1. 어떤 기차가 대전역에 정시에 도착할 확률은 $\frac{1}{4}$, 정시보다 빨리 도착할 확률은 $\frac{3}{8}$ 일 때, 한 번은 늦게, 한 번은 빨리 도착할 확률은?

① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{9}{32}$ ③ $\frac{9}{64}$ ④ $\frac{3}{64}$ ⑤ $\frac{13}{32}$

해설

정시 보다 늦게 도착할 확률은 $1-\frac{2}{8}-\frac{3}{8}=\frac{3}{8}$

한 번은 늦게, 한 번은 빨리 도착할 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}\times 2=\frac{9}{32}$

2. 5 명의 친구 A, B, C, D, E 가 이인삼각 달리기 경기를 하려고 한다. 한 명은 심판을 보고 2 명씩 팀을 짜서 청팀과 백팀이 달리기를 하려고 한다. C 가 심판을 보고 B 와 D 가 백팀이 되는 확률은?

① $\frac{1}{20}$　② $\frac{1}{30}$　③ $\frac{1}{40}$　④ $\frac{1}{50}$　⑤ $\frac{1}{60}$

해설

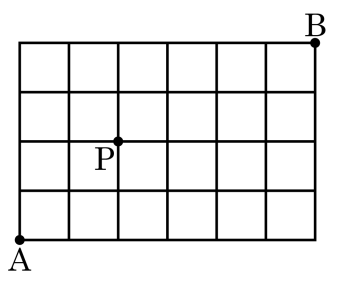
C 가 심판을 맡을 확률 : $\frac{1}{5}$

A, B, D, E 중 B 와 D 가 팀이 될 확률 : $\frac{1}{6}$

B 와 D 가 백팀이 될 확률 : $\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률 : $\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{60}$

3. 다음 그림과 같이 A 와 B 를 연결한 그물 모양의 도로가 있다. A 에서 B 로 가는 최단 경로 중 점 P 를 반드시 거쳐서 가는 경우의 개수와, 점 P 를 반드시 지나가지 않는 경우의 개수의 차를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

(1) 점 P 를 반드시 거쳐서 가는 경우의 개수는

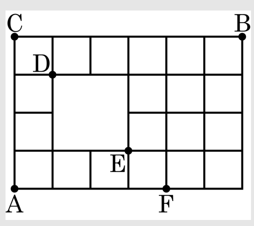
A 에서 P 까지 가는 경우 : $\dfrac{4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1}=6$(가지)

P 에서 B 까지 가는 경우 : $\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times4\times3\times2\times1}=15$(가지)

따라서 $6\times15=90$ 가지이다.

(2) 점 P 를 반드시 지나가지 않는 경우의 개수는

P 를 지나는 선이 모두 없다고 생각하면 다음 그림과 같으므로



A → C → B 의 경우 : 1 가지

A → D → B 의 경우 :

$\dfrac{4\times3\times2\times1}{1\times3\times2\times1}\times\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{1\times5\times4\times3\times2\times1}=24$(가지)

A → E → B 의 경우 :

$\dfrac{4\times3\times2\times1}{1\times3\times2\times1}\times\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1\times3\times2\times1}=80$(가지)

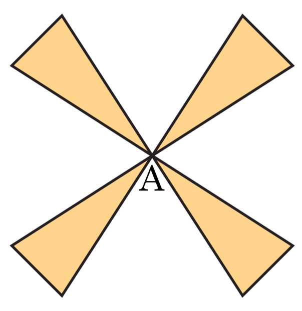
A → F → B 의 경우 :

$1\times\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times4\times3\times2\times1}=15$(가지)

따라서 $1+24+80+15=120$(가지)이다.

따라서 차는 $120-90=30$이다.

4. 다음과 같은 그림을 그릴 때, 점 A 에서 출발하여 연필을 떼지 않고 한 번에 그리는 방법의 수를 구하여라. (단, 한 번 그린 선은 중복해서 그리지 않고, 그리는 방향도 구분한다.)



▶ 답: 가지

▷ 정답: 384가지

해설

4 개의 날개를 각각 ①, ②, ③, ④라 하면 ①, ②, ③, ④의 날개를 그리는 순서를 정하는 경우의 수는
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
이때, 각 날개는 시계 방향으로 그리거나 시계 반대 방향으로 그리는 2 가지 경우가 있으므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ 384 (가지) 이다.

