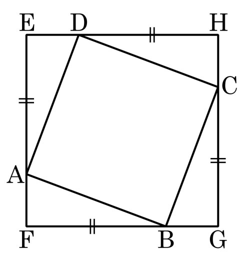
1. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 □ABCD $= 73\,\mathrm{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BG}}$ 의 길이는?

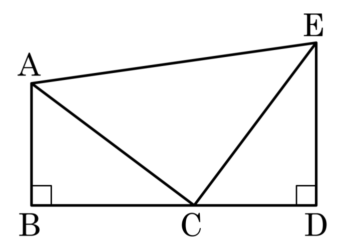


① 3 cm　　② $\frac{7}{2}$ cm　　③ 4 cm
④ 8 cm　　⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

□ABCD $= 73\,\mathrm{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{73}\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FG}}\,\mathrm{cm} = 11\,\mathrm{cm}$ 이다.
$\overline{\mathrm{BG}} = x\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FB}} = y\,\mathrm{cm}$ 라고 할 때,
$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$)이다.

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



① $28 + 10\sqrt{2}$
② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
③ $48 + 10\sqrt{2}$
④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$
⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로
$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$
$\therefore \overline{DE} = 8$
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6$, $\overline{BC} = \overline{DE} = 8$
또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90°$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 사다리꼴 둘레의 길이는
$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$

3. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$　　② $2m+n$　　③ $m+2n$
④ $2(m+n)$　　⑤ $2mn$

해설
나머지 한 변의 길이를 X 라 하면
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$
$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$
$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$
$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

4. 대각선의 길이가 15 인치인 LCD 모니터를 구입하였다. 모니터 화면의 가로, 세로의 비가 4 : 3 일 때, 모니터의 가로와 세로의 길이를 더하여라.

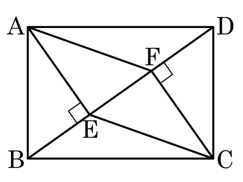
▶ 답: 인치

▷ 정답: 21인치

해설

가로의 길이를 $4x$ 라고 하면 세로의 길이는 $3x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(4x)^2 + (3x)^2 = 15^2$
$25x^2 = 225$
$x^2 = 9$
$x > 0$ 이므로 $x = 3$
따라서 가로의 길이는 12 인치, 세로의 길이는 9 인치이므로
가로와 세로의 길이의 합은 21 인치이다.

5. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 이고 $\overline{BE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이고, $\overline{BD} = 15\,\mathrm{cm}$ 일 때, 사각형 AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\sqrt{2}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD}$ 이므로

$5 \times 15 = \overline{AB}^2$, $\overline{AB} = 5\sqrt{3}$ 이다.

△ABD 가 직각삼각형이므로

$\overline{AD} = \sqrt{15^2 - (5\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{6}(\mathrm{cm})$ 이다.

$\overline{AE} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{AD}}{\overline{BD}} = 5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

따라서 사각형 AECF의 넓이

$= 5\sqrt{2} \times 5 = 25\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

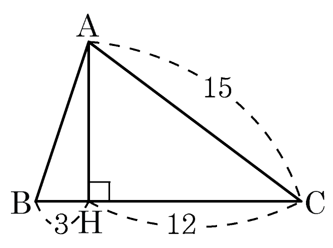
6. 높이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형의 넓이를 구하면?

① $6\,\mathrm{cm}^2$ ② $9\,\mathrm{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$ 라 하면,
높이 $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ 이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = 6$
$\therefore\ a = 4\sqrt{3}$
따라서, 넓이
$S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}\ (\,\mathrm{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이는?



① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$
$\triangle$ABH 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

8. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$ ② $(0, -4)$ ③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

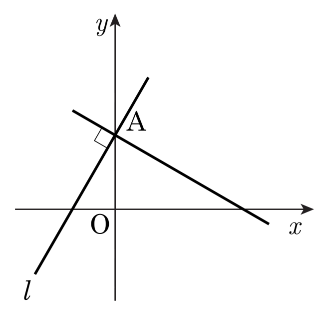
$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

9. 다음 그림과 같이 직선 ℓ 이 $\sqrt{3}x-y+2=0$ 일 때, 직선 ℓ 의 y 절편을 지나고 직선 ℓ 에 수직인 직선의 방정식은?



