

1. 다음 무리함수 중 함수 $y = \sqrt{-x}$ 을 평행이동하여 얻을 수 없는 것을 고르면?

① $y = \sqrt{-x+2}$

② $y = \sqrt{-(x+1)} + 3$

③ $y = \sqrt{3-x}$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

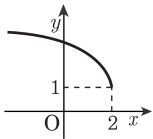
⑤ $y = \sqrt{-x} - 1$

해설

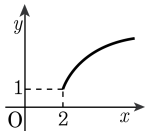
$y = \sqrt{-x}$ 에서 x 앞의 부호가 반대일 경우
평행이동하여 얻을 수 없다.

2. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

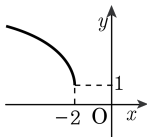
①



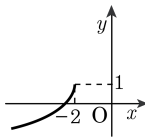
②



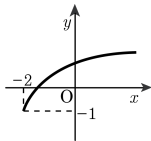
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : (2, 1)

정의역 : $x \leq 2$, 치역 : $y \geq 1$

3. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?

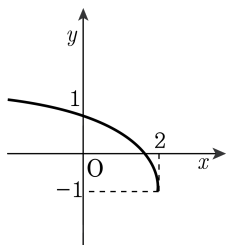
① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

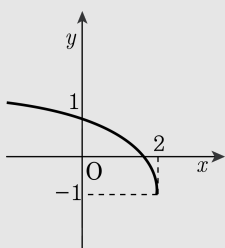
⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$



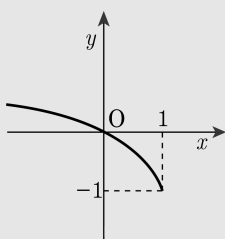
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

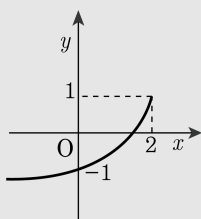
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



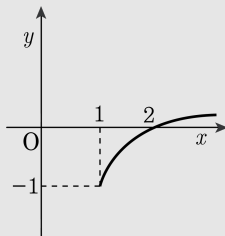
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



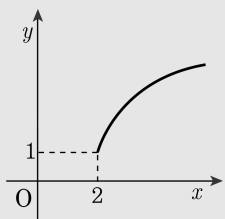
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



4. 다음 중 무리함수 $y = \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x}$ 의 정의역과 치역을 차례대로 나타낸 것을 고르면?

① $\{x \mid x \geq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

② $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

③ $\{x \mid x \geq 1\}, \{y \mid y \leq 0\}$

④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq 0\}$

⑤ $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \leq 1\}$

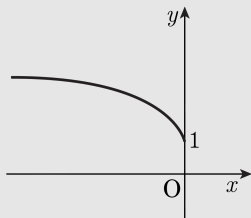
해설

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x} \\ &= \sqrt{-3x+1} + 2\sqrt{(-3x) \cdot 1} \\ &= \sqrt{-3x+1} \end{aligned}$$

따라서 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

$\therefore$ 정의역 : $\{x \mid x \leq 0\}$,

치역 : $\{y \mid y \geq 1\}$



5. $f : (x, y) \rightarrow (x - 2, y + 1)$, $g : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 일 때, 곡선 $y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 이 $g \circ f$ 에 의하여 변환된 곡선의 방정식은?

