

1. $\sqrt{24-x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$$\begin{aligned} 24-x &= 0, 1, 4, 9, 16 \\ \therefore x &= 24, 23, 20, 15, 8 \end{aligned}$$

2. 밑변의 길이가 $a\sqrt{5} + \sqrt{3}$, 높이가 $2\sqrt{3}$ 인 삼각형의 넓이가 $2\sqrt{15} + 3$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{삼각형의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (\text{높이}) \\ &= \frac{1}{2}(a\sqrt{5} + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$a\sqrt{15} + \sqrt{9} = 2\sqrt{15} + 3$$

$$\therefore a = 2$$

3. $a - b = 3$ 일 때, $a^2 - 2ab + a + b^2 - b - 5$ 의 값을 구하면?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 2ab + b^2 + a - b - 5 \\ &= (a - b)^2 + (a - b) - 5 \\ &= 3^2 + 3 - 5 = 7 \end{aligned}$$

4. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

$2x^2 + 6x + 10 = 0$

- ① $\frac{3}{5}$
- ② 3
- ③ $-\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{1}{5}$
- ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{3}{5}$$

5. 다음 이차함수에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

$\textcirc�$ $y = -2x^2$

$\textcirc�$ $y = \frac{1}{2}x^2$

$\textcirc�$ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$

$\textcirc�$ $y = 4x^2 - 1$

$\textcirc�$ $y = 3(x - 1)^2$

- ① $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$
- ② $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$
- ③ $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$
- ④ $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$
- ⑤ $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

6. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 최댓값은?

① 3

② 4

③ -1

④ 0

⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이므로 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$
- ㉡

$-\sqrt{60}\times\sqrt{\frac{2}{3}}=-4\sqrt{10}$
- ㉢

$\sqrt{3}\times\sqrt{12}=6$
- ㉤

$\sqrt{0.1}\times\sqrt{0.9}=\sqrt{0.09}=0.03$
- ㉥

$3\sqrt{5}\times2\sqrt{7}=6\sqrt{35}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

㉡

$$\begin{aligned} -\sqrt{60}\times\sqrt{\frac{2}{3}} &= -\sqrt{60\times\frac{2}{3}} \\ &= -\sqrt{40} = -2\sqrt{10} \end{aligned}$$

㉤

$$\sqrt{0.1}\times\sqrt{0.9} = \sqrt{0.09} = 0.3$$

8. 두 식 $a^2b + ab - a - 1$, $a^2 - ab + a - b$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 1$

해설

$$\begin{aligned} a^2b + ab - a - 1 &= ab(a + 1) - (a + 1) \\ &= (a + 1)(ab - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - ab + a - b &= a(a - b) + (a - b) \\ &= (a - b)(a + 1) \end{aligned}$$

9. 정수 a 에 대해서 $a^2 + 6a - 27$ 의 절댓값이 소수이다. a 가 될 수 있는 정수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$a^2 + 6a - 27 = (a + 9)(a - 3)$ 의 절댓값이 소수이므로 a 가 될 수 있는 수는 $4, 2, -8, -10$ 이다.
따라서 합은 -12 이다.

10. 다항식 $(a+b)^2 - (a+b)a - 2a^2$ 을 다항식 두 개의 곱으로 나타낼 때 두 식을 다음 중에서 고르면?

- ① $(2a-b)$
- ② $(b-a)$
- ③ $(a+b)$
- ④ $(2a+b)$
- ⑤ $2a$

해설

$a+b = x$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} x^2 - ax - 2a^2 &= (x-2a)(x+a) \\ &= (a+b-2a)(a+b+a) \\ &= (b-a)(2a+b) \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이 점 (2, 8) 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 + q \text{ 에 } (2, 8) \text{ 을 대입하면 } 8 = \frac{1}{2} \times 4 + q$$

$$\therefore q = 6$$

13. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, b)$ 가 된다. 상수 a, b 의 차 $a-b$ 의 값을 구하면?

① -4 ② 2 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{2}{3}(x-4-a)^2 + 5-3$ 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(4+a, 2)$ 이다.

