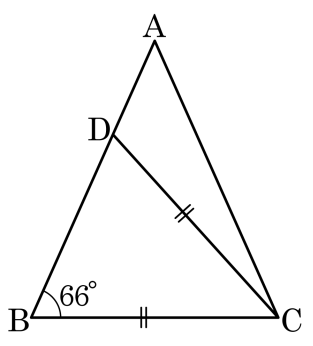
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{CD}$이고 $\angle B = 66°$일 때, $\angle ACD$의 크기는?

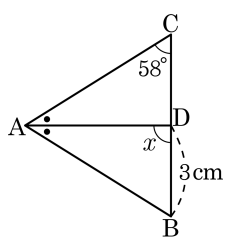


① 10° ② 15° ③ 18° ④ 23° ⑤ 25°

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\angle BCD = 180° - 2 \times 66° = 48°$
또한 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 66°$
$\therefore \angle ACD = 66° - 48° = 18°$

2. 다음 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
그림을 보고 옳은 것을 모두 고른 것은?



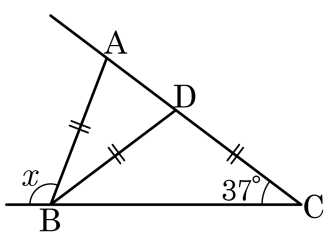
㉠ $\overline{CD} = 3\text{cm}$	㉡ $\angle x = 90°$
㉢ $\angle BAC = 32°$	㉣ $\overline{AC} \perp \overline{BC}$

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = 3\text{cm}$
㉡ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이므로 $\angle x = 90°$
㉢ $\angle BAC = 180° - 2 \times 58° = 64°$
㉣ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 사이의 각이 $58°$ 이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 는 수직이 아니다.

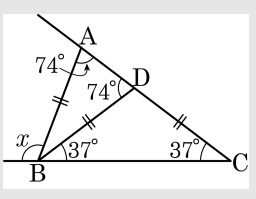
3. 아래 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{DC}$ 이고 $\angle DCB = 37°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 111°

해설



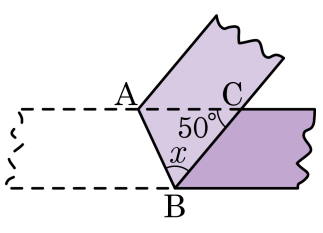
$\angle DBC = \angle DCB = 37°$ 이므로

$\triangle BCD$ 에서 , $\angle ADB = 37° + 37° = 74°$ 이고,

$\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = \angle BDA = 74°$

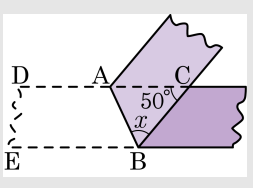
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x = 74° + 37° = 111°$

4. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

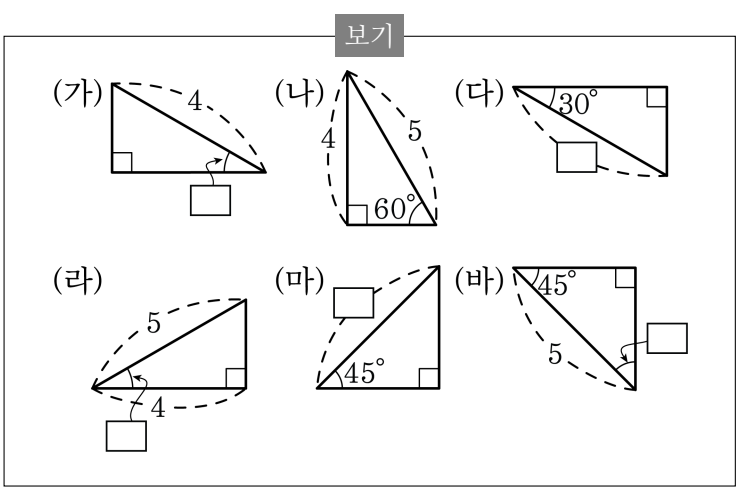
$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

5. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

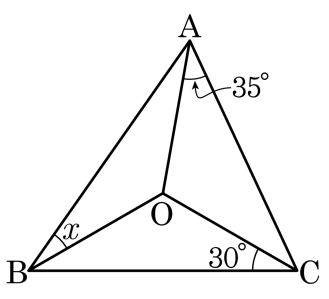


① (가) 30 °　② (다) 4　③ (라) 60 °
④ (마) 5　⑤ (바) 55 °

해설

③ (라) 30°
⑤ (바) 45°

6. 다음 그림고 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이다. $\angle OAC = 35°$, $\angle OCB = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : _____ °

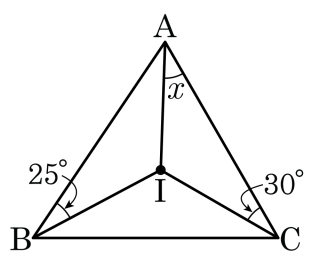
▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle OAC + \angle OCB + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 90° - 35° - 30° = 25°$

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① $30°$ ② $31°$ ③ $32°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

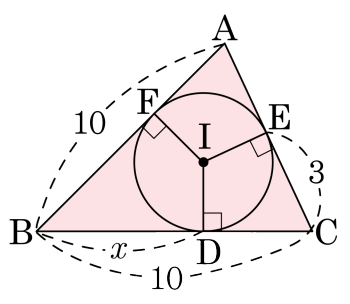
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



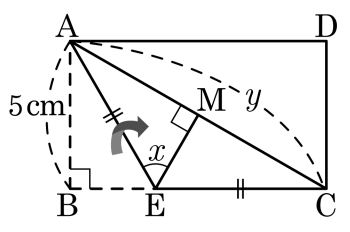
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

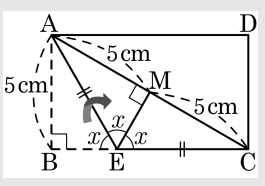
점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{CE} = \overline{CD} = 3$ 이다.
$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = x + 3 = 10$
$\therefore x = \overline{BD} = 7$

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AM}$, $\angle AEM = \angle CEM$ 일 때, $\angle x$ 와 y 의 값은 각각 얼마인가?



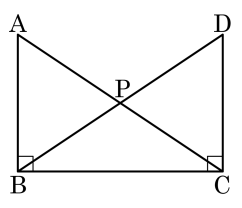
① 45°, 10cm ② 45°, 5cm ③ 60°, 10cm
④ 60°, 5cm ⑤ 30°, 10cm

해설



$3\angle x = 180°$ 이므로 $\angle x = 60°$ 이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $y = 5 + 5 = 10(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 할 때, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{DB}$이면 $\triangle PBC$는 어떤 삼각형인가?

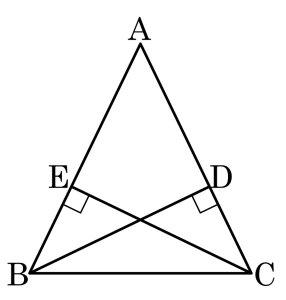


① 정삼각형
② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형
④ 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
i) $\overline{AC} = \overline{DB}$
ii) $\angle ABC = \angle DCB = 90°$
iii) $\overline{AB} = \overline{DC}$
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB$ 이므로
$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



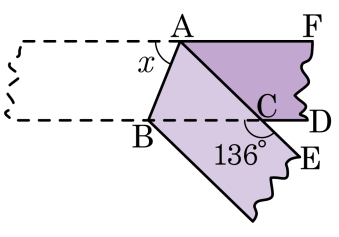
(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{(가)}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{(나)}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{(다)} = 90°$) ⋯㉠
($\angle B = \boxed{(라)}$) ⋯㉡
$\boxed{(마)}$는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$　② (나) $\overline{CE}$　③ (다) $\angle BDA$
④ (라) $\angle C$　⑤ (마) $\overline{BC}$

해설

(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{\overline{AC}}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{\overline{CE}}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{\angle CEB} = 90°$) ⋯㉠
($\angle B = \boxed{\angle C}$) ⋯㉡
$\boxed{\overline{BC}}$는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

12. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle BCE = 136°$ 일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



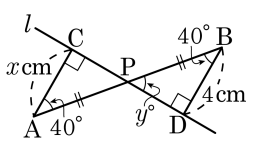
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 68°

해설

$\angle BAC = \angle x$ (종이 접은 각)
$\angle ABC = \angle x$ (엇각)
$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle x$
따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
$\angle ACB = 180° - 136° = 44°$
$\therefore \ \angle x = \frac{1}{2}(180° - 44°) = 68°$

13. 다음 그림과 같이 선분 $\overline{AB}$ 의 양 끝점 A, B 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 P 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 한다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\angle PAC = 40°$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

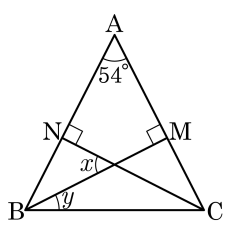


① 36 ② 44 ③ 46 ④ 54 ⑤ 58

해설

$\triangle PAC$ 와 $\triangle PBD$ 에서
$\angle PCA = \angle PDB = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{PA} = \overline{PB} \cdots$ ㉡
$\angle CPA = \angle DPB = y° \cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle PAC \equiv \triangle PBD$(RHA)
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle y = 180 - 40 - 90 = 50°$,
$x = 4$ 이므로 이를 합하면 54 이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 54°$ 인 이등변삼각형이다. 점 B, C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는 ?

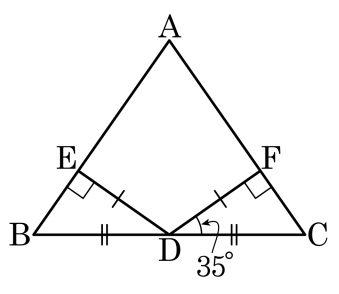


① 81° ② 82° ③ 86° ④ 88° ⑤ 90°

해설

$\triangle BNC \equiv \triangle CMB$ (RHA 합동)
$\triangle BMC$ 에서 $\angle MCB = 63°, y = 27°$
$\angle MCN = 63° - 27° = 36°$
$\therefore x = 180° - (36° + 90°) = 54°$
$\therefore \angle x + \angle y = 54° + 27° = 81°$

15. 다음 $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고, 점 D에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$에 내린 수선을 $\overline{ED}$, $\overline{FD}$라 하고 그 길이가 같을 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 70°

해설

$\triangle EBD$와 $\triangle FCD$에서 $\angle BED = \angle CFD = 90°$

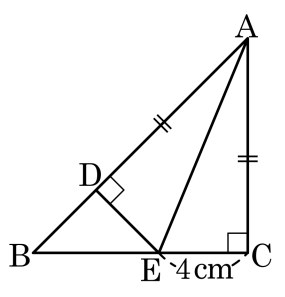
$\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$

$\therefore$ $\triangle EBD \equiv$ FCD (RHS 합동)

$\angle B = \angle C = 90° - 35° = 55°$

$\angle A = 180° - 55° \times 2 = 70°$

16. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 잡고 $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 인 점 E 를 잡았다. $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



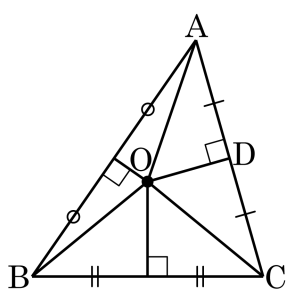
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS합동) 이므로
$\overline{DE} = \overline{EC} = 4\text{cm}$

17. 다음은「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



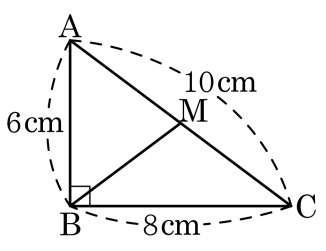
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의
수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ……㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$
……㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \square$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD = \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

18. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



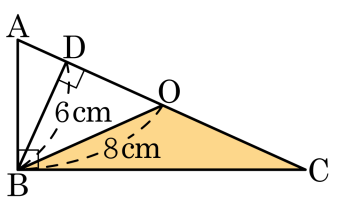
① 10cm^2　② 12cm^2　③ 13cm^2
④ 15cm^2　⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라고 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

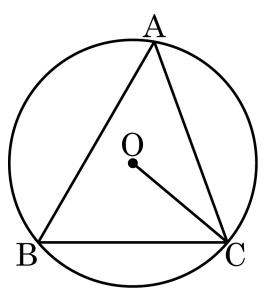
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{OB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

또한, $\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OA}$이므로

$\overline{AC} = 16cm$

$\therefore \triangle OBC = \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 6\right) \times \frac{1}{2} = 24(cm^2)$

20. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?

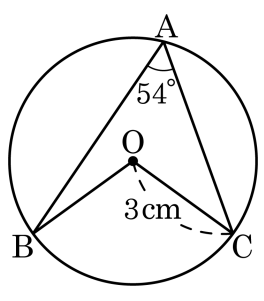


① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,
$\angle BOC = 100°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 50°$

21. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 6.3π cm^2

해설

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

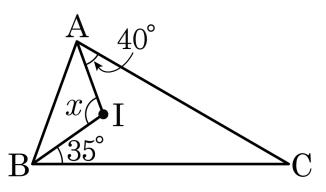
$\angle BOC = 2\angle A = 108°$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{252°}{360°}$$

$$= 6.3\pi(cm^2)$$

22. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



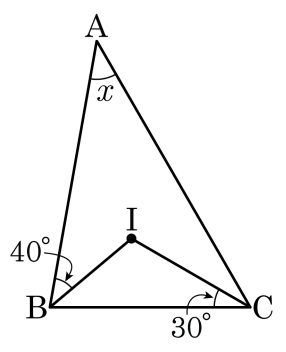
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

23. $\triangle$ABC에서 점 I 가 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

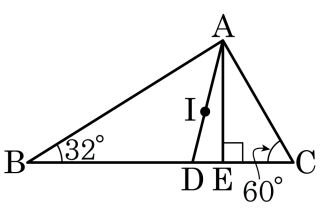


① 20° ② 25° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 14°

해설

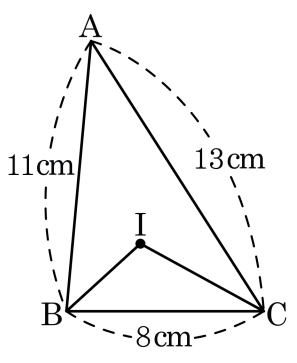
$\angle A = 180° - (32° + 60°) = 88°$

$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 88° = 44°$

$\angle EAC = 30°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 44° - 30° = 14°$

25. 삼각형ABC 에서 점 I 는 내심이고 $\triangle ABC = 48\,cm^2$ 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이는?



① $8\,cm^2$　② $12\,cm^2$　③ $14\,cm^2$
④ $16\,cm^2$　⑤ $18\,cm^2$

해설

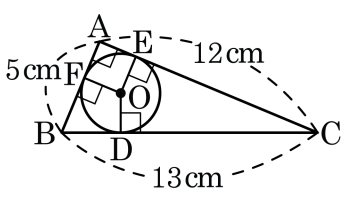
$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

$= \frac{1}{2}r(11+13+8) = 48$

$r = 3\,cm$

$\triangle IBC = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12(\,cm^2)$

26. △ABC 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어져있다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm ② 1 cm ③ 2 cm
④ 2.5 cm ⑤ 3 cm

해설

△ABC 에서 내접원의 반지름을 r ,각 변의 길이를 $a,\ b,\ c$ 라 하면 △ABC 의 넓이는

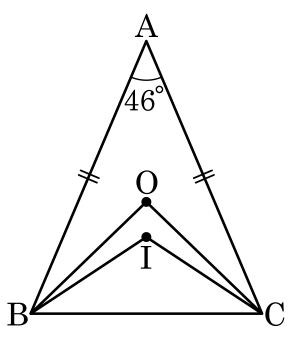
$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

