

1. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{4\}) = 4$

② $n(\{0\}) = 0$

③ $n(\{\emptyset\}) = 0$

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

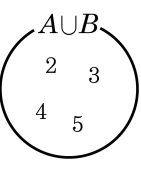
해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

따라서 $n(A) = 4$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{2, 3\}$ 이고 $A \cup B$ 는 다음 벤 다이어그램과 같다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능한 것은?



- ① $\emptyset$
- ② $\{4\}$
- ③ $\{4, 5\}$
- ④ $\{2, 4\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설

$A = \{2, 3\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $\{4, 5\} \subset B \subset \{2, 3, 4, 5\}$ 이다.

3. 두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 가 $f(x) = 2x^2 - 3x$ 일 때, 함수 f 의 치역을 구하면?

① $\{-1, 1\}$

② $\{-1, 0, 1\}$

③ $\{0, 1, 2\}$

④ $\{-1, 0, 2\}$

⑤ $\{-1, 0, 1, 2\}$

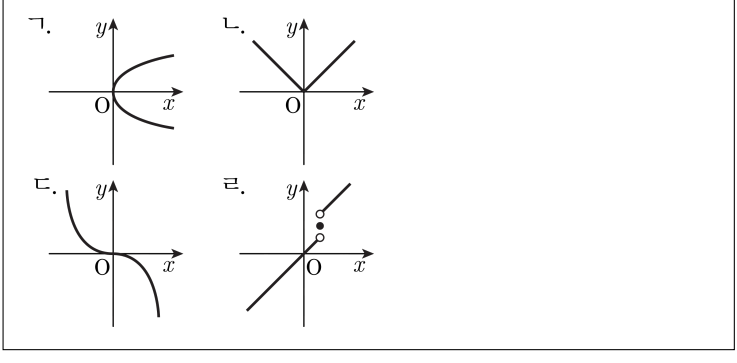
해설

$f(x) = 2x^2 - 3x$ 이므로

$f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 2$

따라서 치역은 $\{-1, 0, 2\}$

4. 다음 방정식의 자취들 중 함수인 것은 x 개, 일대일 대응인 것은 y 개이다. $x + y$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수는 주어진 x 에 y 값이 하나씩 대응해야 한다.
 따라서 ㉠, ㉡, ㉢ 이 함수이다.
 일대일 대응은 함수 중에 치역과 공역이 일치하는 것을 말한다.
 따라서 ㉢ 이 일대일 대응이다.
 $\therefore x + y = 4$

5. 유리식 $\frac{x - \frac{1}{x}}{\frac{x-1}{x}}$ 을 간단히 하면?

- ① x ② $x-1$ ③ $x+1$ ④ $x-2$ ⑤ $x+2$

해설

분자, 분모에 x 를 곱하면

$$\frac{\left(x - \frac{1}{x}\right) \times x}{\frac{x-1}{x} \times x} = \frac{x^2 - 1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \\ = x+1$$

6. 다음 무리식의 값이 실수가 되는 x 의 범위를 구하면?

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$$

- ① $1 < x < 3$

③ $x > 3$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$
- ② $1 \leq x \leq 3$

④ $x < 1$

해설

$x-1 \geq 0, x \geq 1 \cdots \textcircled{1}$
 $3-x \geq 0, x \leq 3 \cdots \textcircled{2}$
 $\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 모두 만족하는 범위는 $1 \leq x \leq 3$

7. 함수 $y = -\frac{2}{x} - 3$ 의 점근선의 방정식은?

- ① $x = 0, y = 3$ ② $x = 0, y = -3$ ③ $x = 1, y = 3$
④ $x = -1, y = 3$ ⑤ $x = 1, y = -3$

해설

$y = -\frac{2}{x} - 3$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 그래프이므로 점근선의 방정식은 $x = 0, y = -3$
이다.

8. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 조건 p 를 만족시키는 집합 P 와 조건 q 를 만족시키는 집합 Q 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P^c$

③ $Q \subset P^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $Q = P^c$

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 $\therefore Q^c \subset P^c$

9. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다. 다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다. 즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

10. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\ &\therefore (|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2 \\ &\text{그런데 } |a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|a|+|b| \geq |a+b| \text{ (단, 등호는 } (\quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 } (\quad \text{㉢} \quad) \text{ 일 때, 성립)} \end{aligned}$$

① $|ab|+ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

② $|ab|+ab, |ab|=-ab, ab \geq 0$

③ $|ab|-ab, |ab|=-ab, ab \leq 0$

④ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \geq 0$

⑤ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠} : & |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2|a||b| + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab \\ &= 2(|ab| - ab) \\ \text{㉡} : & \text{등호는 } |ab| - ab = 0 \text{ 일 때 성립} \\ &\Rightarrow |ab| = ab \\ \text{㉢} : & |ab| = ab \text{ 이려면 } ab \geq 0 \text{ 이어야 한다} \end{aligned}$$

11. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 5$$

12. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면 무엇인가?

보기

- ㉠ 두 함수 f, g 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 이다.
- ㉡ 함수 f 가 일대일대응이면 역함수 f^{-1} 가 존재한다.
- ㉢ 함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여 f^{-1} 가 존재하면 $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$ 이다.
(단, $X \neq Y$)

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

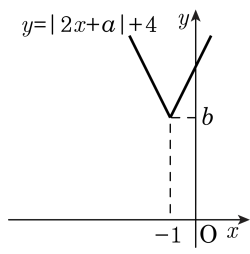
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠. $f \circ g \neq g \circ f$
㉢. $f: X \rightarrow Y, f^{-1}: Y \rightarrow X$ 이므로,
 $f \circ f^{-1}: Y \rightarrow Y, f^{-1} \circ f: X \rightarrow X$
그런데, 조건에서 $X \neq Y$ 이다.
 $\therefore f \circ f^{-1} \neq f^{-1} \circ f$
따라서, 옳은 것은 ㉡뿐이다.

13. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$$y = |2x + a| + 4$$

$$= \left| 2 \left(x + \frac{a}{2} \right) \right| + 4$$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는
 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향
 으로

$-\frac{a}{2}$ 만큼,

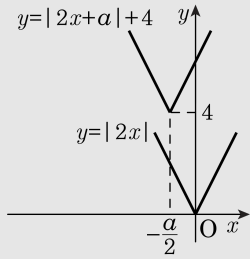
y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = -1, \quad b = 4$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 4 \quad \therefore ab = 8$$



14. $3x = 2y \neq 0$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{12}{7}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$3x = 2y \neq 0$ 에서 $x : y = 2 : 3$

따라서 $x = 2k$, $y = 3k$ ($k \neq 0$)로 놓으면

$$\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} = \frac{3(2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + 2k \cdot 3k}$$

$$= \frac{12k^2 + 12k^2}{4k^2 + 6k^2} = \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{12}{5}$$

15. $f : (x, y) \rightarrow (x - 2, y + 1)$, $g : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 일 때, 곡선 $y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 이 $g \circ f$ 에 의하여 변환된 곡선의 방정식은?

① $y = \sqrt{x - 2} - 1$

② $y = \sqrt{-x - 4} + 2$

③ $y = -\sqrt{x} - 2$

④ $y = -\sqrt{x} + 2$

⑤ $y = -\sqrt{x - 2}$

해설

$y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 은 f 에 의하여
 $y - 1 = \sqrt{-(x + 2)} + 2 + 1$
 $\therefore y = \sqrt{-x} + 2$
다시 g 에 의하여 $-y = \sqrt{-(-x)} + 2$
 $\therefore y = -\sqrt{x} - 2$

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

- ① $A \cup B = B$ ② $A \cap B = A$ ③ $(A \cap B)^c = B^c$
④ $B^c \subset A^c$ ⑤ $A - B = \emptyset$

해설

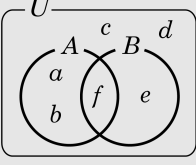
③ $(A \cap B)^c = B^c$ 은 $A \cap B = A$ 이므로 $A^c \neq B^c$ 이다. 따라서 거짓이다.

17. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}, B - A = \{e\}, A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은?

- ① $\{b\}$
- ② $\{e\}$
- ③ $\{b, e\}$
- ④ $\{c, d\}$
- ⑤ $\{c, d, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A^c = \{c, d, e\}$ 이다.



18. 35명의 학생이 영어와 수학 중 적어도 한 과목을 신청해야 한다. 영어를 신청한 학생이 25명, 수학을 신청한 학생이 28명일 때, 수학만 신청한 학생수를 구하면?

① 7명 ② 8명 ③ 9명 ④ 10명 ⑤ 11명

해설

영어를 신청한 학생의 집합을 A, 수학을 신청한 학생의 집합을 B라 하면

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(U) = 35$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 18$$

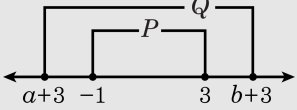
$$\therefore (\text{수학만 신청한 학생수}) = 28 - 18 = 10$$

19. 두 조건 $p: -1 \leq x < 3$, $q: a \leq x-3 \leq b$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값을 M , b 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

- ① -5
- ② -4
- ③ -3
- ④ -2
- ⑤ -1

해설

$p: -1 \leq x \leq 3$
 $q: a \leq x-3 \leq b \rightarrow a+3 \leq x \leq b+3$
 $p \rightarrow q \therefore P \subset Q$



$\therefore a+3 \leq -1, b+3 \geq 3 \stackrel{\text{ㄹ}}{\Rightarrow} a \leq -4, b \geq 0$
 $\therefore M = -4, m = 0, M+m = -4$

20. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4 - x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

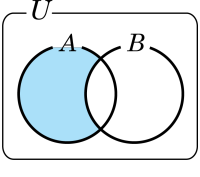
- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

집합 S 의 원소는 자연수이어야 하므로 x 가 자연수이어야 한다.
또한, 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4 - x) \in S$ '로부터 x 가 S 의 원소이면 $(4 - x)$ 도 S 의 원소이므로 $(4 - x)$ 도 자연수이다. $1 \in S$ 이면 $(4 - 1) \in S$, 즉 $3 \in S$, $2 \in S$ 이면 $(4 - 2) \in S$, 즉 $2 \in S$, $3 \in S$ 이면 $(4 - 3) \in S$, 즉 $1 \in S$ 이므로 1과 3은 동시에 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아니어야 한다.

한편, 2는 혼자서 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아닐 수 있다.
따라서 두 집합 $S_1 = \{2\}$, $S_2 = \{1, 3\}$ 의 원소들을 동시에 갖거나 갖지 않는 모든 집합들을 보면 S_1 만을 가질 때에는 $\{2\}$, S_2 만을 가질 때에는 $\{1, 3\}$, S_1 , S_2 를 모두 가질 때에는 $\{1, 2, 3\}$ 이다.
따라서 3개이다.

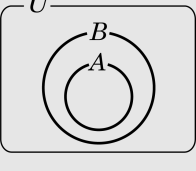
21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 그림과 같이 벤 다이어그램을 그린 후 원소를 써 넣어 보았더니 색칠한 부분에는 원소가 하나도 없었다. 다음 중 항상 옳은 것은?



- ① $B \subset A$ ② $n(A) < n(B)$ ③ $A \cup B = B$
 ④ $B - A = \emptyset$ ⑤ $A^c \subset B^c$

해설

주어진 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 공집합이므로 집합 A 는 집합 B 에 포함된다. 따라서 $A \cup B = B$ 가 항상 성립한다.



22. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$ 이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.