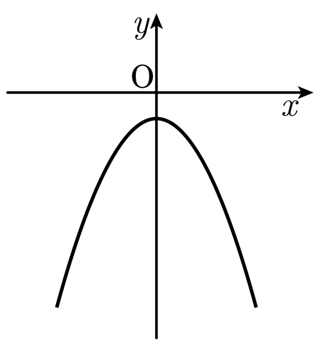
1. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ 의 y의 값의 범위는?

① $y \geq 2$　② $y \leq 2$　③ $y \geq -8$
④ $y \leq -8$　⑤ $y \geq 0$

해설
실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.

2. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, q 의 부호가 옳은 것은?



① $a > 0$, $q > 0$ ② $a > 0$, $q < 0$ ③ $a < 0$, $q > 0$
④ $a < 0$, $q < 0$ ⑤ 알 수 없다.

해설
꼭짓점의 좌표는 $(0,\ q)$ 이다. q 는 음수,
위로 볼록이기 때문에 a 는 음수이다.

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 식은?

① $y = -(x-2)^2$ ② $y = -2x^2$ ③ $y = 2x^2$
④ $y = -x^2 + 2$ ⑤ $y = x^2 - 2$

해설

$y = x^2 - 2$

4. x 가 2 보다 큰 수일 때, 삼각형의 세 변의 길이가 $6, x+3, x+5$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값으로 알맞은 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+5$ 가 빗변의 길이이므로
$(x+5)^2 = (x+3)^2 + 36$
$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 6x + 45$
$4x = 20$
$\therefore x = 5$

5. 다음 중 삼각형의 세 변의 길이가 보기와 같을 때 직각삼각형이 될 수 없는 것은 몇 개인가?

보기

㉠ 6, 8, 10　　㉡ $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$

㉢ 5, 12, 13　　㉣ 11, 12, 13

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

㉡ $\sqrt{6}^2 \neq \sqrt{5}^2 + \sqrt{2}^2$

㉣ $13^2 \neq 11^2 + 12^2$

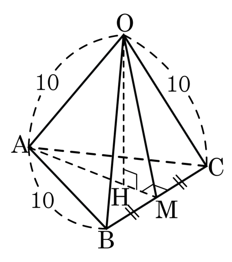
6. 각 변의 길이가 4, 10, a 인 직각삼각형이 있다. 가장 긴 변의 길이를 10 이라고 할 때의 a 값과 가장 긴 변의 길이를 a 이라고 할 때, a 의 값으로 옳게 짝지은 것은?

① $2\sqrt{19}$, $2\sqrt{21}$　② $2\sqrt{13}$, $2\sqrt{23}$　③ $2\sqrt{11}$, $2\sqrt{17}$
④ $2\sqrt{21}$, $2\sqrt{29}$　⑤ $2\sqrt{15}, 2\sqrt{26}$

해설

i) $10^2 = 4^2 + a^2, a^2 = 84$, $a > 0$이므로
$a = 2\sqrt{21}$
ii) $a^2 = 4^2 + 116, a^2 = 116$, $a > 0$이므로
$a = \sqrt{116} = 2\sqrt{29}$

7. 다음은 한 변의 길이가 10 인 정사면체를 그린 것이다. 높이와 부피를 각각 구하면?



① $h = \frac{7\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$

② $h = \frac{8\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$

③ $h = \frac{8\sqrt{6}}{3}, V = \frac{250\sqrt{2}}{3}$

④ $h = \frac{10\sqrt{6}}{3}, V = \frac{250\sqrt{2}}{3}$

⑤ $h = \frac{11\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$

해설

높이를 h, 부피를 V라 하면

$$h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 10 = \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 10^3 = \frac{250\sqrt{2}}{3}$$

8. 한 모서리의 길이가 $18\,\mathrm{cm}$ 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.

