

1. 첫째항이 8, 공차가 -7 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $-7n + 1$

② $-7n + 15$

③ $-7n - 15$

④ $7n + 15$

⑤ $7n - 15$

해설

$$a_n = 8 + (n - 1) \cdot (-7) = -7n + 15$$

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 : a_9 = 2 : 5$ 일 때, a_{15} 의 값은?

① 40

② 43

③ 46

④ 49

⑤ 52

해설

첫째항을 a 라 하면 $a_n = a + (n - 1) \cdot 3$ 이므로

$$a_4 = a + 9, a_9 = a + 24$$

이때, $(a + 9) : (a + 24) = 2 : 5$ 에서

$$5(a + 9) = 2(a + 24)$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a_{15} = 1 + (15 - 1) \cdot 3 = 43$$

3. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

4. 이차방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

5. 세 수 $5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

해설

$5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 등차수열을 이루면 $4 - x$ 가 등차중항이므로

$$4 - x = \frac{(5 - 2x) + (6 + 3x)}{2}$$

$$2(4 - x) = 5 - 2x + 6 + 3x$$

$$8 - 2x = 11 + x$$

$$-3x = 3 \quad \therefore x = -1$$

6. 어떤 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합이 145, 제 11항부터 제 20항까지의 합이 445이다. 이 등차수열의 제 21항부터 제 30항까지의 합은?

① 645 ② 680 ③ 715 ④ 745 ⑤ 780

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하고 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 145 \quad \therefore 2a + 9d = 29 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$S_{20} = \frac{20(2a + 19d)}{2} = 145 + 445 = 590$$

$$\therefore 2a + 19d = 59 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $d = 3$, $a = 1$

따라서 제 21항부터 제 30항까지의 합은

$$S_{30} - S_{20} = \frac{30(2 \cdot 1 + 29 \cdot 3)}{2} - 590 = 745$$

7. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = 2n^2 - 25$ 으로 표시되는 수열 $\{a_n\}$ 의 음수인 항의 합은?

① -75 ② -76 ③ -77 ④ -78 ⑤ -79

해설

(i) $n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= (2n^2 - 25n) - \{2(n-1)^2 - 25(n-1)\} \\ &= 4n - 27 \end{aligned}$$

(ii) $n = 1$ 일 때

$$a_1 = S_1 \text{ 이므로 } a_1 = -23$$

(i), (ii) 에서 $a_n = 4n - 27$ ($n \geq 1$)

한편, $a_n = 4n - 27 < 0$ 에서 $n < \frac{27}{4} = 6.75$

따라서 첫째항부터 제 6 항까지가 음수인 항이므로 음수인 항의 합은

$$S_6 = \frac{6}{2} \{2 \times (-23) + (6-1) \times 4\} = -78$$

8. 4와 6으로 나누어떨어지는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41400

해설

4와 6으로 나누어떨어지는 수는 4와 6의 최소공배수인 12로 나누어떨어지는 수이므로 $12n$ (n 은 자연수)의 꼴이다.

이때, $100 \leq 12n \leq 1000$ 이므로

$$8.\overline{3} \leq n \leq 83.\overline{3}$$

$$\therefore n = 9, 10, 11, \dots, 83$$

그런데 $n = 9$ 일 때, $12n = 108$,

$n = 83$ 일 때, $12n = 996$ 이므로 조건을 만족하는 수는 첫째항이 108, 끝항이 996, 항수가 $83 - 9 + 1 = 75$ 인 등차수열이다.

$$\text{따라서 구하는 총합은 } \frac{75(108 + 996)}{2} = 41400$$