢ 반례 : $a = -1, b = 0$

㉣ 반례 : $a = \sqrt{3}, b = -1$ (a, b 가 유리수일 때 명제가 성립한다.)

㉤ 반례 : $a = -1, b = 1$ (a, b 가 같은 부호일 때 성립한다.)

11. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

보기



- ① 상수함수는 ㉠ 과 ㉢ 이다.
 ② 일대일 대응은 ㉢ 과 ㉤ 이다.
 ③ 항등함수는 ㉤ 이다.
 ④ 함수의 그래프가 아닌 것은 ㉡ 뿐이다.
 ⑤ ㉠ 과 ㉢ 의 치역은 같다.

해설

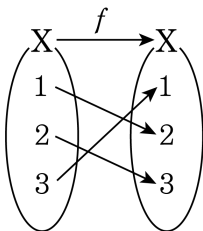
함수의 그래프는 y 축에 평행한 직선을 그을 때, 교점이 오직 하나인 그래프이므로 ㉠, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥ 이다.

일대일 대응인 그래프는 함수의 그래프 중 x 축에 평행한 직선을 그을 때 교점이 하나인 그래프이므로 ㉣, ㉥ 이다.

상수함수는 X 의 모든 원소가 Y 의 한 원소에만 대응되는 함수이므로 ㉠ 이다.

항등함수는 X 의 모든 원소가 자기 자신에 대응되는 함수이므로 ㉤ 이다. 따라서 옳은 것은 ④ 이다.

12. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 다음과 같이 정의한다.



$f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)라 할 때, $f^{100}(1) - f^{200}(3)$ 의 값은?

① -2

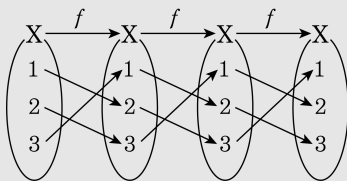
② 2

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설



위 그림과 같이 대응관계를 이용하여 합성함수의 값을 구하면

$$f^3(1) = f(f(f(1))) = f(f(2)) = f(3) = 1$$

같은 방법으로 $f^3(2) = 2, f^3(3) = 3$ 이다.

$\therefore f^3(x) = x$ 이므로

$$f^{100}(x) = (f^{3 \cdot 33} \circ f)(x) = f(x),$$

$$f^{200}(x) = (f^{3 \cdot 66} \circ f^2)(x) = f^2(x)$$

$$\therefore f^{100}(1) = f(1) = 2, f^{200}(3) = f^2(3) = f(f(3)) = f(1) = 2$$

$$\therefore f^{100}(1) - f^{200}(3) = 2 - 2 = 0$$

13. $x \neq 3, x \neq 5$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{3x-19}{x^2-8x+15} = \frac{a}{x-3} - \frac{b}{x-5}$ 가 항상 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

① -2

② 3

③ 7

④ 10

⑤ 15

해설

우변을 정리하여 좌변의 계수와 비교한다.

$$\begin{aligned}\frac{a}{x-3} - \frac{b}{x-5} &= \frac{a(x-5) - b(x-3)}{(x-3)(x-5)} \\ &= \frac{a(x-5) - b(x-3)}{x^2 - 8x + 15}\end{aligned}$$

$$3x - 19 = (a - b)x + (-5a + 3b)$$

$$\begin{cases} a - b = 3 \\ 5a - 3b = 19 \end{cases} \Rightarrow a = 5, b = 2$$

$$\therefore a + b = 7$$

14. 어떤 시험에서 수험생의 남녀 학생의 비는 3 : 2 이고 합격자의 남녀학생의 비는 6 : 5, 불합격자의 남녀 학생의 비는 12 : 7 이었다. 남학생의 합격률은 ?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{1}{6}$

⑤ $\frac{1}{7}$

해설

	수험자	합격자	불합격자
남학생	$3k$	$6m$	$12n$
여학생	$2k$	$5m$	$7n$

$$3k = 6m + 12n \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2k = 5m + 7n \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 7 - \textcircled{㉡} \times 12 \text{ 에서 } -3k = -18m$$

$$\therefore \frac{m}{k} = \frac{1}{6}$$

$$(\text{남학생의 합격률}) = \frac{6m}{3k} = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

15. 무리식 $\sqrt{2-x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정할 때, 정수 x 의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

해설

$$2 - x \geq 0, x + 3 > 0$$

$\therefore -3 < x \leq 2$ 이므로 정수의 개수는 5개

16. $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 을 계산하면?

① $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$

② $4 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} - 5$

④ $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3})$

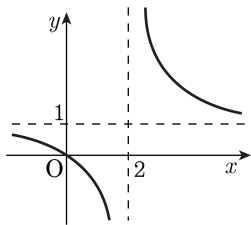
⑤ $\frac{1}{3}(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{2})$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{2\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

17.

함수 $y = \frac{ax-b}{-2x+c}$ 의 그래프가 다음 그림과
 같을 때 $a+b+c$ 의 값을 구하면?
 (단, a, b, c 는 상수)



- ① 2 ② 1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}
 \text{분수함수 } y &= \frac{ax-b}{-2x+c} \\
 &= \frac{ax-b}{-2\left(x-\frac{c}{2}\right)} \\
 &= \frac{\frac{ac}{2}-b}{-2\left(x-\frac{c}{2}\right)} - \frac{a}{2} \text{의 점근선의}
 \end{aligned}$$

방정식은 $x = \frac{c}{2}, y = -\frac{a}{2}$ 이므로

$$\frac{c}{2} = 2, -\frac{a}{2} = 1$$

$$\text{즉, } c = 4, a = -2 \text{ 이므로 } y = \frac{-2x-b}{-2x+4}$$

또한, 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{-b}{4} \therefore b = 0$$

$$\therefore a+b+c = 2$$

18. $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=a$ 이다. a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ -1

⑤ -2

해설

$$y = \frac{3(x-1) + 2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

따라서 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로

$$a = 3$$

19. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동하면 점(1, 3)을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼
평행 이동한 함수의 그래프의 식은

$$y = \sqrt{a(x-2)}$$

이것을 다시 y 축에 대하여 대칭이동한 함수의
그래프의 식은 $y = \sqrt{a(-x-2)}$

이 때, 이 그래프가 점(1, 3)을 지나므로

$$3 = \sqrt{-3a}, -3a = 9$$

$$\therefore a = -3$$

20. $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 의 값은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때,

$$xy = 4 - 3 = 1, \quad x + y = 4$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{14}{1} = 14$$

$$(\because x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy)$$