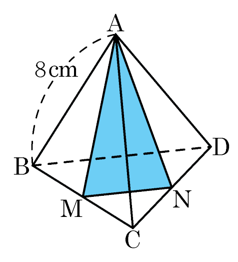
① 높이 : $6\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, 부피 : $486\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$
② 높이 : $6\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, 부피 : $586\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$
③ 높이 : $8\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, 부피 : $486\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$
④ 높이 : $8\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, 부피 : $586\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$
⑤ 높이 : $8\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, 부피 : $686\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$

해설

정사면체의 높이 : $\frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 18 = 6\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (18)^3 = 486\sqrt{2}(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

9. 다음 정사면체에서 M, N은 각각 $\overline{\mathrm{BC}}, \overline{\mathrm{DC}}$의 중점이다. 정사면체의 한 모서리의 길이가 8cm일 때, $\triangle$AMN 의 넓이를 구하면?



① $4\sqrt{11}\mathrm{cm}^2$　② $4\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$　③ $4\mathrm{cm}^2$
④ $8\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$　⑤ $16\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = 4\sqrt{3} = \overline{\mathrm{AN}}$
$\overline{\mathrm{MN}} = 4$
($\triangle$AMN의 높이)
$= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$
$\therefore \triangle \mathrm{AMN} = 4 \times 2\sqrt{11} \times \dfrac{1}{2} = 4\sqrt{11}(\mathrm{cm}^2)$

10. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $2a$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 2(x-3+3)^2 + 1 + a$
$= 2x^2 + 1 + a$
따라서 y 절편이 $1 + a = 2a$ 이므로 $a = 1$ 이다.

11. 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은?

① $y=-2x^2+12x-18$ ② $y=12x^2-6x+9$
③ $y=2x^2+12x-18$ ④ $y=x^2-3x+1$
⑤ $y=-2x^2-x-18$

해설

$y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면
$y=-2(x-3)^2$
이 식을 전개하면,
$\therefore y=-2x^2+12x-18$

12. 이차함수 $y = 2(x+4)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 + 8x + 5$
② $y = -2x^2 - 4x - 11$
③ $y = x^2 + 4x + 1$
④ $y = 2x^2 - 8x + 5$
⑤ $y = 2x^2 - 8x + 3$

해설

$y = 2(x+4-2)^2 + 2 - 5$
$y = 2(x+2)^2 - 3$
$\therefore y = 2x^2 + 8x + 5$

13. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 두 점에서 만나는 것은?

① $y = 2x^2 + 3$ ② $y = -2x^2 - 3$

③ $y = x^2 - 2x + 1$ ④ $y = -x^2 + 4x$

⑤ $y = -x^2 + 6x - 10$

해설

$y = -(x^2 - 4x + 4) + 4$
$= -(x - 2)^2 + 4$

꼭짓점이 1 사분면에 있고 위로 볼록하므로 x 축과 두 점에서 만난다.

14. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 두 점에서 만나는 것은?

① $y = -2x^2 - 3$ ② $y = 2x^2 + 3$
③ $y = -x^2 + 2x - 1$ ④ $y = x^2 - 4x$
⑤ $y = x^2 - 6x + 10$

해설
$y = (x^2 - 4x + 4) - 4$
$= (x - 2)^2 - 4$
꼭짓점이 제 4 사분면에 있고 아래로 볼록하므로 x 축과 두 점에서 만난다.

15. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2$ 의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표는?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

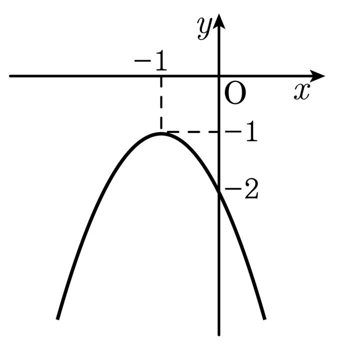
해설

$y=-\frac{1}{3}(x+3)$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$0=-\frac{1}{3}(x+3)^2$

$\therefore x=-3$

16. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?



