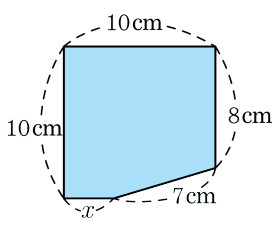
1. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형을 그림과 같이 잘랐을 때, x 의 값은? (단, $\sqrt{5} = 1.7$)

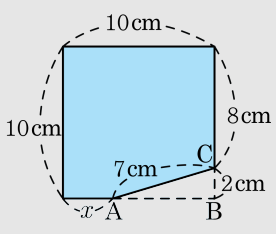


① 4.7 cm ② 4.9 cm ③ 5.1 cm

④ 5.3 cm ⑤ 5.5 cm

해설

자르기 전 정사각형을 그리면 그림과 같다. 잘려진 삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = 5.1(\text{cm})$
따라서 $x = 10 - 5.1 = 4.9(\text{cm})$ 이다.



2. 다음 중 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은?

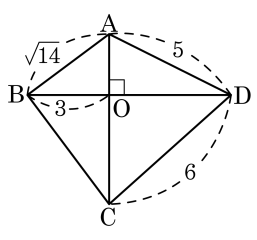
① 3, 4, 5　② 5, 12, 13　③ 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

④ 4, 5, $\sqrt{41}$　⑤ 2, 4, $2\sqrt{6}$

해설

⑤ $2^2 + 4^2 = 20 \neq \left(2\sqrt{6}\right)^2 = 24$

3. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



① 5 ② 4

③ $2\sqrt{5}$ ④ $1+\sqrt{14}$

⑤ $3\sqrt{13}$

해설

$(\sqrt{14})^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$

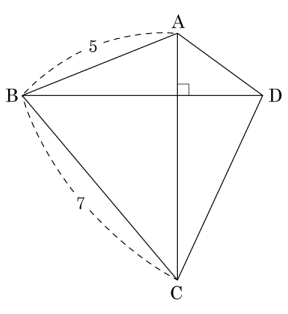
$\overline{BC}^2 = 25$, $\overline{BC} = 5$ 이므로

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 3^2 + \overline{OC}^2$, $5^2 = 3^2 + \overline{OC}$

$\therefore \overline{OC} = 4$

4. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때,

$\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

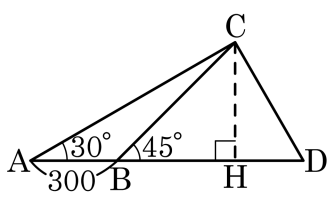
□ABCD 의 두 대각선이 서로 직교하므로

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

$5^2 + \overline{CD}^2 = 7^2 + \overline{AD}^2$

$\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 24$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $300(1+\sqrt{2})$ ② $300(1-\sqrt{2})$ ③ $150(\sqrt{3}+1)$

④ $150(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $150(\sqrt{2}+1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$

$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$

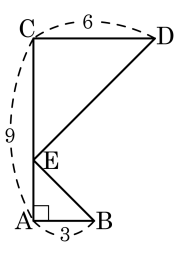
$x : (300+x) = 1 : \sqrt{3}$

$300 + x = \sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}-1)x = 300$

$x = 150(\sqrt{3}+1)$

6. 다음 그림에서 점 E가 $\overline{AC}$ 위를 움직이고 $\overline{AC} = 9$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{BE}$ 의 최솟값은?



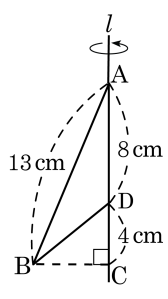
① 3 ② 6 ③ 9

④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

해설

점 D 를 $\overline{AC}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 D′ 이라고 하면
$\overline{BE} + \overline{ED}$ 의 최솟값은 $\overline{D'B}$ 의 거리이다.
$\therefore \overline{D'B} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABD$를 직선 AC 를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\frac{100}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $60\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $\frac{200}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ④ $80\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $\frac{400}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로
$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\,(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 입체도형의 부피는

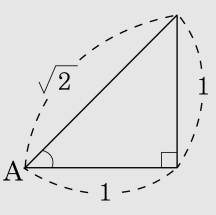
$$\left(\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12\right) - \left(\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times4\right)$$

$$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)\text{ 이다.}$$

8. $\tan A = 1$ 일 때, $(1+\sin A)(1-\cos A)+\frac{1}{2}$ 의 값은?(단, $0° < A < 90°$)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

해설

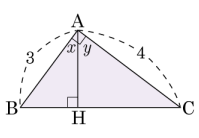


$\tan A = 1$ 일 때

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore\ (1+\sin A)(1-\cos A)+\frac{1}{2} = \left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\frac{1}{2} = 1$

9. 다음 그림에서 $\sin x + \cos y$ 의 값은?



① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$\overline{BC} = 5$ 이므로 $\overline{AH} \times 5 = 12$

$\therefore \overline{AH} = \frac{12}{5}$

$\therefore \cos y = \frac{\overline{AH}}{4} = \frac{3}{5}$

$\sin x + \cos y = \sin(90° - y) + \cos y$

$= 2\cos y = \frac{6}{5}$

10. 다음 중 계산 결과가 $\sin 30°$와 같지 <u>않은</u> 것은?

① $\cos 60°$

② $\tan 45° \times \sin 30°$

③ $\frac{1}{2}(\cos 60° \times \tan 60°)$

④ $\frac{1}{2}(\sin 30° + \cos 60°)$

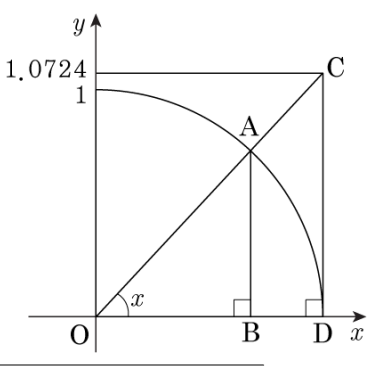
⑤ $2 \times (\sin 30° \times \cos 30° \times \tan 30°)$

해설

③ $\sin 30° = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}(\cos 60° \times \tan 60°) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{OB}$ 의 길이를 구하면?



x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.6821 ② 0.6947 ③ 0.7193
④ 0.7314 ⑤ 0.9325

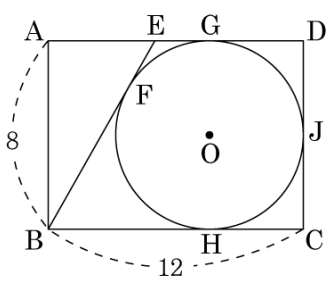
해설

1) $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = 1.0724$

$\therefore x = 47°$

2) $\cos x = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{AO}} = \dfrac{\overline{OB}}{1} = \cos 47° = 0.6821$

12. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



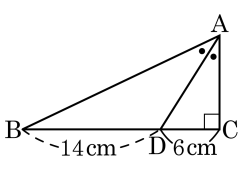
▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$ 이다.
$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = 10$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 할 때, $\overline{BD} = 14\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



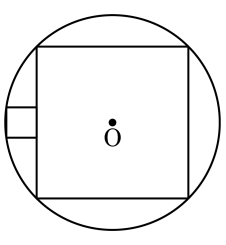
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{14}$ cm

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 14 : 6$,
$\overline{AB} : \overline{AC} = 7 : 3$ 이다.
$\overline{AB} = 7x$, $\overline{AC} = 3x$ $(x > 0)$ 라 하면
$(7x)^2 = (3x)^2 + 400$
$40x^2 = 400$
$x = \sqrt{10}(\text{cm})$
$\therefore \overline{AC} = 3\sqrt{10}(\text{cm})$
따라서 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AD} = \sqrt{(3\sqrt{10})^2 + 6^2} = 3\sqrt{14}(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어있으면서 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원 O 에 내접하고 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 구하여라.

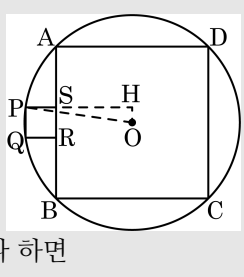


▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{PS}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\overline{OA} = 5\sqrt{2}$

$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 10\sqrt{2}$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 10 이다.

