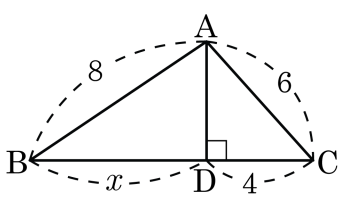
1. 다음 그림에서 x의 값은?



① 4 ② 8 ③ $2\sqrt{11}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 12

해설

△ADC 에서 $\overline{AD} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$
△ABD 에서
$x = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{64 - 20} = 2\sqrt{11}$

2. 다음 □안을 각각 순서대로 바르게 나타낸 것은?
가로, 세로, 높이가 각각 3, 4, 5 인 직육면체의 대각선의 길이는 [ ]이고, 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이는 [ ], 부피는 [ ]이다.

① $5\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$, $\frac{9\sqrt{2}}{4}$
② $5\sqrt{10}$, $2\sqrt{6}$, $\frac{3\sqrt{2}}{4}$
③ $5\sqrt{2}$, $2\sqrt{6}$, $\frac{9\sqrt{2}}{4}$
④ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{6}$, $\frac{9\sqrt{2}}{4}$
⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{6}$, $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

해설

(1) 대각선의 길이를 l 이라하면
$l = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
(2) 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이를 h , 부피를 V 라고 하면
$h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}, V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

3. 다음 그림은 반지름의 길이가 5cm 인 구이다. 구의 중심 O 로부터 4cm 거리에 있는 평면에 의해서 잘린 단면의 넓이를 구하여라.

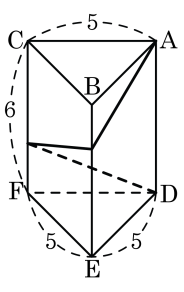
① $\sqrt{41}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $9\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $3\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $41\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $6\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

(단면 원의 반지름) $= \sqrt{5^2-4^2} = 3(\mathrm{cm})$ 이므로
(원의 넓이) $= \pi \times 3^2 = 9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF 를 반드시 순서대로 지나 점 D 에 도달하는 최단 거리를 구하면?

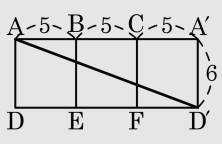


① $\sqrt{29}$ ② $2\sqrt{29}$ ③ $3\sqrt{29}$

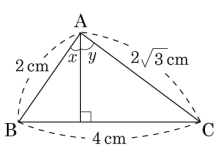
④ $4\sqrt{29}$ ⑤ $6\sqrt{29}$

해설

$\overline{AD'} = \sqrt{15^2 + 6^2} = \sqrt{225 + 36} = 3\sqrt{29}$



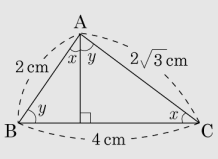
5. 다음 그림에서 $\cos x + \sin y$ 의 값을 구하여라.



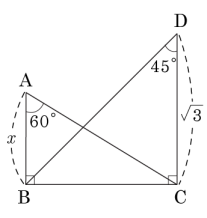
① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\cos x + \sin y = \frac{2\sqrt{3}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$



6. 다음 그림의 직각삼각형에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?



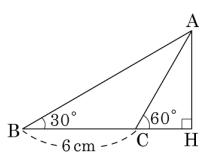
① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$\triangle BDC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \sqrt{3}$ 이다.

$\tan 60° = \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{x}, x = 1$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



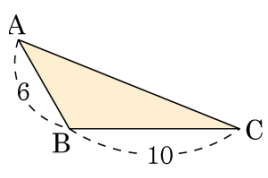
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \frac{6}{\tan(90^\circ - 30^\circ) - \tan(90^\circ - 60^\circ)} \\ &= \frac{6}{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ} \\ &= \frac{6}{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}} = 3\sqrt{3} \ (\text{cm})\end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=10$ 이고, 넓이가 $15\sqrt{3}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는? (단, $90^\circ < \angle B \le 180^\circ$)



① 95° ② 100° ③ 120°

④ 135° ⑤ 150°

해설

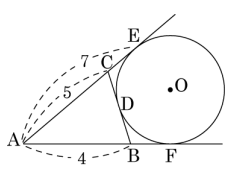
두 변의 길이가 a, b 이고 그 끼인 각 x 가 둔각이면,

삼각형의 넓이 $S=\frac{1}{2}ab\sin(180^\circ - x)$

$\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin(180^\circ - \angle B) = 15\sqrt{3}$, $30\sin(180^\circ - \angle B) = 15\sqrt{3}$

따라서 $\sin(180^\circ - \angle B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$, $\angle B = 120^\circ$ 이다.