① $y = -(x+1)^2 - 1$　② $y = -(x-1)^2 - 1$
③ $y = -2(x+1)^2 - 2$　④ $y = -2(x-1)^2 - 1$
⑤ $y = -2(x+1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -1)$ 이고, 지나는 점은 $(0,\ -2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 - 1$ 에서 지나는 점 $(0,\ -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0+1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.
따라서 $y = -(x+1)^2 - 1$ 이 된다.

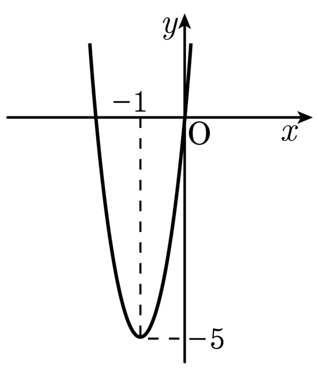
17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 2)$ 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a , b , c 는 상수이다.)

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 4　　⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1, 2)$ 이므로 주어진 식은
$y = a(x-1)^2 + 2$
y 절편이 3 이므로 $(0,\ 3)$ 을 대입하면
$3 = a + 2$
$\therefore a = 1$
따라서 구하는 식은 $y = (x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$
$\therefore\ b = -2, c = 3$
$\therefore a + b + c = 2$

18. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -5)$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

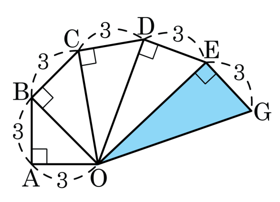


① $y=-x^2+2x$ ② $y=-2x^2+4x$ ③ $y=-2x^2-4x$
④ $y=4x^2+4x$ ⑤ $y=5x^2+10x$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -5)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2-5$ 로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0,\ 0)$을 지나므로 $0=a-5$ $\therefore a=5$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=5(x+1)^2-5=5x^2+10x$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\triangle$OEG 의 넓이는?



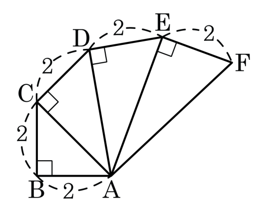
① $9\sqrt{5}$　② $5\sqrt{5}$　③ $\frac{9}{2}\sqrt{5}$　④ $\frac{5}{2}\sqrt{5}$　⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$\overline{\mathrm{OE}} = \sqrt{3^2+3^2+3^2+3^2+3^2} = 3\sqrt{5}$

따라서 $\triangle$OEG 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 3 = \frac{9\sqrt{5}}{2}$

20. 다음 그림에서 $\triangle AEF$ 의 둘레의 길이는?

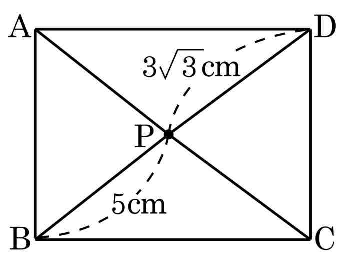


① $6+2\sqrt{5}$　② $5+2\sqrt{5}$
③ $4+2\sqrt{5}$　④ $3+2\sqrt{5}$
⑤ $2+2\sqrt{5}$

해설

$\overline{AE} = \sqrt{2^2+2^2+2^2+2^2} = 4$,
$\overline{AF} = \sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5}$
따라서 $\triangle AEF$ 의 둘레를 구하면 $4+2+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5}$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{\mathrm{PB}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{PD}} = 3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2$ 의 값은?

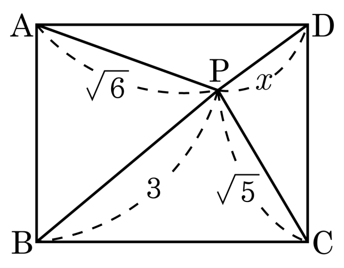


① 34 ② 42 ③ 49 ④ 50 ⑤ 52

해설

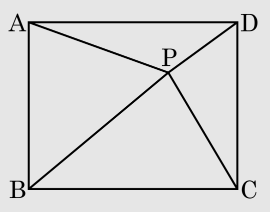
$\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$ 이다.

22. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \sqrt{6}$, $\overline{BP} = 3$, $\overline{CP} = \sqrt{5}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



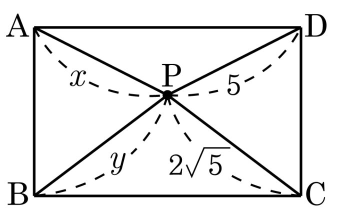
① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설



그림의 직사각형에서 다음 관계가 성립한다.
$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$
$\sqrt{6}^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2 + x^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$

23. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을구하여라.

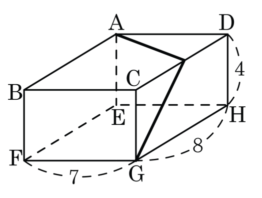


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2, x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5$ 이다.

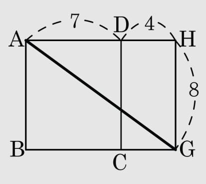
24. 다음 직육면체 점 A 에서 출발하여 $\overline{\mathrm{CD}}$ 를 지나 점 G 에 도달하는 최단 거리를 구하면?



① $\sqrt{181}$ ② $\sqrt{182}$ ③ $\sqrt{183}$

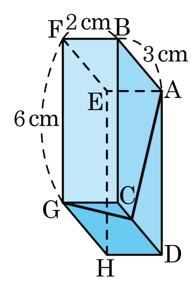
④ $\sqrt{184}$ ⑤ $\sqrt{185}$

해설



$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{11^2 + 8^2} = \sqrt{121 + 64} = \sqrt{185}$

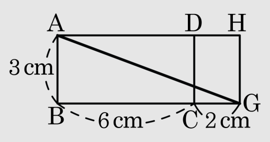
25. 다음과 같은 직육면체에서 점 A 를 출발하여 반드시 $\overline{\mathrm{CD}}$ 를 지나 점 G 에 이르는 선분의 최단거리는?



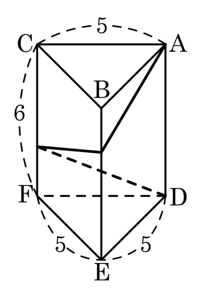
① $\sqrt{70}\,\mathrm{cm}$ ② $\sqrt{71}\,\mathrm{cm}$ ③ $\sqrt{73}\,\mathrm{cm}$ ④ $\sqrt{75}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $\sqrt{77}\,\mathrm{cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AG}} &= \sqrt{3^2+8^2}\\ &= \sqrt{9+64}\\ &= \sqrt{73}\\ &= \sqrt{73}(\,\mathrm{cm})\end{aligned}$$



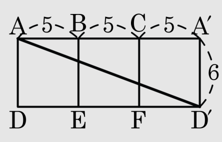
26. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF 를 반드시 순서대로 지나 점 D 에 도달하는 최단 거리를 구하면?



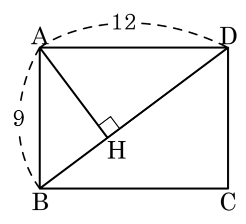
① $\sqrt{29}$ ② $2\sqrt{29}$ ③ $3\sqrt{29}$
④ $4\sqrt{29}$ ⑤ $6\sqrt{29}$

해설

$\overline{\mathrm{AD'}} = \sqrt{15^2+6^2} = \sqrt{225+36} = 3\sqrt{29}$



27. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AD} = 12$ 일 때, 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{AH}$ 를 구하여라. (소수로 표현할 것)



① 7.0　② 7.1　③ 7.2　④ 7.4　⑤ 7.6

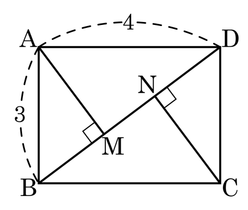
해설

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$9 \times 12 = 15 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = 7.2$

28. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{MN}}$ 의 길이는?