① $y = \sqrt{x - 2} - 1$

② $y = \sqrt{-x - 4} + 2$

③ $y = -\sqrt{x} - 2$

④ $y = -\sqrt{x} + 2$

⑤ $y = -\sqrt{x - 2}$

해설

$y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 은 f 에 의하여

$$y - 1 = \sqrt{-(x + 2) + 2} + 1$$

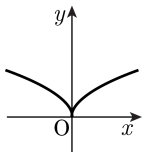
$$\therefore y = \sqrt{-x} + 2$$

다시 g 에 의하여 $-y = \sqrt{-(-x)} + 2$

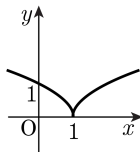
$$\therefore y = -\sqrt{x} - 2$$

6. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

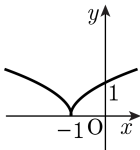
①



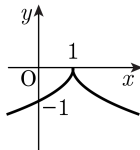
②



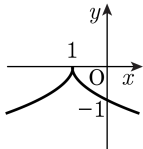
③



④



⑤



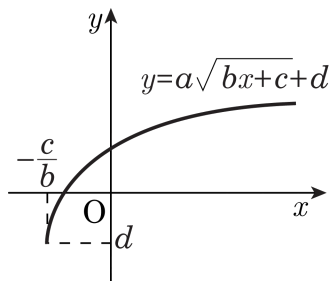
해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$

$x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로

3번이 정답임.

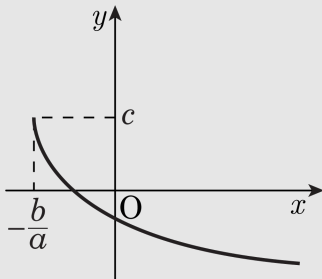
7. 함수 $y = a\sqrt{bx+c} + d$ 의 그래프의 개형이 그림과 같을 때, 함수 $y = d\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면은?



- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면 ③ 제 3사분면
 ④ 제 2, 4사분면 ⑤ 제 3, 4사분면

해설

$$\frac{-c}{b} < 0, d < 0, a > 0$$



8. $y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

① $\frac{\pi}{4}$

② $\frac{\pi}{2}$

③ π

④ 2π

⑤ 4π

해설

$y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 에서

$1 - (x+1)^2 \geq 0, x^2 + 2x \leq 0$

$\therefore -2 \leq x \leq 0$

따라서 주어진 함수의 정의역은

$\{x | -2 \leq x \leq 0\}$, 치역은 $\{y | y \geq 0\}$

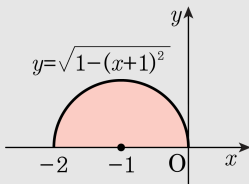
$y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 의 양변을

제곱하여 정리하면 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 이므로

함수의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2}$$



9. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

∴ 점근선은 $x = 2$, $y = 1$

∴ $a = 2$, $b = 1$

$y = \sqrt{2x+1}$ 의 $\left(x \geq -\frac{1}{2}\right)$ 역함수는

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

∴ 최솟값은 $-\frac{1}{2}$

10. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① $(1, -2)$

② $(-3, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $(-2, -2)$

⑤ $(1, 1), (-2, -2)$

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

11. 두 함수 $y = \sqrt{x+1}+2$, $y = mx$ 의 그래프가 서로 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위는 $a < m \leq b$ 이다. 이 때 $a+b$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

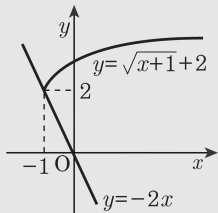
⑤ 0

해설

다음 그림에서 두 함수의 그래프가 만나지 않으려면 m 의 값의 범위는 $-2 < m \leq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a = -2, b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$



12. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$, $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 2

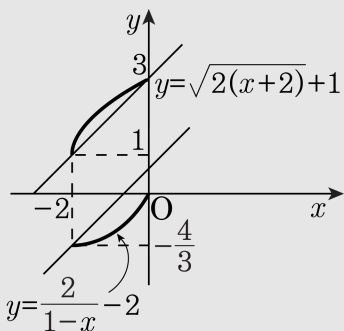
④ 3

⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다
 아래에 있으므로 $r < 3$

또한, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다

위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$

$$\therefore \frac{2}{3} < r < 3$$

따라서 $r_1 = \frac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

$$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$$

13. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x} + 1$

② $y = \sqrt{x} - 1$

③ $y = \sqrt{x-1} + 3$

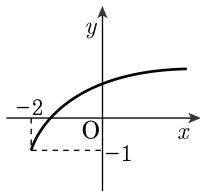
④ $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서 a 의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

14. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



① $y = \sqrt{x-2} + 1$

② $y = \sqrt{x-2} - 1$

③ $y = \sqrt{x+2} + 1$

④ $y = \sqrt{x+2} - 1$

⑤ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

해설

x 축으로 -2만큼

y 축으로 -1만큼 평행이동했으므로

x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면

$$y = \sqrt{x+2} - 1$$

15. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?