① $y=x+2$

② $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-2$

③ $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

④ $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$

⑤ $y=\sqrt{3}x+2$

해설

$\sqrt{3}x-y+2=0, y=\sqrt{3}x+2$ 이므로 $\tan a^\circ=\sqrt{3}, a^\circ=60^\circ$ 이다. 구하고자 하는 직선은 x 축과 150° 를 이루고 y 절편이 2 이므로 점 $(0,2)$ 를 지나는 직선의 방정식이다.

따라서 $y=\tan 150^\circ(x-0)+2,\ y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$ 이다.

10. $0° \le A \le 90°$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① A 의 값이 증가하면 sin A 의 값은 감소한다.

② A 의 값이 감소하면 tan A 의 값은 증가한다.

③ cos A 의 최솟값은 0, 최댓값은 1 이다.

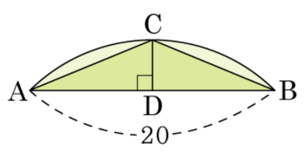
④ tan A 의 최솟값은 0, 최댓값은 1 이다.

⑤ sin A 의 값과 cos A 의 값이 같아지는 경우는 없다.

해설

① A 의 값이 증가하면 sin A 의 값은 증가한다.
② A 의 값이 감소하면 tan A 의 값은 감소한다.
④ tan A 의 최솟값은 0, 최댓값은 없다.
⑤ sin A 의 값과 cos A 의 값이 같아지는 경우가 있다.

11. 다음 그림에서 5.0pt$\overparen{\mathrm{AB}}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 20$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이는?



① 10　② $20\sqrt{2}$　③ 20　④ 25　⑤ $24\sqrt{5}$

해설

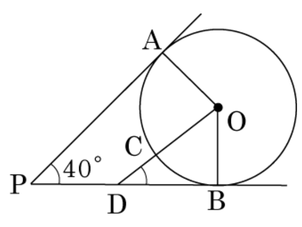
원의 중심 O와 점 C , 점 D를 연결한다.

$\triangle\mathrm{AOD}$ 에서 $\overline{\mathrm{OD}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AO}}^2 - \overline{\mathrm{AD}}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$

$\therefore \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{OC}} - \overline{\mathrm{OD}} = 26 - 24 = 2$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

12. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고, $\angle \mathrm{APB} = 40°$ 이다. 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CB}} = 3 : 2$ 인 점 C 를 잡아 $\overline{\mathrm{OC}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{PB}}$ 와의 교점을 D 라고 할 때, $\angle \mathrm{ODB} = (\qquad)°$ 이다. $(\qquad)$안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

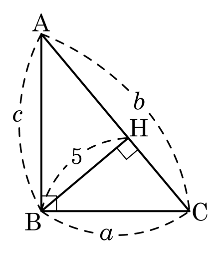
$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{B} = 90°$ 이므로 $\angle \mathrm{AOB} = 140°$ 이다.

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CB}} = 3 : 2$ 이므로

$\angle \mathrm{DOB} = 140° \times \dfrac{2}{3+2} = 56°$ 이다.

$\therefore \angle \mathrm{ODB} = 90° - 56° = 34°$

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{3}\,\text{cm}^2$ ④ $5\,\text{cm}^2$ ⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$(a+c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$

$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서

$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로

$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$

또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$5b = ac \cdots (2)$

(1) 에 (2) 를 대입하면

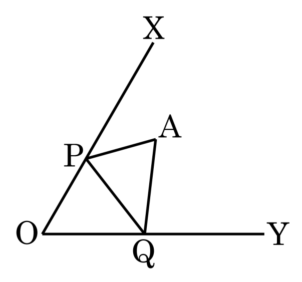
$30b = 100$ 에서

$b = \frac{100}{30}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 $\angle XOY = 60°$ 이고, $\overline{OA} = 12$ 인 점 A 에서 반직선 OX, OY 위의 점 P, Q 를 거쳐서 다시 돌아오는 삼각형 APQ 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하여라.