① 1.2　　② 1.4　　③ 1.6　　④ 1.8　　⑤ 2

해설

$\triangle\mathrm{ABD}$ 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

$5 \times \overline{\mathrm{AM}} = 3 \times 4$

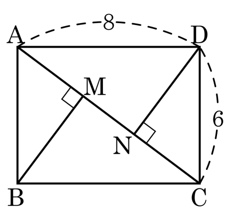
$\therefore \overline{\mathrm{AM}} = \dfrac{12}{5}$

$\overline{\mathrm{BM}} = \sqrt{3^2 - \left(\dfrac{12}{5}\right)^2} = \dfrac{9}{5}$

$\triangle\mathrm{ABM} \equiv \triangle\mathrm{CDN}$ (ASA합동) 이므로 $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{DN}}$

$\therefore \overline{\mathrm{MN}} = 5 - \dfrac{9}{5} \times 2 = 1.4$

29. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MN}}$ 의 길이는?



① $\dfrac{14\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{14\sqrt{5}}{5}$　③ $\dfrac{21}{5}$
④ $\dfrac{14}{5}$　⑤ $\dfrac{7}{5}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 10,\ \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{DN}}$

$\triangle\mathrm{ABC} = 8 \times 6 \times \dfrac{1}{2} = 10 \times \overline{\mathrm{BM}} \times \dfrac{1}{2}$

$\overline{\mathrm{BM}} = \dfrac{24}{5}$

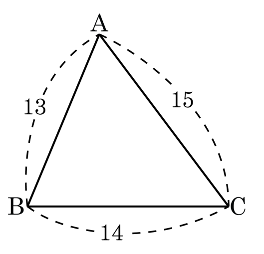
$\triangle\mathrm{ABM}$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AM}} &= \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} \\ &= \sqrt{36 - \frac{576}{25}} \\ &= \sqrt{\frac{900-576}{25}} = \sqrt{\frac{324}{25}} \\ &= \frac{18}{5}\end{aligned}$$

$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CN}}$

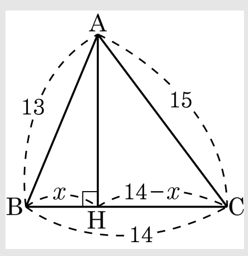
$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{\mathrm{MN}} &= \overline{\mathrm{AC}} - \overline{\mathrm{AM}} - \overline{\mathrm{CN}} \\ &= 10 - \left(\frac{18}{5}\right) \times 2 \\ &= 10 - \frac{36}{5} \\ &= \frac{14}{5}\end{aligned}$$

30. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}}=13$, $\overline{\mathrm{BC}}=14$, $\overline{\mathrm{CA}}=15$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이는?



① $\dfrac{84\sqrt{3}}{3}$　② 42　③ 84
④ $84\sqrt{3}$　⑤ $42\sqrt{3}$

해설

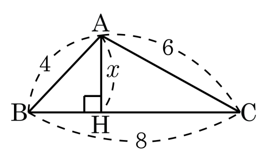


점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면,

$\overline{\mathrm{AH}}^2 = 13^2 - x^2$
$= 15^2 - (14-x)^2$
$28x = 140$
$\therefore\ x = 5$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

따라서 $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}\times 14 \times 12 = 84$ 이다.

31. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{15}}{4}$
④ $\frac{5\sqrt{15}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{15}}{4}$

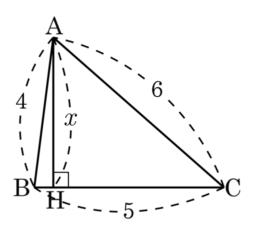
해설

$\overline{BH} = a$ 라 하면

$4^2 - a^2 = 6^2 - (8-a)^2$, $a = \frac{11}{4}$

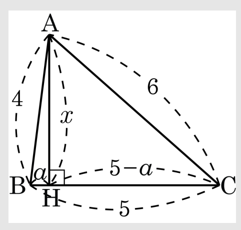
따라서 $x = \sqrt{4^2 - \left(\frac{11}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{135}{16}} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 4, 5, 6 인 삼각형 ABC 의 높이 x 는?



