

1. 다음 무리함수 중 함수 $y = \sqrt{-x}$ 을 평행이동하여 얻을 수 없는 것을 고르면?

① $y = \sqrt{-x+2}$

② $y = \sqrt{-(x+1)} + 3$

③ $y = \sqrt{3-x}$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

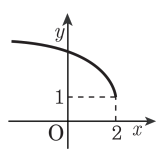
⑤ $y = \sqrt{-x} - 1$

해설

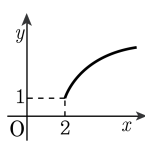
$y = \sqrt{-x}$ 에서 x 앞의 부호가 반대일 경우
평행이동하여 얻을 수 없다.

2. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

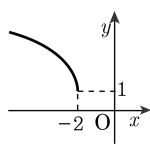
①



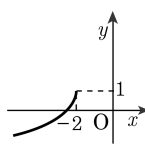
②



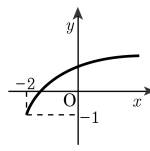
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : (2, 1)

정의역 : $x \leq 2$, 치역 : $y \geq 1$

3. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?

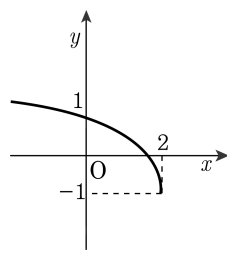
① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

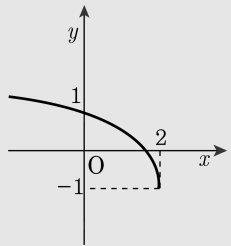
⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$



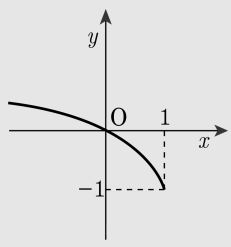
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

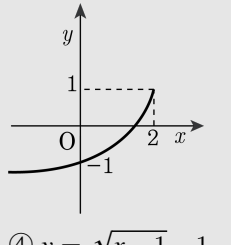
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



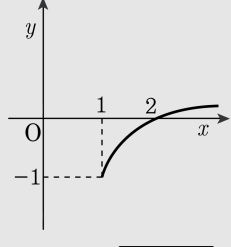
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



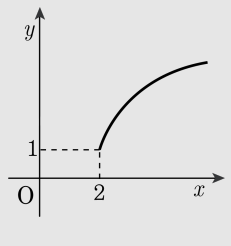
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



4. 다음 중 무리함수 $y = \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x}$ 의 정의역과 치역을 차례대로 나타낸 것을 고르면?

- ① $\{x \mid x \geq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$ ② $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$
③ $\{x \mid x \geq 1\}, \{y \mid y \leq 0\}$ ④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq 0\}$
⑤ $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \leq 1\}$

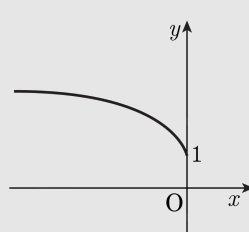
해설

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x} \\ &= \sqrt{-3x+1} + 2\sqrt{(-3x) \cdot 1} \\ &= \sqrt{-3x+1} \end{aligned}$$

따라서 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

$\therefore$ 정의역 : $\{x \mid x \leq 0\}$,

치역 : $\{y \mid y \geq 1\}$



5. $f : (x, y) \rightarrow (x - 2, y + 1)$, $g : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 일 때, 곡선 $y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 이 $g \circ f$ 에 의하여 변환된 곡선의 방정식은?

① $y = \sqrt{x - 2} - 1$

② $y = \sqrt{-x - 4} + 2$

③ $y = -\sqrt{x} - 2$

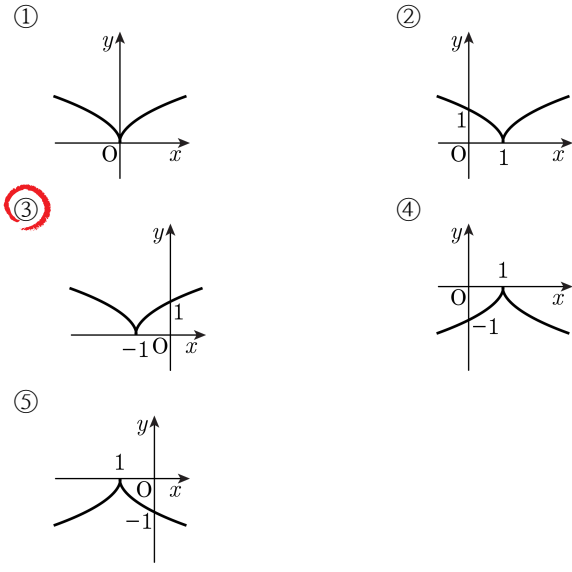
④ $y = -\sqrt{x} + 2$

⑤ $y = -\sqrt{x - 2}$

해설

$y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 은 f 에 의하여
 $y - 1 = \sqrt{-(x + 2)} + 2 + 1$
 $\therefore y = \sqrt{-x} + 2$
다시 g 에 의하여 $-y = \sqrt{-(-x)} + 2$
 $\therefore y = -\sqrt{x} - 2$