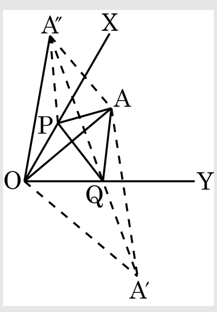


▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{3}$

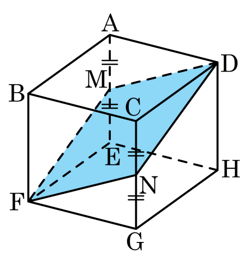
해설

점 A 를 반직선 OX 와 OY 에 대해 대칭이동한 점을 A′, A″ 라 하면



$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''}$ 이므로 삼각형 APQ 의 최솟값은 $\overline{A'A''}$ 의 길이이다.
삼각형 A′OA″ 는 두 변의 길이가 12 로 같고 $\angle A'OA'' = 120°$ 인 이등변삼각형이므로
$\overline{A'A''} = 12\sqrt{3}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체가 있다. $\overline{AE}$ 의 중점을 M, $\overline{CG}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □MFND 의 넓이를 구하여라.



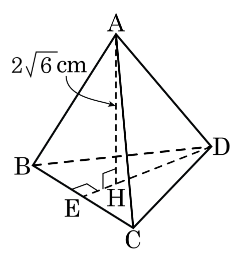
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $72\sqrt{6}$ cm^2

해설

$\triangle$FGN 에서 $\overline{FN} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$ (cm)
따라서 □MFND 는
$\overline{MF} = \overline{FN} = \overline{ND} = \overline{DM} = 6\sqrt{5}$ (cm)
인 마름모이고 두 대각선의 길이는 각각
$\overline{DF} = \sqrt{12^2 + 12^2 + 12^2} = 12\sqrt{3}$ (cm)
$\overline{MN} = \overline{AC} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$ (cm) 이므로
□MFND $= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{2} = 72\sqrt{6}$ (cm^2)

16. 다음 그림과 같은 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{\mathrm{AH}} = 2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ 일 때, 이 정사면체의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $36\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 점 H 는 $\triangle\mathrm{BCD}$ 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{DH}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \left(\because\ \overline{\mathrm{DE}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

$\triangle\mathrm{ADH}$ 에서 $\overline{\mathrm{AH}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 - \overline{\mathrm{DH}}^2$ 이므로

$\left(2\sqrt{6}\right)^2 = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2$

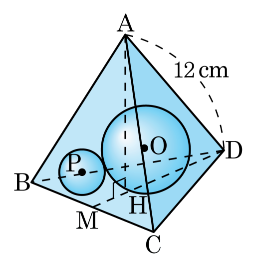
$24 = \frac{2}{3}x^2,\ x^2 = 36$

$\therefore\ x = 6\ (\mathrm{cm})\ (\because\ x > 0)$

$(\text{겉넓이}) = 4\triangle\mathrm{ABC} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$

$= 36\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.

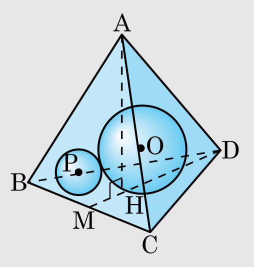


▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi$ cm^3

해설

구 O 의 반지름을 r, 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게 중심이므로



$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ (cm)

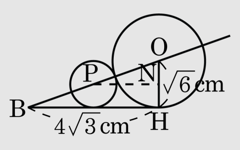
따라서, $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 4\sqrt{6}$ (cm)

(정사면체 A – BCD 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6}$

$= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r$

$\therefore\ r = \sqrt{6}$ (cm)



$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6}$ (cm)