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ $3\sqrt{7}$ ④ $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설

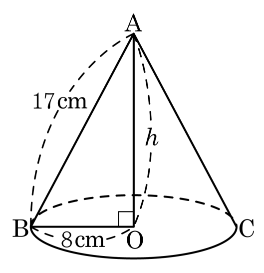


$\overline{\mathrm{BH}} = a$ 라 두면 $\overline{\mathrm{CH}} = 5 - a$

$4^2 - a^2 = 6^2 - (5-a)^2, \quad \therefore a = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{4^2 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{63}{4}} = \dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

33. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8 cm , 모선의 길이가 17 cm 인 원뿔이 있다. 원뿔의 높이 h 와 부피 V 를 차례로 구하면?



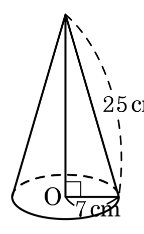
① 13 cm , $\frac{832\pi}{3}$ cm^3
② 14 cm , $\frac{896\pi}{3}$ cm^3
③ 14 cm , 300π cm^3
④ 15 cm , 300π cm^3
⑤ 15 cm , 320π cm^3

해설

원뿔의 높이는 $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 15 = 320\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7cm 이고 모선의 길이가 25cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피는?

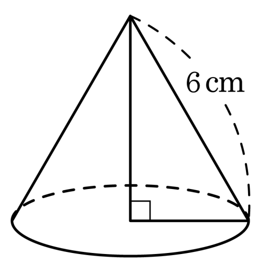


① $1176\pi\text{cm}^3$　② $\frac{49\sqrt{674}}{3}\pi\text{cm}^3$　③ $7\sqrt{674}\pi\text{cm}^3$
④ $\frac{392}{3}\pi\text{cm}^3$　⑤ $392\pi\text{cm}^3$

해설

원뿔의 높이를 h , 원뿔의 부피를 V 라 하면
$\text{h} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\text{cm})$
$\text{V} = 7^2 \times \pi \times 24 \times \frac{1}{3} = 392\pi(\text{cm}^3)$

35. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 밑면의 둘레의 길이가 $6\pi\,\mathrm{cm}$ 일 때, 원뿔의 높이와 부피를 구한 것은?



① $6\,\mathrm{cm},\ 6\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　② $6\,\mathrm{cm},\ \sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $2\,\mathrm{cm},\ 2\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　④ $9\,\mathrm{cm},\ 9\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm},\ 9\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

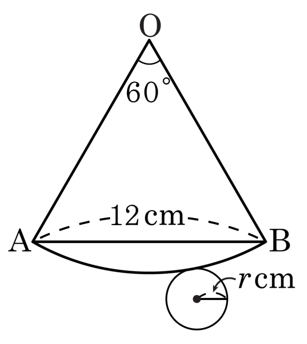
해설

$2\pi r = 6\pi$ 에서 반지름 $r = 3\,(\mathrm{cm})$

높이 : $\sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36-9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

부피 : $9\pi \times 3\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = 9\sqrt{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

36. 다음 그림은 중심각의 크기가 60° 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 12\,\mathrm{cm}$ 인 부채꼴과 반지름이 $r\,\mathrm{cm}$ 인 원으로 만든 원뿔의 전개도이다. 다음 중 밑면의 반지름 길이와 높이를 바르게 말한 것은?



① $2\,\mathrm{cm}$, $2\sqrt{15}\,\mathrm{cm}$
② $2\,\mathrm{cm}$, $2\sqrt{35}\,\mathrm{cm}$
③ $3\,\mathrm{cm}$, $2\sqrt{15}\,\mathrm{cm}$
④ $3\,\mathrm{cm}$, $2\sqrt{35}\,\mathrm{cm}$
⑤ $4\,\mathrm{cm}$, $2\sqrt{15}\,\mathrm{cm}$

해설

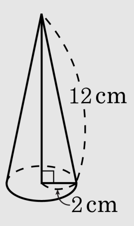
$\angle\mathrm{AOB} = 60^\circ$ 이고 $\overline{\mathrm{OA}}$ 와 $\overline{\mathrm{OB}}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$

따라서 $\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = 60^\circ$ 즉, $\triangle\mathrm{OAB}$ 는 정삼각형이므로 원뿔의 모선의 길이는 $12\,\mathrm{cm}$ 이다.