한편 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$\overline{OH} = \frac{x}{2}$, $\overline{PH} = x + 5$ 이므로

$\triangle POH$ 에서

$(x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2$

$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$

$x^2 + 8x - 20 = 0$

$\therefore\ x = 2\ (x > 0)$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 2 이므로, 두 정사각형의 한 변의 길이 차는 $10 - 2 = 8$ 이다.

15. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{BG^2} + \overline{CG^2} = 20$ 이다. 이때 선분 AG 의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각 D, E, F 라 하면

$$\overline{BG^2} = \left(\frac{2}{3}\overline{BF}\right)^2 = \frac{4}{9}\overline{BF^2}$$
$$= \frac{4}{9}\left\{\overline{AB^2} + \left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2\right\}$$
$$= \frac{4}{9}\left(\overline{AB^2} + \frac{1}{4}\overline{AC^2}\right) \cdots ㉠$$

$$\overline{CG^2} = \left(\frac{2}{3}\overline{CD}\right)^2 = \frac{4}{9}\overline{CD^2}$$
$$= \frac{4}{9}\left\{\overline{AC^2} + \left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right)^2\right\}$$
$$= \frac{4}{9}\left(\overline{AC^2} + \frac{1}{4}\overline{AB^2}\right) \cdots ㉡$$

㉠, ㉡에서

$$\overline{BG^2} + \overline{CG^2}$$
$$= \frac{4}{9}\left\{\overline{AB^2} + \frac{1}{4}\overline{AC^2}\right\} + \frac{4}{9}\left(\overline{AC^2} + \frac{1}{4}\overline{AB^2}\right)$$
$$= \frac{5}{9}\left(\overline{AB^2} + \overline{AC^2}\right)$$
$$= \frac{5}{9}\overline{BC^2}$$
$$= 20$$

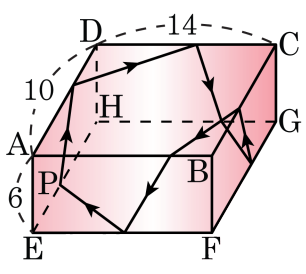
$\therefore \overline{BC} = 6$

또 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\overline{AE} = \overline{BE} = \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 3$ 이다.

따라서 $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3 = 2$ 이다.

16. 세 모서리의 길이가 각각 6, 10, 14 인 직육면체의 모서리 EH 위의 한 점 P 에서 직육면체의 겉면을 따라 6 개의 면을 모두 지나서 다시 P 로 돌아오는 최단 경로의 길이를 구하여라.

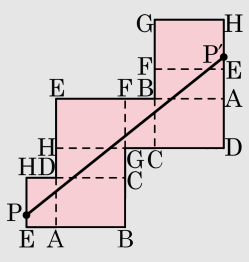


▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{41}$

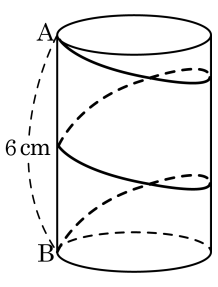
해설

$\overline{AE} = 6$, $\overline{AD} = 10$, $\overline{AB} = 14$ 인 직육면체의 전개도를 그리면 위의 그림과 같다.



따라서 최단 거리는 $\sqrt{40^2 + 32^2} = \sqrt{2624} = 8\sqrt{41}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?



① $\frac{1}{\pi}$ cm ② π cm ③ $\frac{2}{\pi}$ cm
④ $\frac{\pi}{2}$ cm ⑤ $\frac{4}{\pi}$ cm

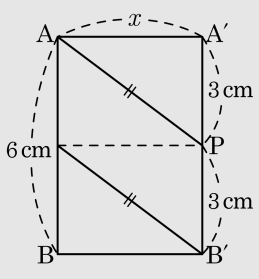
해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{AP}$

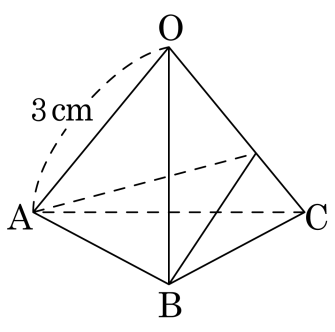
$\overline{AP} = 5$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{x^2 + 9} = 5$

