

1. 다음은 유리식과 무리식의 정의이다.

유리식: 두 다항식 A, B($B \neq 0$)에 대하여, $\frac{A}{B}$ 와같이 분수의 꼴로 나타내어지는식, 특히 B가 상수인 유리식 $\frac{A}{B}$ 는 다항식이므로 다항식도 유리식이다. 한편, 유리식 중에서 다항식이 아닌 유리식을 분수식이라고 한다.
무리식: 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식으로 유리식으로 나타낼 수 없는 식

주어진 식에 대한 설명으로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

- ① $\frac{x^2+5}{3x+2}$ -다항식

② $\sqrt{2}x+3$ -유리식
- ③ $\frac{x^2-1}{3}$ -분수식

④ $\sqrt{x^2-1}$ -유리식
- ⑤ $2x+\sqrt{x^2+5}$ -다항식

해설

① 분수식 ③유리식 ④무리식 ④무리식

2. 다음 중 $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $\sqrt{26}$

② $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

③ 7

④ $5\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{13}$

해설

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

3. $a > 0$, $x = a - \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4} - x$ 를 a 로 나타내면?

- ① $\frac{2}{a}$ ② $-\frac{2}{a}$ ③ a ④ $2a$ ⑤ $-2a$

해설

$$\sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4} = \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2}$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $\sqrt{x^2 + 4} = a + \frac{1}{a}$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4} - x = \left(a + \frac{1}{a}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$$

4. $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 의 값은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$x = 2 + \sqrt{3}, y = 2 - \sqrt{3} \text{ 일 때,}$$

$$xy = 4 - 3 = 1, x + y = 4$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{14}{1} = 14$$

$$(\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy)$$

5. 유리수 x, y 가 $(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y)=8$ 을 만족할 때, x^2+y^2 의 값은?

- ① 20 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

$(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y)=8$ 을 전개하여 정리하면

$$(4x+4y-8)-(xy+8)\sqrt{2}=0$$

$$\therefore 4x+4y-8=0 \Rightarrow x+y=2$$

$$\therefore xy+8=0 \Rightarrow xy=-8$$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=2^2-2\times(-8)=20$$

6. <보기> 집합 사이의 포함 관계 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \subset A$
- ㉡ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \neq C$
- ㉢ $A \not\subset B, B \subset C$ 이면 $A \not\subset C$
- ㉣ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
- ㉤ $A \subset B, B \subset C, C \not\subset D$ 이면 $A \not\subset D$

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 부분집합의 정의로부터 $A \subset A$ 는 옳다. (참)
㉡ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \neq C$ 인지 알아보면 다음 [그림1] 에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

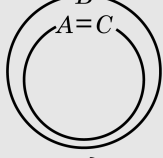


그림 1

- ㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$ 이고 $B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 [그림2] 에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

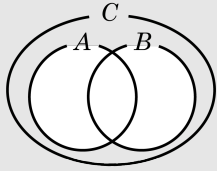


그림 2

- ㉣ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$
이때, $C \subset A$ 이므로 $A = C \dots \text{㉠}$
또한, $B \subset C, C \subset A$ 이면 $B \subset A$
이때, $A \subset B$ 이므로 $A = B \dots \text{㉡}$
㉠, ㉡로부터 $A = B = C$
따라서 $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다. (참)
㉤ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B, B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그리고, $C \not\subset D$ 이도록 D 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset D$ 인지 알아보면 다음 [그림3] 에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

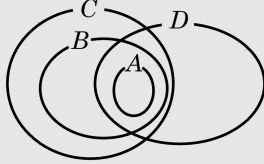


그림 3

7. 두 집합 A, B 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

$\neg (A \cap B) \subset B$	$\supset A \cap \emptyset = A$
$\supset (A \cup B) \subset B$	$\supset B \cup \emptyset = B$

- ①

$\neg, \supset$
- ②

$\supset, \supset$
- ③

$\supset, \supset$
- ④

$\neg, \supset, \supset$
- ⑤

$\neg, \supset, \supset$

해설

$\supset A \cap \emptyset = \emptyset$
 $\supset B \subset (A \cup B)$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 13, n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 는?

① 10

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 13 - 5 = 18$ 이므로

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 18 - 5 = 13$ 이다.

9. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = ax + c$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 무엇인가?

① $a = 1$ 또는 $b = c$

② $a = 1$

③ $b = c$

④ $a = 0$ 또는 $b = c$

⑤ $a = 0$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + c) \\ &= a(ax + c) + b \\ &= a^2x + ac + b\end{aligned}$$

$$\text{마찬가지로 } (g \circ f)(x) = a^2x + ab + c$$

$$\therefore ac + b = ab + c$$

$$\text{즉, } (a - 1)(b - c) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } b = c$$

10. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 일대일대응인 세 함수 f, g, h 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가? (단, I 는 항등함수)

보기

- ㉠ $f \circ g = g \circ f$
- ㉡ $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
- ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1}$
- ㉤ $f \circ g = I$ 이면 $g = f^{-1}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉤
- ③ ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉤
- ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 일반적으로 함수의 합성에서 교환법칙은 성립하지 않는다.
 $\therefore$ 옳지 않다.
- ㉡ 함수의 합성에서 결합법칙은 성립한다.
 $\therefore$ 옳다.
- ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1}$
 $= ((f \circ g) \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1}$
 $= h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}$
 $\therefore$ 옳지 않다.
- ㉤ $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$ 이므로
 $f \circ g = I$ 에서 $f^{-1} \circ f \circ g = f^{-1} \circ I = f^{-1}$
 $\therefore g = f^{-1} \therefore$ 옳다.

11. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} =$
 $\frac{(\quad)}{x(x+4)}$ 를 성립시키는 () 속에 들어갈 알맞은 수는?
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) \text{ 이므로}$$
$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4-x}{x(x+4)} \\ &= \frac{4}{x(x+4)} \end{aligned}$$

12. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x : y = 4 : 3$$

$$3x = 4y$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

13. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

14. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$ ㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$ ㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

㉠ $y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

15. 두 집합 $A = \{2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 이고 $X \neq A, X \neq B$ 를 동시에 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 8개 ② 10개 ③ 12개 ④ 14개 ⑤ 16개

해설

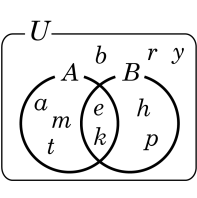
집합 X 는 $A \subset X, X \subset B$ 에서 $\{2, 4\}$ 는 무조건 포함하므로, 그것을 제외한 $\{6, 8, 10, 12\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$$\therefore 2^4 = 16$$

여기서 $X = A, X = B$ 인 경우를 뺀다

$$\therefore 16 - 2 = 14(\text{개})$$

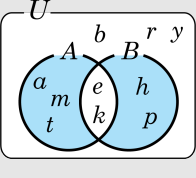
16. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $A - B = \{a, t, m\}$
- ② $B - A = \{h, p\}$
- ③ $(A - B)^c = \{b, e, h, k, p, r, y\}$
- ④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, e, h, m, p, t\}$
- ⑤ $A - B^c = \{e, k\}$

해설

④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, h, m, p, t\}$



17. $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건으로
알맞은 것은?

- ① $A \cap B^c = \emptyset$ ② $B \cap A^c = \emptyset$ ③ $A = B$
④ $A \cap B = \emptyset$ ⑤ $A \cup B = A$

해설

$\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B$
 $= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B$
 $= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B$
 $= A \cap B = A$
 $\therefore A \subset B$ 이므로 $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A \subset B$ 이므로 필요충분조건은
①이다.

18. 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단, $a \neq b$)

① $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$

② $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$

③ $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{2ab}{a+b}$

④ $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab} \leq \frac{2ab}{a+b}$

⑤ $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$

해설

$a > 0, b > 0$ 일 때, 산술·기하·조화·평균의 관계에서

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b} \quad (\text{등호는 } a=b \text{ 일 때 성립})$$

그런데 문제의 조건에서 $a \neq b$ 이므로

$$\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$$

19. $A = \{(x, y) \mid 0 \leq y < \sqrt{1-x^2}\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x+y > k\}$ 에서 $A \cap B = A$ 가 되게 하는 k 의 범위를 구하면?

① $k \leq -2$

② $k < -2$

③ $k > -2$

④ $k \geq -2$

⑤ $k \neq -2$

해설

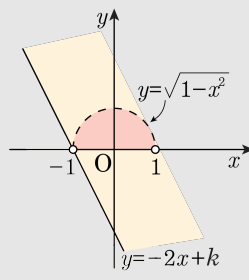
$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$ 이므로

그림을 그려 부등식의 영역으로 표시하면

집합 B 에서 $y > -2x + k$ 이므로

점 $(-1, 0)$ 를 지날 때, $k = -2$ 이다.

따라서, $A \subset B$ 이려면 $k \leq -2$



20. 무리수 $\sqrt{k}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a^3 + b^3 = 9ab$ 을 만족하는 양의 정수 k 를 구하면?

① 6 ② 4 ③ 2 ④ 1 ⑤ 11

해설

$\sqrt{k} = a + b \quad \therefore b = \sqrt{k} - a$
 $a^3 + b^3 = 9ab, \quad a^3 + (\sqrt{k} - a)^3 = 9a(\sqrt{k} - a)$
 $\therefore 3a(3a - k) + \sqrt{k}(3a^2 - 9a + k) = 0$
 a, k 가 정수이므로
 $3a(3a - k) = 0, \quad 3a^2 - 9a + k = 0$
연립하여 풀면
 $\therefore a = 2, \quad k = 6$

21. $x = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - 6x + 10$ 의 값을 구하면?

① -2

② 0

③ $2\sqrt{2}$

④ 3

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$x = \sqrt{11 + 2\sqrt{18}} = 3 + \sqrt{2}$
 $x - 3 = \sqrt{2}$, 양변을 제곱하면
 $x^2 - 6x + 9 = 2$, 양변에 1을 더하면
 $\therefore x^2 - 6x + 10 = 3$