부채꼴 호 AB 의 길이 $l = 2\pi \times 12 \times \dfrac{60^\circ}{360^\circ} = 4\pi(\,\mathrm{cm})$

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\,\mathrm{cm})$ 이다.

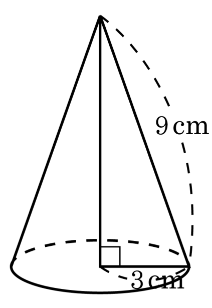
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{12^2 - 2^2} = \sqrt{144 - 4} = 2\sqrt{35}(\,\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 밑면의 반지름 길이는 $2\,\mathrm{cm}$ 이고, 높이는 $2\sqrt{35}\,\mathrm{cm}$ 이다.

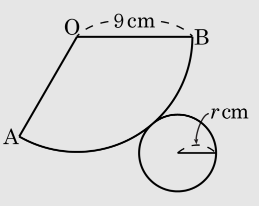
37. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 6πcm , $\overline{OA} = 9$cm 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?



① $3\sqrt{2}$cm ② $4\sqrt{2}$cm ③ $5\sqrt{2}$cm
④ $6\sqrt{2}$cm ⑤ $7\sqrt{2}$cm

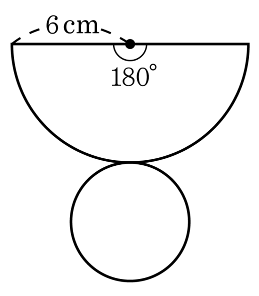
해설

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 3$(cm) 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{81 - 9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$(cm) 이다.

38. 다음 그림과 같은 원뿔의 전개도를 보고 원뿔의 밑면의 반지름의 길이, 높이, 부피를 바르게 구한 것은?



① $r = 2\text{cm}$, $h = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 6\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

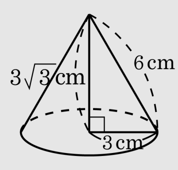
② $r = 2\text{cm}$, $h = 3\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 4\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

③ $r = 3\text{cm}$, $h = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 3\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

④ $r = 3\text{cm}$, $h = 3\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 9\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

⑤ $r = 4\text{cm}$, $h = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 6\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

해설



밑면의 반지름 $r = 6 \times \dfrac{180}{360} = 3(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 높이 $h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피 $V = \dfrac{1}{3} \times 9\pi \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

39. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + 2kx + 4k$
$= (x^2 + 2kx) + 4k$
$= (x + k)^2 - k^2 + 4k$

최솟값 $m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$
따라서 m 의 최댓값 4 이다.

40. 이차함수 $y=-x^2-2kx+4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1　② -2　③ 3　④ -4　⑤ 5

해설

$y=-x^2-2kx+4k=-(x+k)^2+k^2+4k$
$M=k^2+4k$ 이므로
$M=(k+2)^2-4$ 이다.
따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

41. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

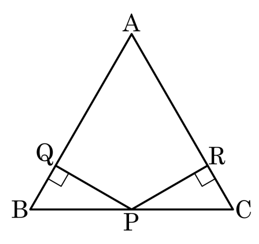
해설

$y = x^2 - 2ax - 2a - 5$
$= (x-a)^2 - a^2 - 2a - 5$

y 의 최솟값 : $m = -a^2 - 2a - 5$
$= -(a+1)^2 - 4$

m 의 최댓값 : -4

42. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$　　② $2\sqrt{5}$　　③ $5\sqrt{2}$

④ 6　　⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2 = 25\sqrt{3}$

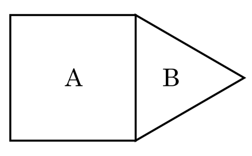
$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2 = 10\times\overline{\mathrm{PQ}}\times\dfrac{1}{2} = 5\overline{\mathrm{PQ}}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3 = 10\times\overline{\mathrm{PR}}\times\dfrac{1}{2} = 5\overline{\mathrm{PR}}$

$S_1 = S_2 + S_3$ 이므로 $25\sqrt{3} = 5\overline{\mathrm{PQ}}+5\overline{\mathrm{PR}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}} = 5\sqrt{3}$

43. 다음 도형은 한 변의 길이가 모두 같다. 이때, ‘삼각형의 넓이 : 사각형의 넓이’ 로 옳은 것은?