9. 다음 그림에서 원 O 는 △ABC 의 방접원이고 점 D, E, F 는 원 O 의 접점이다.
$\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AE} = 7$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



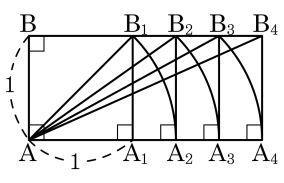
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$
$\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CE} = 3 + 2 = 5$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB_1} = \overline{AA_2}$, $\overline{AB_2} = \overline{AA_3}$, $\overline{AB_3} = \overline{AA_4}$ 일 때, $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}}$ 의 값을 구하면?



① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB_4} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

따라서 $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$ 이다.

11. 다음 (　　) 안에 알맞은 것을 고르면?

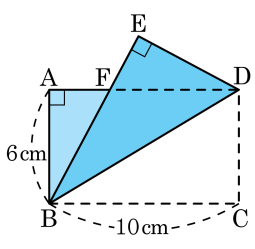
세 변의 길이가 4, 3, x 인 삼각형이 직각삼각형일 때, x 의 값은
(　) 또는 (　) 이다.

① 4, 5　② 5, $\sqrt{6}$　③ 5, $\sqrt{7}$
④ $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$　⑤ 1, 5

해설

$x = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
$x = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$

12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , BE 와 변 AD 의 교점을 F 라고 할 때, 옳지 <u>않은</u> 것은 ?



① $\overline{BE} = 10cm$

② $\overline{AD} = 2\overline{BF}$

③ $\overline{DE} = 6cm$

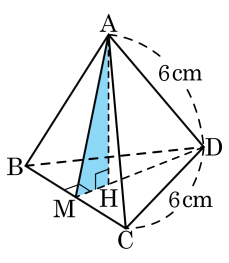
④ $\triangle BAF \equiv \triangle DEF$

⑤ $\angle EBD = \angle ADB$

해설

④ $\triangle BAF \equiv \triangle DEF$ 이므로 $\overline{BF} = \overline{DF}$
따라서 ⑤ $\angle EBD = \angle ADB$
접은 선분의 길이는 같으므로
① $\overline{BE} \equiv \overline{BC} = 10cm$, ③ $\overline{DE} = 6cm$

13. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정사면체 A – BCD 의 꼭짓점 A 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, △AMH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $3\sqrt{2}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{\text{MD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{\text{AH}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}a = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{\text{MH}} = 3\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = \sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\text{AMH} = \sqrt{3} \times 2\sqrt{6} \times \dfrac{1}{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서
$\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

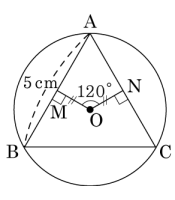
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{25}{6}$

해설

$x^2 = (x-3)^2 + 4^2$
$x^2 = x^2 - 6x + 9 + 16$
$6x = 25$
$\therefore\ x = \frac{25}{6}$

15. 다음 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\triangle ABC$의 두 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자. $\overline{OM} = \overline{ON}$이고 $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\angle MON = 120°$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하여라.



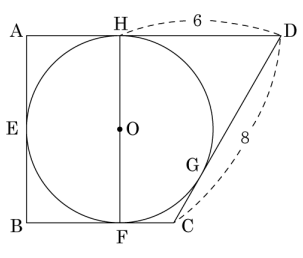
▶ 답: _____ cm

▷ 정답: 15 cm

해설

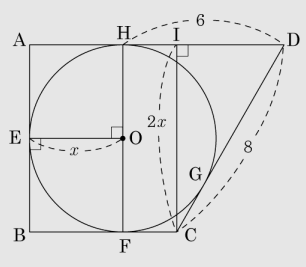
$\overline{OM} = \overline{ON}$이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\,\text{cm}$,
$\square AMON$에서 $\angle MAN = 60°$
$\triangle ABC$는 정삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 5\,\text{cm}$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 $5 \times 3 = 15(\text{cm})$이다.

