

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(A \cup B) = 16$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(B)$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B)$$

$$= 16 - 12 + 5 = 9$$

$$\therefore n(B) = 9$$

2. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 A^c 은?

① $\{3, 5, 6, 7\}$

② $\{2, 4, 6, 8\}$

③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

④ $\{1, 2, 4, 8, 9\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A^c = U - A = \{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30, n(B) = 23, n(A \cap B) = 11$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 가 알맞게 짝지어진 것은?

① $n(A - B) = 18, n(B - A) = 12$

② $n(A - B) = 12, n(B - A) = 18$

③ $n(A - B) = 19, n(B - A) = 12$

④ $n(A - B) = 11, n(B - A) = 19$

⑤ $n(A - B) = 19, n(B - A) = 11$

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30 - 11 = 19$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 23 - 11 = 12$$

4. 다음 명제 중에서 그 부정이 참인 것을 모두 고르면?

- ① $2 < \sqrt{6} \leq 3$ ② 2는 소수가 아니다.
③ $2 > 3$ 또는 $3 \leq 5$ ④ $2 \leq \sqrt{3} < 3$
⑤ 24는 4와 6의 공배수이다.

해설

거짓인 명제의 부정은 참이므로 거짓인 명제를 찾으면 된다. ①, ③, ⑤는 참인 명제이고, 2는 소수이고 $\sqrt{3} = 1.7\dots$ 이므로 ②, ④는 거짓인 명제이다.

5. 명제「내일 소풍가지 않으면, 비가 온다.」의 대우는?

- ① 내일 소풍가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

해설

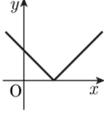
명제 ' $p \rightarrow q$ '의 대우는 ' $\sim q \rightarrow \sim p$ '이다.

p : 소풍가지 않는다. q : 비가 온다.

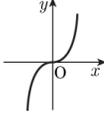
따라서 $\sim q \rightarrow \sim p$: 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.(여기에서 '내일'은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

6. 다음 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 중 역함수가 존재하는 것은?

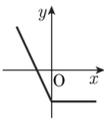
①



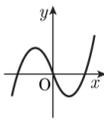
②



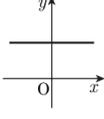
③



④



⑤



해설

①, ③, ④, ⑤ 는 일대일 대응이 아니므로 역함수가 존재하지 않는다.

7. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?

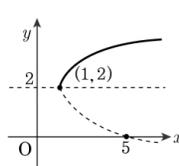
① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$



해설

$y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를
 x 축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한
그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ ($a > 0$) 꼴이다.
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이 (1, 2)이고 변역은 $x \geq 1, y \geq 2$ 이므로
 $x = a(y-2)^2 + 1$
점 (5, 0)을 지나므로
 $5 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = 1$
 $x = (y-2)^2 + 1 \rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$

8. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A = \{5\}$ 일 때, $n(A) = 5$
- ② $n(\{\emptyset\}) = 0$
- ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 4$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 1$

해설

- ① $n(A) = 1$
- ② $n(\{\emptyset\}) = 1$
- ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 3$
- ④ $A = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 3 - 2 = 1$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대해서 $B \subset A$ 일 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

① $A \cup B = A$ ② $A \cap B = B$ ③ $B - A = \emptyset$

④ $A^c \subset B^c$ ⑤ $A^c \cup B = U$

해설

$$B \subset A \Rightarrow A \cap B = B$$

$$\Rightarrow A \cup B = A$$

$$\Rightarrow B - A = \emptyset$$

$$\Rightarrow A^c \subset B^c$$

$$\Rightarrow B^c \cup A = U$$

10. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 에 대하여 xy 의 최솟값은?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \quad \frac{1}{4} \geq \sqrt{\frac{1}{xy}}$$

$$\therefore \frac{1}{16} \geq \frac{1}{xy}$$

따라서 $xy \geq 16$ 이므로 xy 의 최솟값은 16

11. 다음 함수 중 좌표평면에서 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은 무엇인가?

① $y = |x|$

② $y = x^2$

③ $y = \sqrt{x}$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x}$

해설

각 함수의 그래프를 그려보거나, 정의역, 치역 관계를 조사해 보면 쉽게 알 수 있다. x, y 전체 실수 구간에서 그래프가 그려지는 함수는 $y = x^3$ 뿐이다.

12. 두 함수 $f(x) = -x + a$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 4$ 일 때, ab 의 값은 얼마인가?

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + b) \\ &= -(ax + b) + a = -ax + a - b \text{ 이므로 } -ax + a - b = 2x - 4 \\ \text{그런데, 이것은 } x \text{ 에 대한 항등식이므로} \\ a &= -2, b = 2 \\ \therefore ab &= -4\end{aligned}$$

13. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 3$ 일 때, 합성함수 $g \circ f$ 의 역함수 $(g \circ f)^{-1}(x)$ 를 구하면 무엇인가?

- ① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
④ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 1$

해설

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x + 2) \\ = 2(x + 2) - 3 = 2x + 1$$

합성함수 $g \circ f$ 는 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y = 2x + 1$ 로 놓고 x 에 대하여 풀면

$$x = \frac{y}{2} - \frac{1}{2} \text{ 이 된다.}$$

따라서, $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ 이다.

14. 다음 무리식의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정하면?

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$$

- ① $-2 \leq x \leq 1$ ② $0 \leq x \leq 1$ ③ $1 < x < 2$
④ $-1 \leq x \leq 2$ ⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

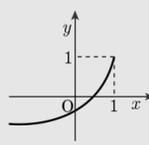
$$\begin{aligned}x+1 &\geq 0 \quad \therefore x \geq -1 \\2-x &\geq 0 \quad \therefore x \leq 2 \\x-1 &\geq 0 \quad \therefore x \geq 1 \\ \text{공통부분을 구하면 } &1 \leq x \leq 2\end{aligned}$$

15. 다음중 함수 $y = -\sqrt{-2x+2}+1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = -\sqrt{-2(x-1)}+1$ 의 그래프는
 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 원점에 대하여
대칭이동한
다음 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는
제 2 사분면을 지나지 않는다.



16. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개)

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$
- ② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$
- ③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
- ④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$
- ⑤ $n(A) = 0$, $n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 집합 A 의 원소가 \emptyset 이므로, $n(A) = 1$ 이다.
- ③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.
- ⑤ $A = \emptyset$ 이므로, 집합 A 의 부분집합은 \emptyset 하나 밖에 없다.

17. 다음 중 조건 p 가 조건 q 의 필요조건인 것은 ? (단, x, y, z 는 모두 실수)

① $p : x > 0, y > 0, \quad q : x + y > 0, xy > 0$

② $p : x < 1, \quad q : 0 < x < 1$

③ $p : x < 0, \quad q : x + |x| = 0$

④ $p : x > y, \quad q : xz > yz$

⑤ $p : x \geq 1$ 이고 $y \geq 1, \quad q : x + y \geq 2$

해설

① $p \rightarrow q, q \rightarrow p$

② $p \not\rightarrow q, q \rightarrow p$ (반례 : $x = -1$)

③ $p \rightarrow q, q \not\rightarrow p$ (반례 : $x = 0$)

④ $z > 0$ 일 때, $z > 0$ 일 때, $p \rightarrow q, q \rightarrow p$ $z \leq 0$ 일 때, $p \not\rightarrow q, q \not\rightarrow p$

⑤ $p \rightarrow q, q \not\rightarrow p$

18. 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{-x-1}{x-1} \quad \textcircled{\text{㉡}} y = \frac{x}{x-1} \quad \textcircled{\text{㉢}} y = \frac{-2x-1}{x+1}$$

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α 만큼,
 y 축으로 β 만큼 평행이동시키면

$$y = \frac{1}{x-\alpha} + \beta \text{ 꼴이 된다.}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{-2x-1}{x+1} = \frac{-2(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 2$$

따라서, 구하는 함수는 ㉡, ㉢이다.

19. 어느 반 학생들 중 형이 있는 학생은 25 명, 동생이 있는 학생은 18 명, 형과 동생이 모두 있는 학생은 14 명, 형과 동생이 모두 없는 학생은 2 명이다. 형이 없거나 동생이 있는 학생은 몇 명인가?

- ① 18명 ② 19명 ③ 20명 ④ 21명 ⑤ 22명

해설

$n(A) = 25, n(B) = 18, n(A \cap B) = 14, n((A \cup B)^c) = 2$ 이다.
 $n(A^c \cup B) = n(B) + n((A \cup B)^c) = 18 + 2 = 20$ 이다.

20. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x + \frac{1}{y} = 1, y + \frac{1}{z} = 1$ 이 성립할 때, xyz 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$x + \frac{1}{y} = 1 \cdots \text{①}, y + \frac{1}{z} = 1 \cdots \text{②}$$

$$\text{①에서 } \frac{1}{y} = 1 - x, y = \frac{1}{1 - x}$$

이것을 ②에 대입하면

$$\frac{1}{1 - x} + \frac{1}{z} = 1, z = -\frac{1 - x}{x}$$

$$\therefore xyz = x \cdot \frac{1}{1 - x} \cdot \left(-\frac{1 - x}{x}\right) = -1$$

21. x, y 가 유리수일 때, $[x, y] = \sqrt{2}x + y$ 로 정의하자. 유리수 a, b 가 $[2a, 2b] + 1 = [b, a] - 2$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$[2a, 2b] + 1 = \sqrt{2}(2a) + 2b + 1$$

$$[b, a] - 2 = \sqrt{2}b + a - 2$$

$$\therefore (2b + 1) + 2a\sqrt{2} = (a - 2) + b\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} 2b + 1 = a - 2 \\ 2a = b \end{cases} \text{에서}$$

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a + b = -1 - 2 = -3$$