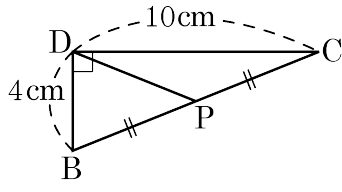


1. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?



- ☒ ① $\sqrt{29}\text{cm}$ ② $\sqrt{30}\text{cm}$ ③ $\sqrt{31}\text{cm}$
 ④ $4\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{33}\text{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서

$$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$$

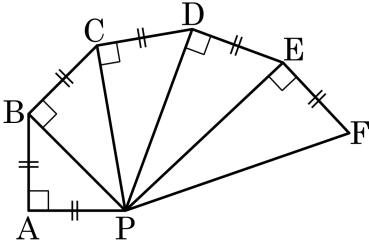
$$\overline{BC} = 2\sqrt{29}\text{cm}$$

점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}\text{cm}$

그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로

$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}\text{cm}$ 이다.

2. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?

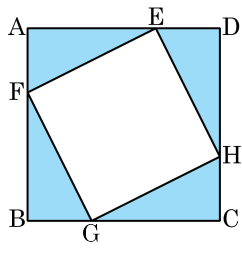


- ① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

해설

$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

3. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$, $\overline{EF} = \sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AE}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{EF}^2$ 이 성립한다.

$\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AE} = 2k$, $\overline{AF} = k$ ($k > 0$) 라 하면 $(2k)^2 + k^2 = 5$ 에서 $k = 1$ 이므로 $\overline{AF} = 1$, $\overline{AE} = 2$ 가 성립한다.

따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{AF} = 1$ 이므로 $4A = 4$ 이다.

4. 길이가 6 cm , 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm

② 10 cm

③ 100 cm

④ $2\sqrt{7}$ cm

⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.

② $x > 8$ 이면

$6 + 8 > x$ (m) 이고 $6^2 + 8^2 = x^2$

$\therefore x = 10$ (cm)

④ $x < 8$ 이면

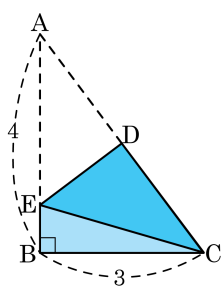
$x + 6 > 8$ 이고 $x^2 + 6^2 = 8^2$

$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ (cm)

따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변 AC를 두 점 A와 C가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$



해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$(4 - x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.

따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

6. 이차방정식 $2x^2 - ax + 1 = 0$ 의 한 근이 $\sin 60^\circ - \sin 30^\circ$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$\sin 60^\circ - \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 이므로 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 을 주어진

식의 x 에 대입하면

$$2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a + 1 = 0, \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a = 3 - \sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } a = \frac{2(3 - \sqrt{3})}{\sqrt{3} - 1} = 2\sqrt{3}$$

7. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 $\sin 90^\circ + \cos 0^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면, $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$
 $8 - 22 + a = 0$, $a = 14$

8. $y = -2\cos^2 x + 4\cos x + 5$ 가 최댓값을 가질 때, x 의 값은?(단, $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$)

① 0° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 90°

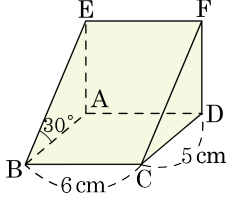
해설

$\cos x = A$ ($0 \leq A \leq 1$) 라 하면

$$y = -2A^2 + 4A + 5 = -2(A - 1)^2 + 7$$

$A = 1$ 일 때, 최댓값 7 을 가지므로 $\cos x = 1$ 일 때 $x = 0^\circ$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 6\text{ cm}$, $\overline{CD} = 5\text{ cm}$, $\angle ABE = 30^\circ$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 모든 모서리의 합은?