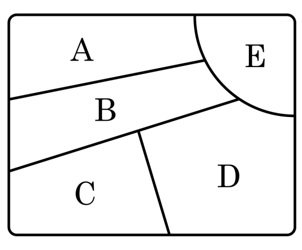
5. 어떤 시험에 ○ , × 문제가 5 개나왔다. 이 문제를 어느 학생이 임의대로 답할 때, 적어도 두 문제 이상 맞힐 확률은?

① $\frac{3}{4}$　② $\frac{5}{8}$　③ $\frac{13}{16}$　④ $\frac{15}{16}$　⑤ $\frac{5}{32}$

해설

한 문제도 맞히지 못할 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$, 한 문제만 맞힐 확률은 $5\times\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{32}$, 그러므로 구하는 확률은 $1-\left(\frac{1}{32}+\frac{5}{32}\right) = \frac{13}{16}$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 사각형 안에 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 다섯 가지 색을 이웃하는 면에만 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠할 수 있는 모든 경우의 수는?



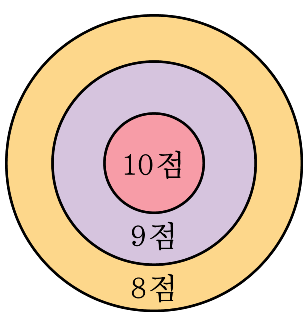
① 120가지 ② 240가지 ③ 360가지
④ 480가지 ⑤ 540가지

해설

서로 같은 색을 칠할 수 있는 순서쌍은 A – C, A – D, C – E가 있다.
5가지 색을 사용하는 경우 : $5\times4\times3\times2\times1=120$ (가지)
4가지 색을 사용하는 경우 : $3\times(5\times4\times3\times2)=360$ (가지)
3가지 색을 사용하는 경우 : $5\times4\times3=60$ (가지)
$\therefore\ 120+360+60=540$ (가지)

7. 정희와 용현이가 세 발씩 쏜 뒤, 승부를 내는 양궁 경기를 하고 있다. 정희가 먼저 세 발을 쐈는데 27 점을 기록하였다. 용현이가 이길 확률을 구하여라.

(단, 용현이가 10 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{5}$, 9 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{3}$, 8 점을 쏠 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{14}{75}$

해설

용현이가 이기려면 28점 이상을 기록해야 하므로 (8 점, 10 점, 10 점), (9 점, 9 점, 10 점), (9 점, 10 점, 10 점), (10 점, 10 점, 10 점)을 쏴야한다.

(1) 8 점, 10 점, 10 점이 되는 경우 : (8 점, 10 점, 10 점), (10 점, 8 점, 10 점), (10 점, 10 점, 8 점), 세 경우가 있으므로 $3\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{9}{125}$

(2) 9 점, 9 점, 10 점이 되는 경우 :
(9 점,9 점,10 점), (9 점,10 점,9 점), (10 점,9 점,9 점) 세 경우가 있으므로 $3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

(3) 9 점, 10 점, 10 점이 되는 경우 :
(9 점,10 점,10 점), (10 점,9 점,10 점), (10 점,10 점,9 점) 세 경우가 있으므로 $3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{25}$

(4) 10 점, 10 점, 10 점이 되는 경우 : $\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{125}$

$\therefore \frac{9}{125}+\frac{1}{15}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}=\frac{14}{75}$

8. 사건 A가 일어날 확률이 $\frac{1}{3}$, 사건 B가 일어날 확률이 $\frac{3}{4}$이라고 할 때, 두 사건 중 한 가지 사건만 일어날 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{12}$

해설

i) 사건 A가 일어나고, 사건 B가 일어나지 않을 확률 : $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

ii) 사건 A가 일어나지 않고, 사건 B가 일어날 확률 : $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{7}{12}$ 이다.

9. A, B, C 중학교에서 4명씩 선발하여 달리기 시합을 한다. 각 학교별로 시합을 하여 2명씩 다시 선발한다고 할 때, 최종 시합에 나가게 되는 학생들을 선발하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 216가지

해설

각 학교별로 2명씩 선발하는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지) 이고, 세 학교가 동시에 2명을 선발하므로 총 경우의 수는 $6\times6\times6=216$(가지) 이다.

10. a, a, a, b, c, d 의 6 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 같은 문자끼리 이웃하지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

모든 경우의 수 :

$\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}=120$(가지)

같은 문자끼리 이웃하지 않기 위해서는 b, c, d를 일렬로 세운 후, 그 사이 사이에 a를 나열하면 된다.