① $2:\sqrt{2}$　② $2:\sqrt{3}$　③ $4:\sqrt{2}$

④ $4:\sqrt{3}$　⑤ $5:\sqrt{3}$

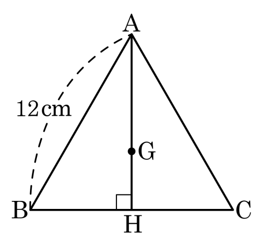
해설

모든 변의 길이를 a 라고 하면

A$=a^2$, B$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\therefore\ a^2:\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=1:\frac{\sqrt{3}}{4}=4:\sqrt{3}$

44. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이고 점 G 는 무게중심이다. $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



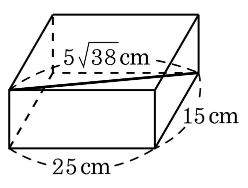
① $\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ ② $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ ④ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
⑤ $5\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\overline{AG} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

45. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $5\sqrt{38}$cm인 직육면체 모양의 상자가 있다. 밑면인 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각가 25cm, 15cm일 때, 이 상자의 높이는?



① 10　② $5\sqrt{10}$　③ $10\sqrt{2}$　④ $30\sqrt{3}$　⑤ $30\sqrt{2}$

해설

직육면체의 높이를 $x$cm라 하면,
$\sqrt{25^2 + 15^2 + x^2} = 5\sqrt{38}$
$\sqrt{625 + 225 + x^2} = \sqrt{950}$
양변을 제곱하면 $850 + x^2 = 950$, $x^2 = 100$
$\therefore x = 10(\text{cm})$

46. 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 다음과 같을 때, 다음 중 직육면체의 대각선의 길이가 12 가 아닌 것은?

보기

㉠ $5\sqrt{2}, 2\sqrt{11}, 5\sqrt{2}$

㉡ $5\sqrt{2}, \sqrt{42}, 2\sqrt{5}$

㉢ $2\sqrt{6}, 4\sqrt{3}, 3\sqrt{7}$

㉣ $\sqrt{30}, \sqrt{30}, 2\sqrt{21}$

㉤ $3\sqrt{5}, 3\sqrt{5}, 3\sqrt{6}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

세 모서리가 각각 a, b, c 인 직육면체에서
대각선 $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이다.
㉠ $\sqrt{50 + 44 + 50} = \sqrt{144}$
㉡ $\sqrt{50 + 42 + 20} = \sqrt{112}$
㉢ $\sqrt{24 + 48 + 63} = \sqrt{135}$
㉣ $\sqrt{30 + 30 + 84} = \sqrt{144}$
㉤ $\sqrt{45 + 45 + 54} = \sqrt{144}$
따라서 12 가 아닌 것은 ㉡, ㉢이다.

47. 다음 □안을 각각 순서대로 바르게 나타낸 것은?
가로, 세로, 높이가 각각 $3, 4, 5$ 인 직육면체의 대각선의 길이는 $\boxed{}$이고, 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이는 $\boxed{}$, 부피는 $\boxed{}$이다.

① $5\sqrt{2},\ \sqrt{6},\ \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$　② $5\sqrt{10}, 2\sqrt{6}, \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$
③ $5\sqrt{2}, 2\sqrt{6}, \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$　④ $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}, \sqrt{6}, \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$
⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}, \sqrt{6}, \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

해설

(1) 대각선의 길이를 l 이라하면
$l = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
(2) 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이를 h , 부피를 V 라고 하면
$h = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}, V = \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$