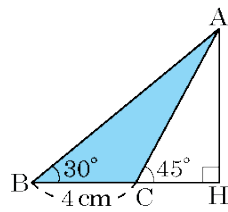


- ① $30(2 + \sqrt{3})\text{ cm}$ ② $(28 + 10\sqrt{3})\text{ cm}$
 ③ $2(13 - 5\sqrt{3})\text{ cm}$ ④ $2(13 + 5\sqrt{3})\text{ cm}$
 ⑤ $30(\sqrt{3} - 1)\text{ cm}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AE} &= \tan 30^\circ \times \overline{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{3}(\text{cm}) \\ \overline{BE} &= \frac{\overline{AB}}{\cos 30^\circ} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}) \\ \overline{BC} &= \overline{AD} = \overline{EF} = 6\text{ cm} \\ \overline{AB} &= \overline{CD} = 5\text{ cm}, \overline{AE} = \overline{DF} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\text{ cm} \\ \overline{BE} &= \overline{CF} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\text{ cm} \text{ 따라서 모든 모서리의 합은 } 18 + 10 + \frac{10\sqrt{3}}{3} + \frac{20\sqrt{3}}{3} = 28 + 10\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle ACH = 45^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 5cm^2 ② 7cm^2 ③ $3(\sqrt{2} + 1)\text{cm}^2$
 ④ $3(3 - \sqrt{2})\text{cm}^2$ ⑤ $4(\sqrt{3} + 1)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AH} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{CH} = x\text{cm}$

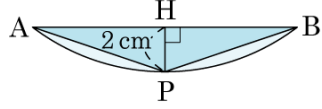
$$\triangle ABH \text{ 에서 } \tan 30^\circ = \frac{x}{4+x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}x = 4+x, (\sqrt{3}-1)x = 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{\sqrt{3}-1} = 2(\sqrt{3}+1)$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2(\sqrt{3}+1) = 4(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



- ① $7\sqrt{2}\text{cm}$
 ② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$
 ③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$
 ④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$
 ⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O를 그림에 나타내어 보면
직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서

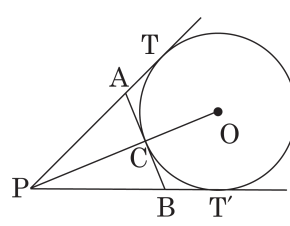
$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})\end{aligned}$$

이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{ cm}$ 이므로
 $\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{ cm}$ 이고,

$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \sqrt{(\overline{AH}^2) + (\overline{HP}^2)} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

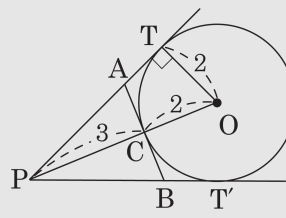
따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

- 12.** 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AB}$ 와 점 C 에서 접하고, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T' 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$ ② $\sqrt{21}\text{cm}$ ③ $2\sqrt{21}\text{cm}$
- ④ $\sqrt{29}\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설



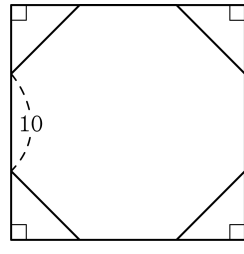
$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}, \overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로

$$\overline{\text{PT}} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$$

$$\overline{PT} = \overline{PT'} \quad \therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$$

13. 다음 그림과 같이 정사각형의 판자의 네 귀를 잘라 내어 한 변의 길이가 10 인 정팔각형을 만들었을 때, 정팔각형의 넓이는?

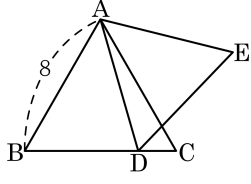
- ① $100 + 100\sqrt{2}$ ② $100 + 200\sqrt{2}$
 ③ $200 + 100\sqrt{2}$ ④ $200 + 200\sqrt{2}$
 ⑤ $200 + 200\sqrt{3}$



해설

잘라낸 판자의 변의 길이는 각각 $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 10 이다. $(10 + 10\sqrt{2})^2 - 4 \times (5\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} = 200 + 200\sqrt{2}$