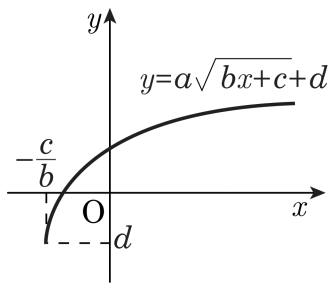
6. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$
 $x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로
3번이 정답임.

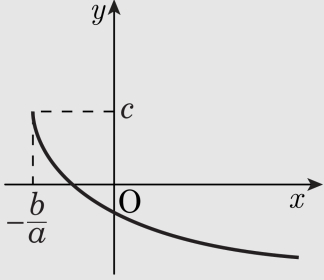
7. 함수 $y = a\sqrt{bx+c} + d$ 의 그래프의 개형이 그림과 같을 때, 함수 $y = d\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면은?



- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면 ③ 제 3사분면
 ④ 제 2, 4사분면 ⑤ 제 3, 4사분면

해설

$$\frac{-c}{b} < 0, d < 0, a > 0$$



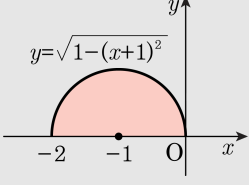
8. $y = \sqrt{1 - (x + 1)^2}$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

- ① $\frac{\pi}{4}$
- ② $\frac{\pi}{2}$
- ③ π
- ④ 2π
- ⑤ 4π

해설

$y = \sqrt{1 - (x + 1)^2}$ 에서
 $1 - (x + 1)^2 \geq 0, x^2 + 2x \leq 0$
 $\therefore -2 \leq x \leq 0$
따라서 주어진 함수의 정의역은
 $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$, 치역은 $\{y | y \geq 0\}$
 $y = \sqrt{1 - (x + 1)^2}$ 의 양변을
제곱하여 정리하면 $(x + 1)^2 + y^2 = 1$ 이므로
함수의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2}\pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2}$$



9. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$$\therefore \text{점근선은 } x = 2, y = 1$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$y = \sqrt{2x+1} \text{ 의 } \left(x \geq -\frac{1}{2}\right) \text{ 역함수는}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore \text{최솟값은 } -\frac{1}{2}$$

10. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① (1, -2)

② (-3, -1)

③ (1, 1)

④ (-2, -2)

⑤ (1, 1), (-2, -2)

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

11. 두 함수 $y = \sqrt{x+1}+2$, $y = mx$ 의 그래프가 서로 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위는 $a < m \leq b$ 이다. 이 때 $a+b$ 의 값은?

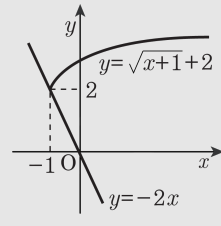
① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

다음 그림에서 두 함수의 그래프가 만나지 않으려면 m 의 값의 범위는 $-2 < m \leq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a = -2, b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$



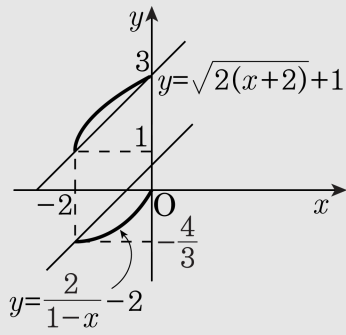
12. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$, $y = \frac{2}{1-x}-2$ 에 대하여 $y = x+r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x}-2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 과 $y = \frac{2}{1-x}-2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x+r$ 의 그래프가

$y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다

아래에 있으므로 $r < 3$

또한, $y = x+r$ 의 그래프가

$y = \frac{2}{1-x}-2$ 의 그래프보다

위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{2}{3} < r < 3$

따라서 $r_1 = \frac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$

13. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x} + 1$

② $y = \sqrt{x} - 1$

③ $y = \sqrt{x-1} + 3$

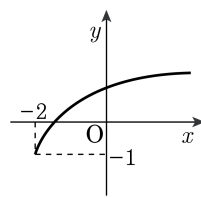
④ $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서 a 의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

14. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



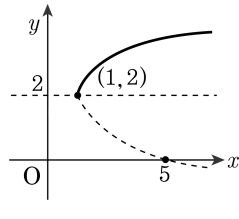
- ① $y = \sqrt{x-2} + 1$
- ② $y = \sqrt{x-2} - 1$
- ③ $y = \sqrt{x+2} + 1$
- ④ $y = \sqrt{x+2} - 1$
- ⑤ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

해설

x 축으로 -2 만큼
 y 축으로 -1 만큼 평행이동했으므로
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면
 $y = \sqrt{x+2} - 1$

15. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?

- ① $y = 2 - \sqrt{x-1}$
- ② $y = 2 + \sqrt{x-1}$
- ③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$
- ④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$
- ⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$



해설

$y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를
 x 축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한
그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ ($a > 0$) 꼴이다.
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이 (1, 2)이고 변역은 $x \geq 1, y \geq 2$ 이므로
 $x = a(y-2)^2 + 1$
점 (5, 0)을 지나므로
 $5 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = 1$
 $x = (y-2)^2 + 1 \rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$

16. 함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4)$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4) = k$ 로 놓으면

$f(k) = 4$

$\sqrt{k-1} + 2 = 4, \sqrt{k-1} = 2$

$k-1 = 4$ 에서 $k = 5$

$\therefore f^{-1}(4) = 5$

17. 다음 함수의 그래프 중 평행이동하여 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \sqrt{x}$

② $y = \sqrt{2x+1} - 1$

③ $y = \sqrt{-2x-1} - 1$

④ $y = -\sqrt{2x} + 1$

⑤ $y = -\sqrt{-2x}$

해설

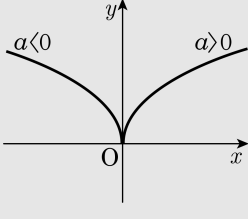
$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 m 만큼
 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면
 $y = \sqrt{2(x-m)} + n = \sqrt{2x-2m} + n$ 이 된다.

18. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
- ③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.
그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
 $a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로
①은 틀린 것이다.

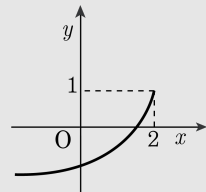


19. 좌표평면에서 무리함수 $y = -\sqrt{-x+2} + 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 1사분면, 제 2사분면
⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



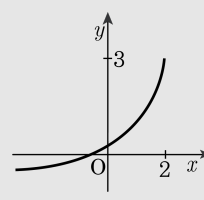
따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

20. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

- ① 1, 2 사분면
- ② 1, 4 사분면
- ③ 1, 2, 3 사분면
- ④ 2, 3, 4 사분면
- ⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 (2,3)이고 (0,1)을 지나므로
∴ 1,2,3 사분면을 지난다.

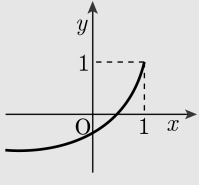


21. 다음중 함수 $y = -\sqrt{-2x+2}+1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면
- ② 제 2 사분면
- ③ 제 3 사분면
- ④ 제 4 사분면
- ⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = -\sqrt{-2(x-1)}+1$ 의 그래프는
 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 원점에 대하여
대칭이동한
다음 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는
제 2 사분면을 지나지 않는다.



22. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2$ 이므로
 $y = \sqrt{2x}$ 를 x 축으로 -3만큼
 y 축으로 -2만큼 평행이동하면 서로 일치한다.
따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로
 $\therefore n - m = 1$

23. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

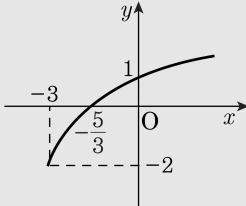
해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이다.
 $\therefore m+n = -1-2 = -3$

24. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?
- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
 - ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
 - ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
 - ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
 - ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

- ① $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면
 $y = \sqrt{14}-2$
따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14}-2\right)$ 를 지난다.
- ② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$
따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.
- ③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.
- ④ $y = \sqrt{9+3x}-2 = \sqrt{3(x+3)}-2$ 이므로
 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -3 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.
- ⑤ $y = \sqrt{9+3x}-2$ 의 그래프는
그림과 같으므로
제4 사분면을 지나지 않는다.



25. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a, y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3, b = 5$
 $\therefore a + b = 8$