$(3\times2\times1)\times\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=24$(가지)

따라서, 구하는 확률은 $\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$

11. 1 에서 8 까지의 숫자가 한번씩 적힌 8 장의 카드가 있다. 처음 뽑은 숫자를 x , 두 번째 뽑은 숫자를 y 라 할 때, $2x+y=12$ 가 될 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 하자. $|9b-a|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

전체 경우의 수 : $8\times 7=56$(가지)

$2x+y=12$ 가 될 경우 : (2, 8), (3, 6), (5, 2) 의 3 가지

$\therefore \frac{3}{56}$

$\therefore a=56,\ b=3$

$\therefore |9b-a|=29$

12. 국번이 777 인 전화번호는 0000 에서 9999 까지 모두 10000 개가 있다. 이 중에서 0 과 1 을 모두 포함하고 있는 전화번호의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 974 개

해설

0 을 포함하지 않는 수의 개수 : $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$(개)
1 을 포함하지 않는 수의 개수 : $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$(개)
0 과 1 을 모두 포함하지 않는 수의 개수 : $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4096$(개)
$\therefore 10000 - (2 \times 6561 - 4096) = 974$(개)

13. 1 ~ 5 까지의 숫자가 적힌 5 개의 공이 A, B, C, D, E 의 5 개 칸에 일렬로 놓여있다. 이 공을 다음과 같은 규칙으로 다시 배열하려고 한다.

㉠ A, B 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 A 가 크면 A 와 B 를 바꾸고, B 가 크면 그대로 둔다. ㉡ B, C 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 B 가 크면 B 와 C 를 바꾸고, C 가 크면 그대로 둔다. ㉢ C, D 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 C 가 크면 C 와 D 를 바꾸고, D 가 크면 그대로 둔다. ㉣ D, E 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 D 가 크면 D 와 E 를 바꾸고, E 가 크면 그대로 둔다.

이때, 처음에 C 위치에 있던 공이 다시 배열한 후에는 E 위치에 오게 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

5 개의 공을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는 120 가지
처음에 임의로 놓여있던 공들이 ㉠ ~ ㉣ 의 과정을 거치면 언제나 가장 큰 공이 맨 뒤에 오게 된다.
따라서 C 가 E 의 위치에 오므로 C 의 앞에 A, B, D, E 를 배열시키는 확률을 구하면 된다.
A, B, D, E 를 배열시키는 경우의 수는 24 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$ 이다.

14. 1에서 10까지의 수가 각각 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음 중 경우의 수가 가장 적은 것은?

① 4의 배수의 눈이 나오는 경우의 수
② 10의 약수인 눈이 나오는 경우의 수
③ 홀수인 눈이 나오는 경우의 수
④ 소수인 눈이 나오는 경우의 수
⑤ 5보다 큰 수의 눈이 나오는 경우의 수

해설
① (4, 8) 2가지
② (1, 2, 5, 10) 4가지
③ (1, 3, 5, 7, 9) 5가지
④ (2, 3, 5, 7) 4가지
⑤ (6, 7, 8, 9, 10) 5가지

15. 0부터 5까지의 숫자가 적힌 6장의 카드에서 3장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들 때, 다음 중 그 개수가 서로 같은 것을 골라라.

㉠ 150보다 작은 정수의 개수
㉡ 450보다 큰 정수의 개수
㉢ 백의 자리가 3인 정수의 개수
㉣ 십의 자리가 2인 정수의 개수

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ (150보다 작은 정수의 개수)= (백의 자리가 1인 정수의 개수)− (백의 자리가 1 , 십의 자리가 5인 정수의 개수)= $20-4=16$ (개)
㉡ 450보다 큰 정수의 개수= (백의 자리가 5 인 정수의 개수)+ (백의 자리가 4이고 450 보다 큰 정수의 개수)= $20+3=23$ (개)
㉢ (백의 자리가 3인 정수의 개수)= $5\times4=20$ (개)
㉣ (십의 자리가 2인 정수의 개수)= $4\times4=16$ (개)

16. 6 개의 의자가 있는 고사실에 6 명의 수험생이 임의로 앉을 때, 3 명만이 자기 수험 번호가 적힌 자리에 앉고 나머지 3 명은 남의 자리에 앉게 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 40 가지

해설

6 명 중 3 명이 자기 자리에 앉는 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$ (가지)
이 때, 남은 세 사람이 다른 사람의 자리에 앉는경우의 수는 2 가지이므로
구하는 경우의 수는 $20\times2=40$ (가지)