14. 한 변의 길이가 8 인 정삼각형 ABC 의 변 BC 를 3 : 1 로 내분하는 점을 D 라 할 때, 선분 AD 를 한 변으로 하는 정삼각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $13\sqrt{3}$

해설

다음 그림과 같을 때, 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

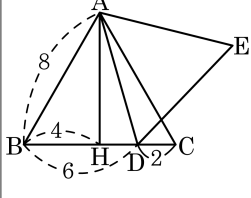
$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 4 \text{ 이므로 } \overline{DH} = 6 - 4 = 2$$

$\triangle ADH$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 2^2} = 2\sqrt{13}$$

$$\therefore \triangle ADE = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{13})^2 = 13\sqrt{3}$$



15. 사각형 ABCD 의 두 대각선 AC, BD 의 길이는 각각 5, 6 이고, 대각선 AC, BD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN} = 1$ 일 때, $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

보조선 BM 와 DM 를 그으면

$\triangle ABC$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2(\overline{BM}^2 + \overline{AM}^2) \dots ①$$

$\triangle ADC$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$$\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 = 2(\overline{DM}^2 + \overline{AM}^2) \dots ②$$

① + ② 을 하면

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2$$

$$= 2(\overline{BM}^2 + \overline{DM}^2) + 4\overline{AM}^2$$

$\triangle BMD$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$$\overline{BM}^2 + \overline{DM}^2 = 2(\overline{MN}^2 + \overline{DN}^2) \dots ③$$

$$\text{또, } \overline{AC} = 2\overline{AM} \text{ 이므로 } \overline{AC}^2 = 4\overline{AM}^2 \dots ④$$

$$\overline{BD} = 2\overline{DN} \text{ 이므로 } \overline{BD}^2 = 4\overline{DN}^2 \dots ⑤$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2$$

$$= 2(\overline{BM}^2 + \overline{DM}^2) + 4\overline{AM}^2$$

$$= 4(\overline{DN}^2 + \overline{MN}^2) + 4\overline{AM}^2 (\because ③)$$

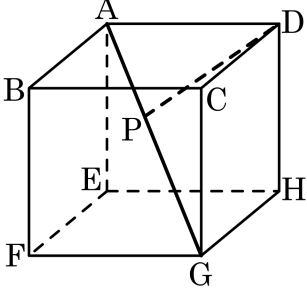
$$= 4\overline{AM}^2 + 4\overline{DN}^2 + 4\overline{MN}^2$$

$$= \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 + 4\overline{MN}^2 (\because ④, ⑤)$$

$$\text{따라서, } \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2$$

$$= 5^2 + 6^2 + 4 = 65 \text{ 이다.}$$

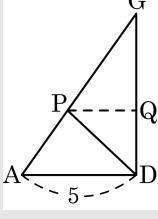
16. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체에서 대각선 AG를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 DP 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

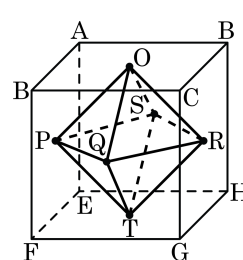
▷ 정답 : $\sqrt{17}$

해설



$\triangle ADG$ 에서 $\overline{DG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 5\sqrt{3}$ 이고,
 $(5\sqrt{2})^2 + 5^2 = (5\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.
 점 P 에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
 $\triangle GPQ$ 와 $\triangle GAD$ 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 2 : 3$ 이므로
 $\overline{QD} = 5\sqrt{2} \times \frac{2}{5} = 2\sqrt{2}$
 $\overline{PQ} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$
 따라서 $\overline{PD} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{17}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체에서 각 면의 대각선의 교점을 연결하여 만든 정팔면체 OPQRST의 부피를 구하여라.