16. 다음 그림과 같이 원 O 의 외접사각형 ABCD 에서 네 점 E, F, G, H 는 접점이고 선분 HF 는 원 O 의 지름이다. $\overline{CD}=8, \overline{DH}=6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



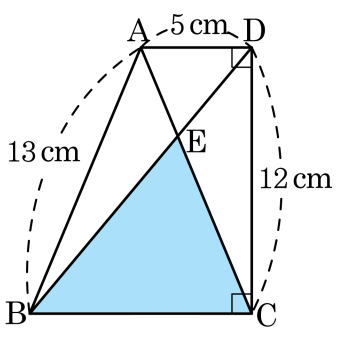
① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설



그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.
$\overline{CI}=2x$, $\overline{DH}=6$ 이므로 $\overline{DG}=6$, $\overline{HI}=\overline{CF}=\overline{CG}=2$ 이고 $\overline{DI}=4$
$\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2+4^2=8^2$ $\therefore\ x=2\sqrt{3}$

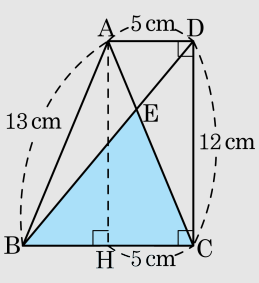
17. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2 ② 50cm^2 ③ 60cm^2

④ 70cm^2 ⑤ 80cm^2

해설



$\overline{AH} = 12\text{cm}$

$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$

$\triangle EBC \backsim \triangle EDA$($\because$ AA닮음)

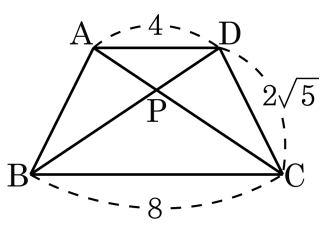
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$(\triangle EBC\text{의 넓이}) = \frac{2}{3} \times (\triangle DBC\text{의 넓이})$

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$

$= 40(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}=4, \overline{BC}=8, \overline{CD}=2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.

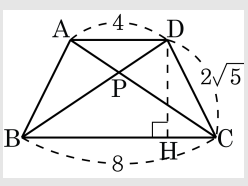


▶ 답:

▷ 정답: $\frac{32}{3}$

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면



$\overline{DH}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{20-4}=\sqrt{16}=4$

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+8)\times 4=24$

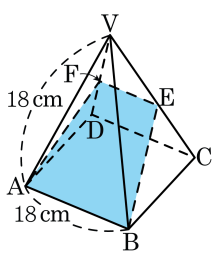
$\triangle CPB$ 와 $\triangle APD$ 에서 $\overline{AD}:\overline{BC}=2:1$ 이므로 $\triangle CBP:\triangle APD=4:1$

$\triangle APD$ 의 넓이를 a 라 하면

$\triangle ABP=2a, \triangle DPC=2a, \triangle PBC=4a$

$\therefore \triangle PBC=\square ABCD\times\frac{4}{9}=24\times\frac{4}{9}=\frac{32}{3}$

19. 다음 그림과 같이 밑면이 한 변의 길이가 18 cm 인 정사각형이고 옆면의 모서리의 길이가 18 cm 인 정사각뿔 V – ABCD 에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이는?

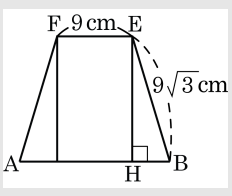


① $81\sqrt{11}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{243\sqrt{11}}{4}\,\text{cm}^2$

③ $\frac{243\sqrt{15}}{2}\,\text{cm}^2$ ④ $135\sqrt{11}\,\text{cm}^2$

⑤ $\frac{325\sqrt{15}}{2}\,\text{cm}^2$

해설



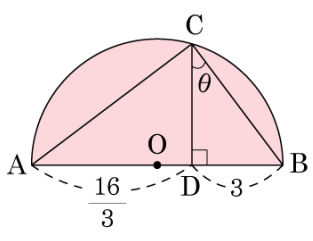
1) $\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 18 = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

2) $\overline{BH} = \frac{(18-9)}{2} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

3) $\overline{EH} = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{9\sqrt{11}}{2}(\text{cm})$

$\therefore$ □ABEF $= \frac{1}{2} \times \frac{9\sqrt{11}}{2} \times 27 = \frac{243\sqrt{11}}{4}(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 위의 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하고, $\angle DCB = \theta$, $\overline{AD} = \frac{16}{3}$, $\overline{BD} = 3$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?



① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

해설

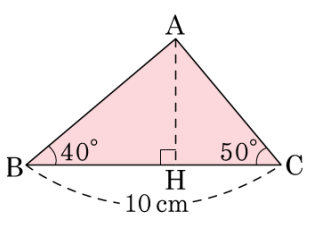
$\overline{AC} = x$ 라 하면, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 는 닮음이다.