$\therefore\ x = 4$ (cm) ($\because\ x > 0$), $2\pi r = 4$

$\therefore\ r = \frac{2}{\pi}$ (cm)



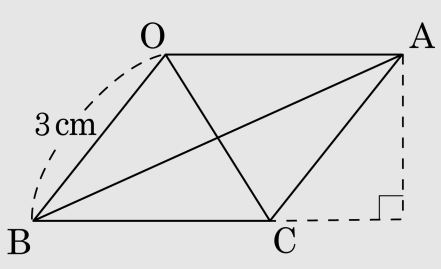
18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 cm 인 정사면체의 꼭짓점 A 에서 겉면을 따라 $\overline{OC}$ 를 지나 점 B 에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$ cm

해설



따라서 $\overline{BA}$ 의 거리는

$$\overline{BA} = \sqrt{\left(3+\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2}$$

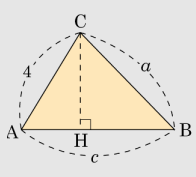
$$= \sqrt{\frac{81}{4}+\frac{27}{4}}$$

$= 3\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

19. $\triangle ABC$ 에서 $2\sin A = \sqrt{3}$, $3\sin B = \sqrt{3}$, $b = 4$ 일 때, 이 삼각형의 넓이는 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 a, b에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)

① -11 ② -1 ③ 1 ④ 8 ⑤ 11

해설



$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 이므로 $a = b\sin A \times \frac{1}{\sin B} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 6$ 이다.

또한, $\overline{CH} = b\sin A = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$,

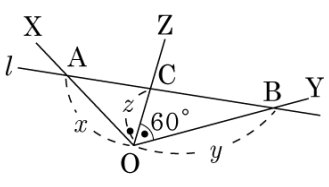
$\overline{BH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{36 - 12} = 2\sqrt{6}$

따라서 $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = 2 + 2\sqrt{6}$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이 S 를 구하면

$$S = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{CH}$$
$$= \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3}$$
$$= 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2}$$

$\therefore a + b = 2 + 6 = 8$

20. 세 점 A, B, C 는 세 직선 $\overleftrightarrow{OX}$, $\overleftrightarrow{OY}$, $\overleftrightarrow{OZ}$ 가 직선 l 과 만나는 점이다. $\angle AOC = \angle BOC = 60°$ 이고, $\overline{OA} = x$, $\overline{OB} = y$, $\overline{OC} = z$ 라고 할 때, x, y, z 사이의 관계식을 골라라.



① $z = xy$ ② $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ③ $z = x + y$

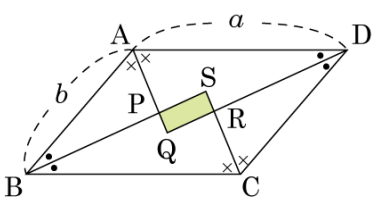
④ $z = \frac{1}{xy}$ ⑤ $\frac{1}{z} = \frac{xy}{x+y}$

해설

$$\triangle AOB = \frac{1}{2}xy\sin(180° - 120°)$$
$$= \frac{1}{2}xz\sin 60° + \frac{1}{2}yz\sin 60°$$
$$\therefore \frac{1}{2}xy \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}xz \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}yz \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

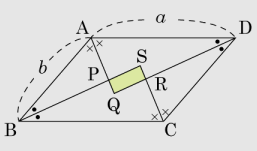
따라서 $xy = (x+y)z$ 에서 xyz 를 양변에 나누어주면 $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 이다.

21. $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b(a > b)$ 인 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 비는 2 : 1 이다. 다음 그림과 같이 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이를 구하면?



① $\frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)^2$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+b)^2$
④ $\frac{\sqrt{3}}{4}(b-a)^2$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}(a-b)^2$

해설



$\angle A = \angle C = 120°$, $\angle B = \angle D = 60°$ 이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP}$

$= a \cdot \cos 30° - b \cdot \cos 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)$

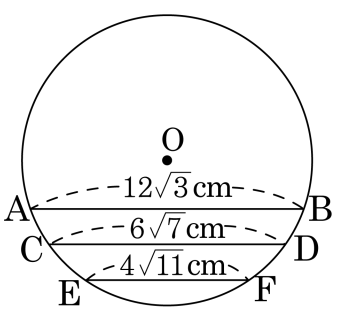
$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$