이때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a+b+c) = 30$,

$\frac{1}{2}r(5+12+13) = 30$

따라서 $r = 2\,\text{cm}$

27. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$이고 $\angle A = 46°$인 이등변삼각형이다. 점 O와 I가 각각 외심과 내심일 때, $\angle OBI$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10.5°

해설

$\triangle ABC$의 외심이 점 O일 때,

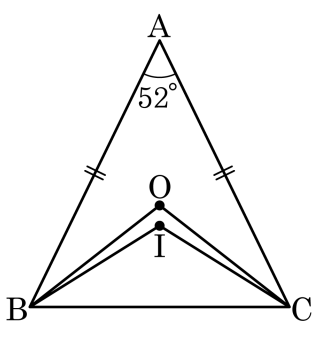
$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 46°$이므로 $\angle ABC = 67°$, $\angle BOC = 92°$이다.

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 44°$이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 67° = 33.5°$이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 44° - 33.5° = 10.5°$이다.

28. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심을 각각 O , I 라 할 때, $\angle OBI = (\quad\quad)^\circ$ 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A = 52^\circ$

$\therefore \angle BOC = 104^\circ$

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = (180^\circ - 104^\circ) \div 2 = 76^\circ \div 2 = 38^\circ$

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

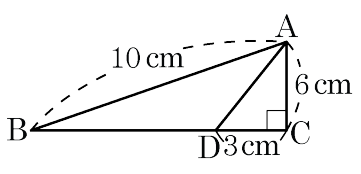
$\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$

$\therefore \angle BIC = 116^\circ$

$\angle IBC$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분이므로 $\frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 이고 변 AB, AC 의 길이가 각각 10cm, 6cm 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 한다. 선분 DC 의 길이가 3cm 일 때, 선분 BD 의 길이를 구하여라.



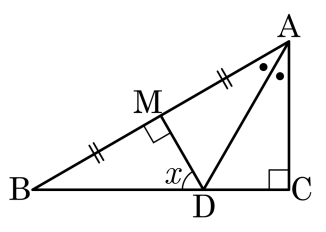
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면
$\triangle AFD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle AFD = \angle ACD = 90°$, $\overline{AD}$ 는 공통
$\angle FAD = \angle CAD$
이므로 $\triangle AFD \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{DF} = \overline{DC} = 3\text{cm}$
따라서 삼각형 ABD 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DF} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC}$
$\frac{1}{2} \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 6$
$\therefore\ \overline{BD} = 5\ (\text{cm})$

30. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

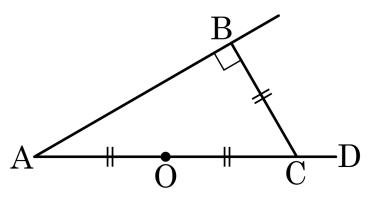


① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설

$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠
$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $3x = 180°$
$\therefore \angle x = 60°$

31. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\frac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



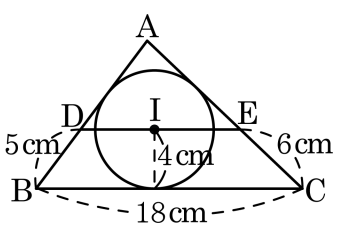
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.
$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\triangle BOC$는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$
$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots$ ㉠
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle BAO$는 이등변삼각형
$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $\frac{\angle BCD}{\angle BAO} = \frac{120°}{30°} = 4$

32. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 58 cm^2

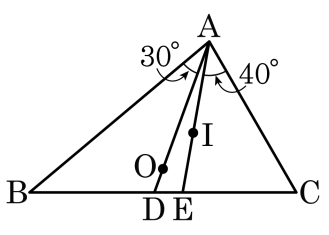
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(cm)$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \frac{1}{2} = 58(cm^2)$ 이다.

33. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다. $\angle BAD = 30°$, $\angle CAE = 40°$ 일 때, $\angle ADE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10°$,$\angle OBA = \angle OAB = 30°$
$\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90°$ 이므로 $\angle OBC = 10°$
$\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70°$