$x : \frac{16}{3} = \frac{25}{3} : x$

$\therefore x = \frac{20}{3}$

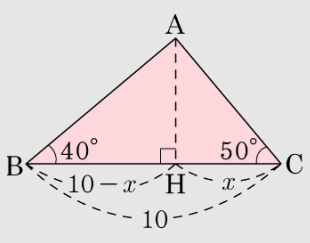
$\angle DCB = \angle CAB$ 이므로 $\cos\theta = \frac{\frac{20}{3}}{\frac{25}{3}} = \frac{4}{5}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\angle ABC = 40°$, $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는? (단, $\tan 50° = 1.2$, $\tan 40° = 0.8$)



① 2 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



$\overline{CH} = x\,\text{cm}$ 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = x\tan 50°$

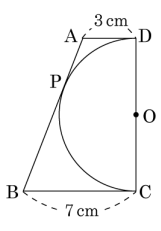
$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} = (10 - x)\tan 40°$

$x\tan 50° = 10\tan 40° - x\tan 40°$

$x(\tan 50° + \tan 40°) = 10\tan 40°$

$$\therefore x = \frac{10\tan 40°}{\tan 50° + \tan 40°} = \frac{10 \times 0.8}{1.2 + 0.8} = 4(\text{cm})$$

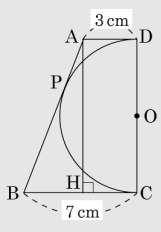
22. 다음 그림에서 점 A , B 는 원 O 위의 한 점 P 에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D 에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $5\sqrt{21}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설



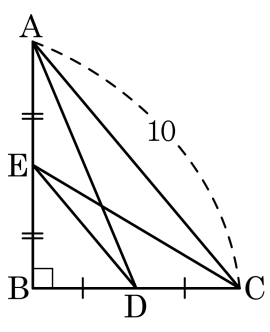
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(\text{cm})$ 이다.

$\overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로 $\overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(\text{cm})$ 이다 .

따라서 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(\text{cm}^2)$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 10$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

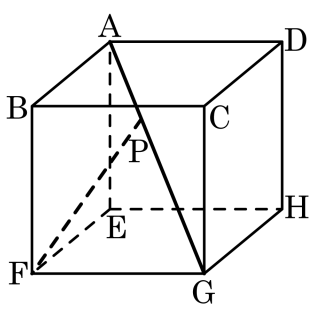
▷ 정답: 125

해설

$\overline{BE} = x$, $\overline{BD} = y$ 라고 하면
$\overline{AB} = 2x$, $\overline{BC} = 2y$
$(2x)^2 + (2y)^2 = 100$
$4x^2 + 4y^2 = 100$
$4(x^2 + y^2) = 100$ $\therefore\ x^2 + y^2 = 25$
$\overline{ED} = \sqrt{x^2 + y^2} = 5$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= \overline{ED}^2 + \overline{AC}^2 \\ &= (\sqrt{x^2 + y^2})^2 + 10^2 \\ &= x^2 + y^2 + 100 \\ &= 25 + 100 \\ &= 125\end{aligned}$$

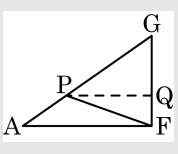
24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정육면체에서 대각선 AG 를 1 : 2 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 PF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설



△AFG 에서 $\overline{AF} = 6\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 6\sqrt{3}$ 이고,
$(6\sqrt{2})^2 + 6^2 = (6\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.
점 P 에서 $\overline{FG}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
△GPQ 와 △GAF 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 1 : 2$ 이므로

$\overline{QF} = 6 \times \frac{1}{3} = 2$

$\overline{PQ} = 6\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{2}$

따라서 $\overline{PF} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = 6$ 이다.

25. $\tan A = 2$ 일 때, $\dfrac{\cos^2 A - \cos^2(90° - A)}{1 + 2\cos A \times \cos(90° - A)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\dfrac{1}{3}$

해설

$\cos(90° - A) = \sin A$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + 2\cos A \times \sin A + \sin^2 A} \\
&= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A + \sin A)^2} \\
&= \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \ (\because\ \cos A + \sin A \neq 0) \\
&= \frac{1 - \dfrac{\sin A}{\cos A}}{1 + \dfrac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A} \\
&= -\frac{1}{3}
\end{aligned}$$