▶ 답: cm³

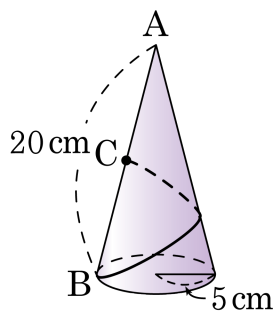
▷ 정답 : 288cm^3

해설

정팔면체의 한 모서리의 길이는 $6\sqrt{2}\text{cm}$ 이고 정사각뿔 O - PQRS 의 높이는 6cm 이므로
(정팔면체의 부피)

$$= 2 \times \left(\frac{1}{3} \times 6 \sqrt{2} \times 6 \sqrt{2} \times 6 \right) = 288 \text{ (cm}^3\text{)}$$

18. 다음 그림처럼 밑면의 반지름의 길이가 5cm 이고 모선의 길이가 20cm 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점 C 에서 원뿔을 한 바퀴 돌아 점 B 까지 가는 최단 거리를 구하여라.



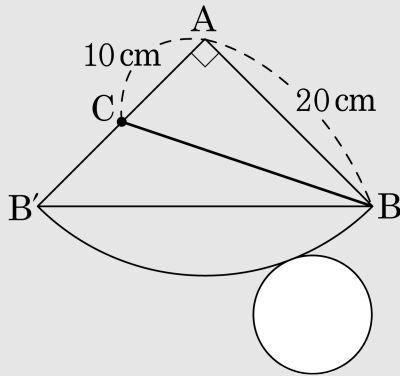
▶ 답: cm

▷ 정답 : $10\sqrt{5}\text{cm}$

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$$\frac{5}{20} \times 360^\circ = 90^\circ,$$



$$\overline{BC} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5}(\text{cm})$$

19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인
정사면체 A - BCD 에서 BC 의 중점을 E 라
하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?

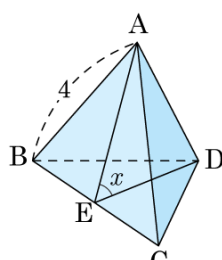
① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{1}{16}$



해설

점 A 에서 밑면 $\triangle BCD$ 에 내린 수선의 발 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게
중심이 된다.

$$\therefore EH = \frac{1}{3}ED$$

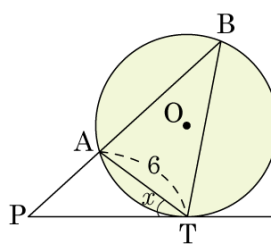
$$\triangle DBC \text{ 에서 } ED = AE = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$EH = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AEH \text{ 에서 } \cos x = \frac{EH}{AE} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$$

20. 다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 접선 이고, $\overline{AT} = 6$, $\tan x = \frac{3}{4}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7



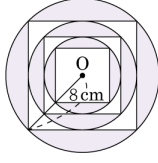
해설

$\tan x = \frac{3}{4}$ 이므로 $\sin x = \frac{3}{5}$ 이다.

원 O 의 반지름을 r 이라 하면, $x = \angle ABT$ 이므로

$\sin x = \frac{6}{2r} = \frac{3}{5}$ 이므로 원의 반지름은 5 이다.

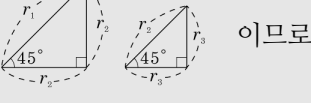
21. 다음 그림과 같이 크기가 다른 원과 정사각형들이 서로 연이어 접하고 있다. 바깥쪽 큰 원의 반지름이 8cm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 고르면?



- ① $(112\pi - 224)\text{cm}^2$
- ② $(114\pi - 228)\text{cm}^2$
- ③ $(116\pi - 232)\text{cm}^2$
- ④ $(118\pi - 236)\text{cm}^2$
- ⑤ $(120\pi - 240)\text{cm}^2$

해설

가장 바깥쪽의 원의 반지름부터 r_1, r_2, r_3 라 하면



이므로

$r_1 = 8(\text{cm})$, $r_2 = 4\sqrt{2}(\text{cm})$, $r_3 = 4(\text{cm})$ 이다.

