1. 세변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① $3, 5, 4$ ② $4, 2, 2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$

④ $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$ ⑤ $4, 5, 2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 하고, $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다.
⑤에서 가장 긴 변은 5 인데, $4^2 + (2\sqrt{2}) \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

2. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형을 모두 골라라.

㉠ $1,\ \sqrt{3},\ 2$	㉡ $5,\ 12,\ 13$	㉢ $3,\ 4,\ 5$
㉣ $2,\ 4,\ 2\sqrt{5}$	㉤ $2,\ \sqrt{6},\ 3$	㉥ $2,\ 3,\ 5$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $1,\ \sqrt{3},\ 2 \Rightarrow 2^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$

㉡ $5,\ 12,\ 13 \Rightarrow 13^2 = 5^2 + 12^2$

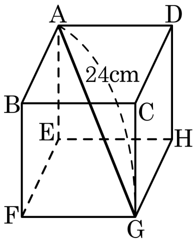
㉢ $3,\ 4,\ 5 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + 4^2$

㉣ $2,\ 4,\ 2\sqrt{5} \Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = 2^2 + 4^2$

㉤ $2,\ \sqrt{6},\ 3 \Rightarrow 3^2 < 2^2 + (\sqrt{6})^2$

㉥ $2,\ 3,\ 5 \Rightarrow 2^2 + 3^2 < 5^2$

3. 다음 그림의 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm

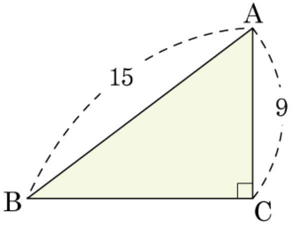
해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{3}a = 24$

$$\therefore\ a = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$$

4. 다음 직각삼각형 ABC 에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\cos A + \sin A = \dfrac{7}{5}$

② $\tan A = \dfrac{3}{4}$

③ $\sin B = \dfrac{3}{5}$

④ $\tan B = \dfrac{3}{5}$

⑤ $\cos B \times \cos A = \dfrac{12}{5}$

해설

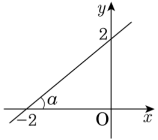
$\overline{BC} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$

② $\tan A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{4}{3}$

④ $\tan B = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{3}{4}$

⑤ $\cos B \times \cos A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \times \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{4}{5} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{12}{25}$

5. 다음 그래프를 보고 직선의 기울기의 값을 x, a 의 크기를 $y°$ 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하면?



① 16　② 31　③ 46　④ 61　⑤ 91

해설

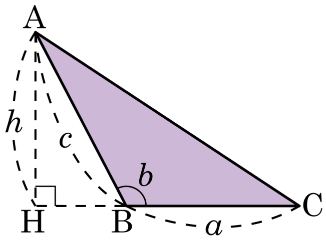
$$(\text{직선의 기울기}) = \frac{2}{2} = 1$$

$\tan a = 1$

$\therefore a = 45°$

따라서 $x+y = 1+45 = 46$ 이다.

6. 다음은 둔각삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기가 주어질 때, 그 삼각형의 넓이를 구하는 과정이다. $\square$ 안에 공통적으로 들어갈 것은?



$\triangle$ABC 에서 $\angle ABH = 180\,° - \angle B$

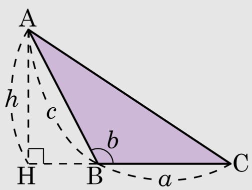
$\sin(180\,° - \angle B) = \dfrac{h}{\square}$ 이므로

$h = \square \times \sin(180° - \angle B)$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}a\square\sin(180\,° - \angle B)$

① $\overline{AC}$ ② $\overline{HB}$ ③ a ④ c ⑤ h

해설



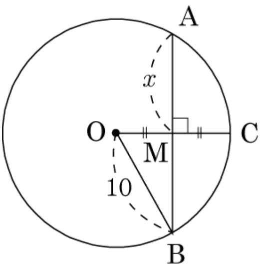
$\triangle$ABC 에서 $\angle ABH = 180\,° - \angle B$

$\sin(180\,° - \angle B) = \dfrac{h}{c}$ 이므로

$h = c \times \sin(180\,° - \angle B)$

따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}ac\sin(180\,° - \angle B)$ 이다.

7. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** $5\sqrt{3}$

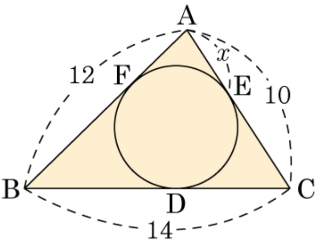
해설

$\overline{OC} = \overline{OB} = 10$, $\overline{OM} = 5$

$\triangle OBM$ 에서

$$x = \sqrt{10^2 - 5^2}$$
$$= \sqrt{75}$$
$$= 5\sqrt{3}$$

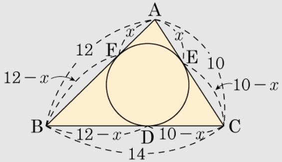
8. 원에 외접하는 도형에서 x 의 길이를 구하여라. (단, D, E, F는 원과 도형의 접점)



▶ 답 :

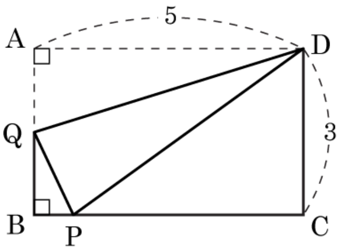
▷ 정답 : 4

해설



$12 - x + 10 - x = 14 \quad \therefore x = 4$

9. 다음 중 옳은 것을 고르면?



① $\angle ADQ = \angle PDC$

② $\triangle ADQ \equiv \triangle PDQ$

③ $\overline{DQ} = 5$

④ $\angle DQP = 90°$

⑤ $\overline{PC} = 3$

해설

$\overline{AD} = \overline{PD} = 5$

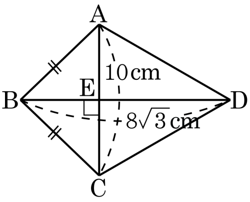
$\overline{PC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\angle ADQ = \angle PDQ$

$\overline{QD}$ 는 공통이므로

$\triangle ADQ \equiv \triangle PDQ$ (SAS 합동)이다.

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 CDA 를 그렸더니 $\overline{BD} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{13}\,\text{cm}$　　② $\sqrt{14}\,\text{cm}$

③ $2\sqrt{13}\,\text{cm}$　　④ $2\sqrt{14}\,\text{cm}$

⑤ $2\sqrt{15}\,\text{cm}$

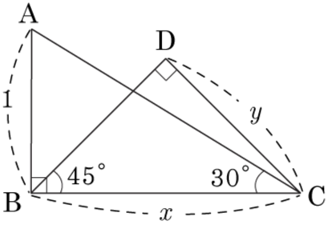
해설

$$\overline{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$$

$$\overline{BE} = \overline{DB} - \overline{DE} = 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{5^2 + (3\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13}\,\text{cm}$$

11. 다음 그림에서 x, y 의 값을 각각 구하면?



① $x = \sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}$

② $x = \sqrt{3}$, $y = \sqrt{6}$

③ $x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $y = \sqrt{3}$

④ $x = \sqrt{3}$, $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

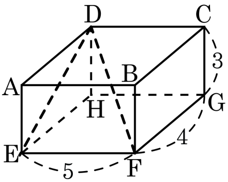
⑤ $x = \sqrt{3}$, $y = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $1 : \sqrt{3} = 1 : x$ 이므로 $x = \sqrt{3}$ 이다.

$\triangle$DBC 에서 $1 : \sqrt{2} = y : \sqrt{3}$, $\sqrt{2}y = \sqrt{3}$, $y = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ 이다.

12. 다음 그림의 직육면체에서 $\overline{DE}+\overline{DF}$ 의 값은?