따라서 $4+a=2$, $a=-2$, $b=2$ 이다.

$\therefore a-b = (-2)-2 = -4$

14. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

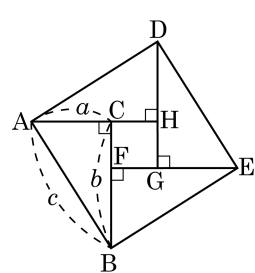
해설

$$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$$

$$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$$

따라서 m 의 최댓값은 1이다.

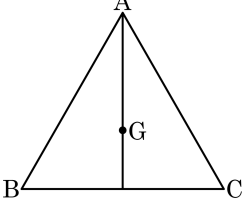
15. 다음 그림과 같이 합동인 4개의 직각삼각형을 맞추어 정사각형 ABED를 만들면 □CFGH의 넓이는 □ABED의 넓이의 $\frac{1}{13}$ 배가 된다. $b = 6\text{ cm}$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?
- ① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
 ④ 5 cm ⑤ 6 cm



해설

$\overline{CH}$ 의 길이를 x 라고 하면, $a = 6 - x$ 이다.
 $c^2 = a^2 + b^2 = (6 - x)^2 + 6^2 = x^2 - 12x + 72$
 $c = \sqrt{x^2 - 12x + 72}$
 $\square ABED = x^2 - 12x + 72$, $\square CFGH = x^2$
 $13x^2 = x^2 - 12x + 72$, $12x^2 + 12x - 72 = 0$, $(3x + 9)(4x - 8) = 0$,
 $x = 2$
 $\therefore \overline{CH} = 2\text{ cm}$

16. 다음 그림에서 점 G는 정삼각형 ABC의 무게중심이다. 정삼각형 ABC의 넓이는 $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6cm

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면 $27\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \therefore a = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9(\text{cm})$

$\therefore \overline{AG} = \frac{2}{3} \times 9 = 6(\text{cm})$

17. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

18. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10-4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

19. 임의의 실수 x 의 정수 부분이 a 일 때, $[x] = a$ 로 나타내기로 한다.
 $2 \leq x < 3$ 일 때, 방정식 $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \leq x < 3$ 이므로 $[x] = 2$ 이다.

$[x] = 2$ 를 대입하면 $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면
 $(2x - 5)(x + 2) = 0$ 이다.

$\therefore x = \frac{5}{2}$ ($\because 2 \leq x < 3$)

20. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서
 $x^2 + 4ax = -b$
 $x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$
 $(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$
 $x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$
 $\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$
따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면
 $\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$
 $\therefore b = -8$
따라서 $a - b = 7$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

22. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800 , 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

23. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2,1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4,4}$	$\sqrt{3}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

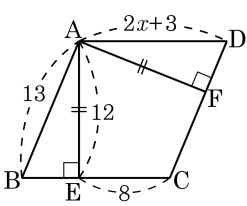
해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2,1 = $\sqrt{4,41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$ = $\sqrt{\frac{10}{9}}$ = $\sqrt{1,1}$	$\sqrt{4,4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 한다. $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, $\overline{EC} = 8$ 일 때, $\overline{AD} = 2x + 3$ 이다. x 의 값을 구하여라.



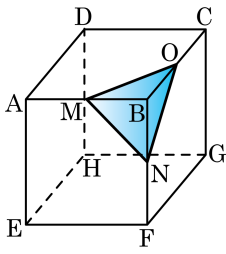
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\triangle ABE$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이다.
 $\overline{BC} = 5 + 8 = 13$ 이므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
 $\overline{AD} = 2x + 3 = 13$, $x = 5$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 16 인 정육면체에서 점 M, N, O 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle MNO$ 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 일 때 $a \times b$ 의 값을 구하여라.(단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 96$

해설

점 M, N, O 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로

$$\overline{MB} = \overline{BN} = \overline{BO} = 8$$

$$\text{따라서 } \overline{MN} = \overline{MO} = \overline{NO} = 8\sqrt{2}$$

$$\triangle MNO \text{의 넓이는 } \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 = 32\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a \times b = 96 \text{ 이다.}$$