$\triangle OPN \backsim \triangle OBH$ 이므로

$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$

$\left(r' + \sqrt{6}\right) : 3\sqrt{6} = \left(\sqrt{6} - r'\right) : \sqrt{6}$

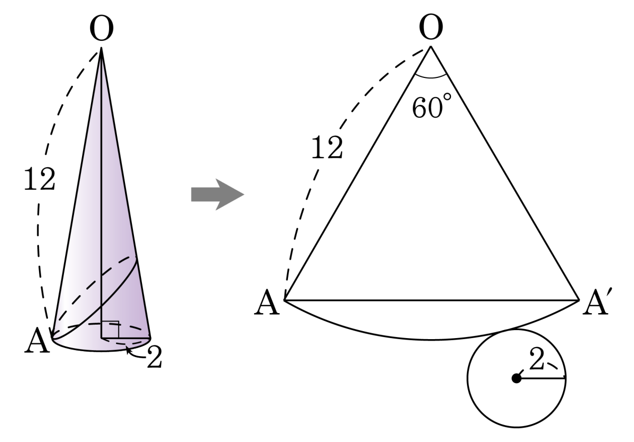
$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$

$4\sqrt{6}r' = 12$

$\therefore\ r' = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)

$\therefore$ (구 P의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi$ (cm^3)

18. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고 밑면의 반지름의 길이가 2 인 원뿔과 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 밑면에서 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하려고 한다. 다음에 주어진 정삼각형의 성질을 이용하여 $\overline{AA'}$ 의 길이를 구하면?



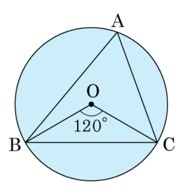
정삼각형 ABC에서 세 변 a, b, c 의 길이는 같다.

① 2 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 60

해설

$\overline{AO} = \overline{OA'} = 12$ 인 이등변삼각형이고 $\angle AOA'$ 가 $60°$ 이므로 삼각형 OAA′ 은 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AO} = \overline{OA'} = \overline{AA'}$ 이므로 $\overline{AA'}$ 의 길이는 12 이다.

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 외접원 O 에서 $\angle BOC = 120°$, $\angle OBC = \theta$ 이면,
$\cos\theta \times \cos A + \sin\theta \times \sin A$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ ⑤ $\sqrt{3} + 1$

해설

$\angle BOC = 120°$ 이므로 $\angle BAC = 60°$, $\angle OBC = \theta = 30°$ ($\because$ 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 원주각)

(준식)$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

20. 반지름의 길이가 2 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$ 일 때, 변 AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

해설

원의 지름을 빗변으로 하고 변 AC 를 한 변으로 하는 직각이등변삼각형에서 변 AC 의 길이는

$4 \times \cos 45° = 2\sqrt{2}$

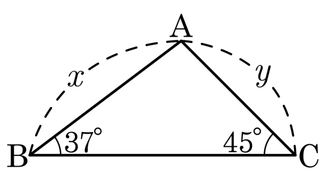
점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{AH} = 2\sqrt{2} \times \cos 60° = \sqrt{2}$

$\overline{BH} = \overline{CH} = 2\sqrt{2} \times \sin 60° = \sqrt{6}$

따라서 변 AB 의 길이는 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ 이다.

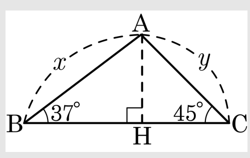
21. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle B = 37°$, $\angle C = 45°$일 때, $x = ky$이다. 이 때, k의 값을 구하여라. (단, $\sin 37° = 0.6, \cos 37° = 0.8$로 계산한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5\sqrt{2}}{6}$

해설

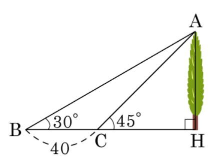


$\overline{AH} = y\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}y$

$\therefore x = \frac{\overline{AH}}{\sin 37°} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}y}{0.6} = \frac{5\sqrt{2}}{6}y$

$\therefore k = \frac{5\sqrt{2}}{6}y$

22. 다음 그림에서 나무의 높이는?