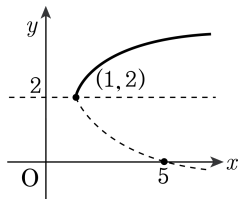
① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$



해설

$y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를

x 축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한

그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ ($a > 0$) 꼴이다.

주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이 (1, 2)이고 변역은 $x \geq 1, y \geq 2$ 이므로

$$x = a(y-2)^2 + 1$$

점 (5, 0)을 지나므로

$$5 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = 1$$

$$x = (y-2)^2 + 1 \rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$$

16. 함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4)$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4) = k$ 로 놓으면

$$f(k) = 4$$

$$\sqrt{k-1} + 2 = 4, \sqrt{k-1} = 2$$

$$k-1 = 4 \text{에서 } k = 5$$

$$\therefore f^{-1}(4) = 5$$

17. 다음 함수의 그래프 중 평행이동하여 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \sqrt{x}$

② $y = \sqrt{2x+1} - 1$

③ $y = \sqrt{-2x-1} - 1$

④ $y = -\sqrt{2x} + 1$

⑤ $y = -\sqrt{-2x}$

해설

$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼

y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$y = \sqrt{2(x-m)} + n = \sqrt{2x-2m} + n$ 이 된다.

18. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

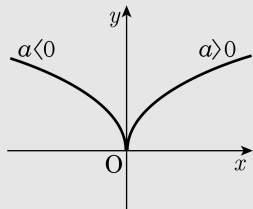
$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

그림에서 ②, ③, ④, ⑤는 참임을 알 수 있다.

그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$

$a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로

①은 틀린 것이다.



19. 좌표평면에서 무리함수 $y = -\sqrt{-x+2} + 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?

① 제 1사분면

② 제 2사분면

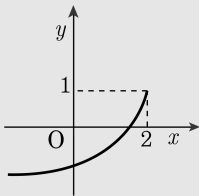
③ 제 3사분면

④ 제 1사분면, 제 2사분면

⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

20. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

① 1, 2 사분면

② 1, 4 사분면

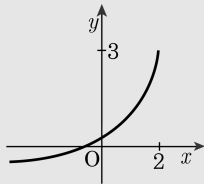
③ 1, 2, 3 사분면

④ 2, 3, 4 사분면

⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 $(2, 3)$ 이고 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $\therefore$ 1, 2, 3 사분면을 지난다.



21. 다음중 함수 $y = -\sqrt{-2x+2}+1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = -\sqrt{-2(x-1)}+1$ 의 그래프는

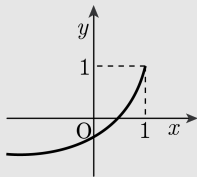
$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 원점에 대하여
대칭이동한

다음 x 축의 방향으로 1 만큼,

y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로

그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는

제 2 사분면을 지나지 않는다.



22. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$y = \sqrt{2x}$ 를 x 축으로 -3 만큼

y 축으로 -2 만큼 평행이동하면 서로 일치한다.

따라서 $m = -3, n = -2$ 이므로

$$\therefore n - m = 1$$

23. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -1

④ 0

⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.

$$\therefore m+n = -1-2 = -3$$

24. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14} - 2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

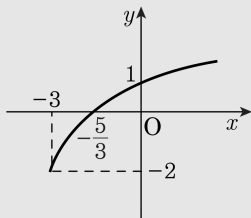
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



25. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.

즉, $a = 3$, $b = 5$

$\therefore a + b = 8$