$= a \times \cos 60° - b \times \cos 60°$

$= \frac{1}{2}(a-b)$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \frac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현을 그었을 때 원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이 된다. 세 현의 길이가 각각 $12\sqrt{3}$cm, $6\sqrt{7}$cm, $4\sqrt{11}$cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



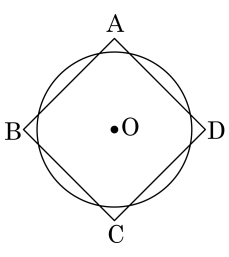
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면
원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이므로
$\overline{OL} = 6k$, $\overline{OM} = 9k$, $\overline{EF} = 10k$
원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle OAL$, $\triangle OCM$, $\triangle OEN$ 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면
$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \cdots ①$
$r^2 = (9k)^2 + (3\sqrt{7})^2 \cdots ②$
$r^2 = (10k)^2 + (2\sqrt{11})^2 \cdots ③$
①, ②에 의하여 $36k^2 + 108 = 81k^2 + 63$
$\therefore\ k = 1 (\because k > 0)$
$k = 1$ 을 ①에 대입하면 $r^2 = 144$
$\therefore\ r = 12 (\because r > 0)$

23. 다음 그림과 같이 원 O 는 정사각형 ABCD 의 각 변의 육등분점 중 각 꼭짓점에 가장 가까운 점들과 만난다. 원 O 의 반지름의 길이가 13 일 때, 정사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.

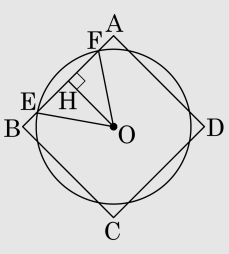


▶ 답 :

▷ 정답 : 468

해설

아래 그림에서 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이를 x 라 하면



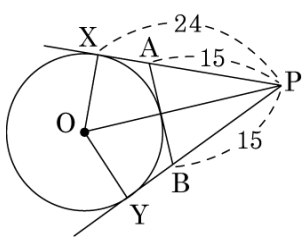
$\overline{OH} = \frac{x}{2}$, $\overline{OF} = 13$, $\overline{EH} = \frac{x}{3}$ 이므로

삼각형 OEH 에서 피타고라스 정리에 의하여

$13^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{3}\right)^2$, $x^2 = 468$

$\therefore$ □ABCD $= x \times x = x^2 = 468$

24. 다음 그림에서 $\overline{PX} = 24$, $\overline{PA} = 15$, $\overline{PB} = 15$ 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.

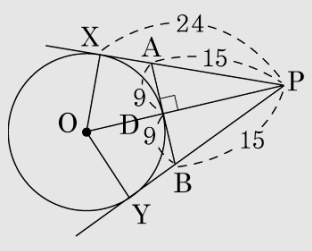


▶ 답:

▷ 정답: 18

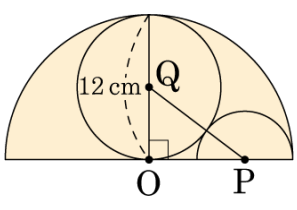
해설

△APB 의 둘레는 두 접선 $\overline{PX} + \overline{PY} = 48$ 이다.
$\therefore \overline{AB} = 48 - 30 = 18$
△PAB 는 이등변삼각형이고 $\overline{PD}$ 는 ∠P 의 각의 이등분선으로 $\overline{AB}$ 를 수직이등분한다.



$\overline{PD} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$
또한, 원의 반지름을 x 라고 하면
△XOP 도 직각삼각형이므로
$\overline{OP}^2 = \overline{OX}^2 + \overline{XP}^2$
$(x+12)^2 = x^2 + 24^2$
$\therefore\ x = 18$

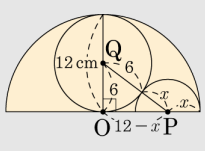
25. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 12 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm

④ 3 cm ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서

$\overline{PQ} = 6 + x$, $\overline{OQ} = 6$, $\overline{OP} = 12 - x$

$(x+6)^2 = 6^2 + (12-x)^2$

$36x = 144$

$\therefore x = 4$