① $10(\sqrt{3}-1)$　② $10(\sqrt{3}+1)$　③ $10(3+\sqrt{3})$

④ $20(\sqrt{3}-1)$　⑤ $20(\sqrt{3}+1)$

해설

나무의 높이 $\overline{\mathrm{AH}}$ 를 x 라 하면

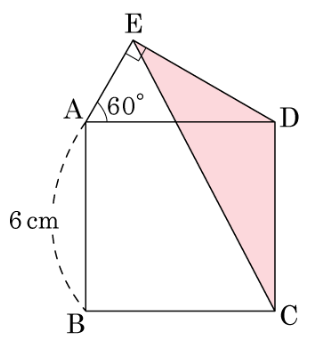
$\overline{\mathrm{CH}} = x, \overline{\mathrm{BH}} = x + 40$

$\overline{\mathrm{AH}} : \overline{\mathrm{BH}} = x : x + 40 = 1 : \sqrt{3}$

$\sqrt{3}x = x + 40 \Leftrightarrow (\sqrt{3}-1)x = 40$

$\therefore x = \dfrac{40}{\sqrt{3}-1} = 20(\sqrt{3}+1)$

23. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 6cm$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이는?



① $7\,(cm^2)$ ② $\frac{15}{2}\,(cm^2)$
③ $10\,(cm^2)$ ④ $\frac{25}{2}\,(cm^2)$
⑤ $\frac{27}{2}\,(cm^2)$

해설

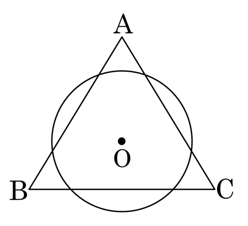
$\overline{ED} = \overline{AD}\sin 60° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,(cm)$

따라서 △DEC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \overline{ED} \times \overline{CD} \times \sin(180° - (30° + 90°))$

$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27}{2}\,(cm^2)$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 원 O 는 정삼각형 ABC 의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C 에 가장 가까운 점들과 만난다. 정삼각형 ABC 의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, 원의 중심 O 에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서 삼각형 ABC 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G 라 하면 구하고자 하는 값은 $\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG}$ 의 값과 같다.
그런데 원 O 는 정삼각형 ABC 의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C 에 가장 가까운 점들과 만나므로 정삼각형 ABC 에 의해 만들어지는 현의 길이는 모두 같다.
따라서 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ 의 길이는 모두 같다.
정삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 a 라 하면 넓이가 $4\sqrt{3}$ 이므로

$a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3},\ a^2=16$

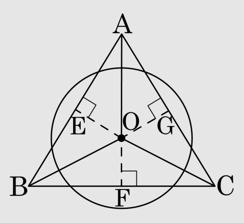
$\therefore\ a=4(\because\ a>0)$

이때 $\overline{OE}=x$ 라 하면

$\triangle ABC=\triangle AOB+\triangle AOC+\triangle BOC$ 이므로

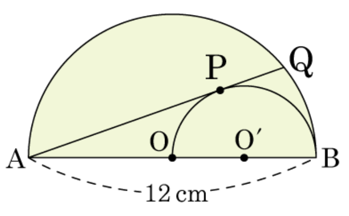
$x\times4\times\frac{1}{2}\times3=4\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$



따라서 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합은 $2\sqrt{3}$ 이다.

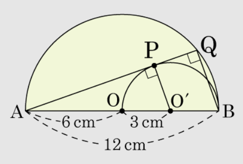
25. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 $\overline{OB}$ 를 지름으로 하는 반원 O′ 이 있다. $\overline{AQ}$ 가 반원 O′ 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



① $6\sqrt{5}\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $7\sqrt{5}\text{cm}$

④ $8\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2$ 이므로

$9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2$ $\therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$

$\angle APO' = 90°$, 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90°$

$\therefore \triangle AO'P \backsim \triangle ABQ$

$\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$

$6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$

$\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\,\text{cm})$