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이부터 순서대로 x_1, x_2, x_3 라 하면

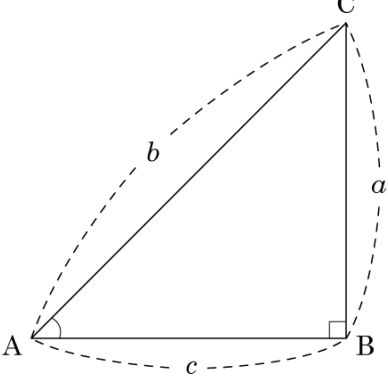
$x_1 = 2r_2 = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

$x_2 = r_1 = 8(\text{cm})$

$x_3 = r_2 = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = (64\pi - 128) + (32\pi - 64) + (16\pi - 32) = 112\pi - 224(\text{cm}^2)$

22. 다음 직각삼각형 ABC에서 참고할 때, 옳지 않은 것은?

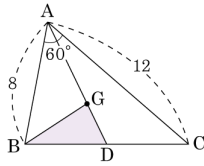


- ① $\angle A$ 와 b 를 알 때, $a = b \sin A$, $c = b \cos A$ 이다.
- ② $\angle A$ 와 c 를 알 때, $a = c \tan A$, $b = \frac{c}{\cos A}$ 이다.
- ③ $\angle A$ 와 a 를 알 때, $b = \frac{a}{\sin A}$, $c = \frac{a}{\tan A}$ 이다.
- ④ 두 변의 길이 a , c 와 끼인각 $\angle B$ 를 알 때, 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}ac \cos B$ 이다.
- ⑤ 두 변의 길이 b , c 와 끼인각 $\angle A$ 를 알 때, 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}bc \sin A$ 이다.

해설

두 변의 길이 a , c 와 끼인각 $\angle B$ 를 알 때, 삼각형의 넓이 $S = \frac{1}{2}ac \sin B$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$, $\angle BAC = 60^\circ$ 이고 점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\triangle GBD$ 의 넓이는?



- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$$\triangle ABC \text{ 의 넓이} = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 60^\circ = 24\sqrt{3}$$

G 가 무게중심이므로 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC = 12\sqrt{3}$$

$$\triangle BGD = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times 12\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

24. 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 1$, $\overline{PT} = 3$ 일 때, 삼각형 PTB 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{2}$

해설

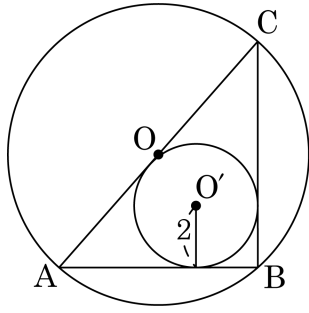
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 9 = 1 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 9$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$\text{따라서 삼각형 PTB 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3 = 9\sqrt{2}$$

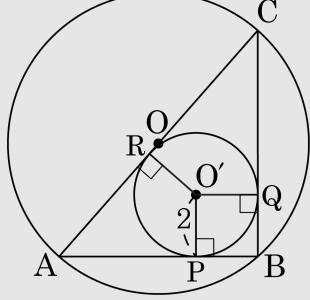
25. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 가 지름인 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 원 O'는 내접원이다. 원 O'의 반지름의 길이가 2이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 24일 때, 원 O의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



원 O'과 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA의 접점을 각각 P, Q, R이라 하고

$\overline{AP} = \overline{AR} = x$, $\overline{AC} = r$ 이라 하면

$\overline{AB} = x + 2$, $\overline{BC} = r - x + 2$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서 $r^2 = (x + 2)^2 + (r - x + 2)^2$

$\therefore x^2 - rx + 2r + 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\triangle ABC$ 의 넓이가 24이므로

$\frac{1}{2} \times (x + 2) \times (r - x + 2) = 24$

$\therefore x^2 - rx - 2r + 44 = 0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 를 하면 $4r - 40 = 0 \therefore r = 10$

따라서 원 O의 지름의 길이는 10이다.