① 3 ② $3+\sqrt{2}$

③ 5 ④ $5\sqrt{2}$

⑤ $5+5\sqrt{2}$

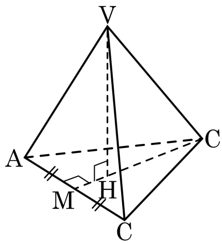
해설

$\overline{DE}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\overline{DF}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{DE}+\overline{DF}=5+5\sqrt{2}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 부피가 $54\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^3$ 인 정사면체 $\mathrm{V-ABC}$ 의 꼭짓점 V 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 D 이라 할 때, $\triangle\mathrm{VCH}$ 의 넓이는?



① $12\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$ ② $16\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $16\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

④ $18\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

한 변의 길이가 a 인 정사면체에서의

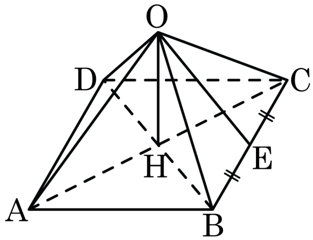
부피 : $V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 54\sqrt{6}$ 이므로 한 변의 길이 $a = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정사면체에서의 높이 $\overline{\mathrm{VH}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 6\sqrt{3} = 6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ 이다.

한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형에서의 높이 $\overline{\mathrm{CD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9(\mathrm{cm})$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{VCH} &= \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{CH}} \times \overline{\mathrm{VH}}\\ &= \frac{1}{2} \times \left(\overline{\mathrm{CD}} \times \frac{2}{3}\right) \times \overline{\mathrm{VH}}\\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2}\\ &= 18\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$cm 인 정사각형이고, 옆면은 이등변 삼각형인 정사각뿔이다. 정사각뿔 O – ABCD 의 높이가 $\sqrt{3}$cm 일 때, 정사각뿔의 겉넓이는?



① $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $8\sqrt{10}+4\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{10}+8\text{cm}^2$

④ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ 20cm^2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4(\text{cm})$

$\overline{HE} = \dfrac{1}{2}\overline{AB} = \sqrt{2}(\text{cm})$

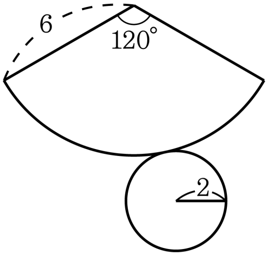
$\triangle$OHE 는 직각삼각형이므로 $\overline{OE} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}(\text{cm})$

옆면의 이등변삼각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}(\text{cm}^2)$

밑면의 넓이는 $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8(\text{cm}^2)$

그러므로 정사각뿔의 겉넓이는 $4 \times \sqrt{10} + 8 = 4\sqrt{10} + 8(\text{cm}^2)$

15. 반지름이 6 이고 중심각이 $120°$ 인 부채꼴이 있다. 이 부채꼴로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔의 높이는?

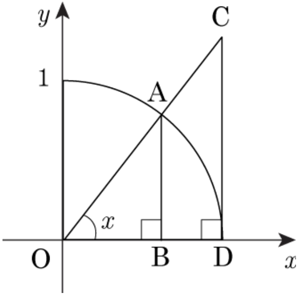


① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $10\sqrt{2}$

해설

원뿔의 높이는 $\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ 이다.

16. 다음과 같은 그림에서 $\sin x$의 크기를 나타내는 선분으로 가장 적절한 것은?



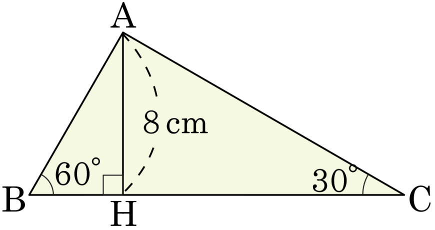
① $\overline{CD}$ ② $\overline{AB}$ ③ $\overline{OB}$

④ $\overline{OD}$ ⑤ $\overline{OA}$

해설

$$\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

17. 다음 그림에서 $\overline{AH} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$　② $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$　③ $2\sqrt{3}\text{cm}$
④ $\dfrac{32\sqrt{3}}{3}\text{cm}$　⑤ $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

해설

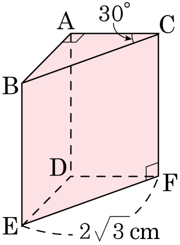
$$\sin 30° = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 30°} = 8 \div \frac{1}{2} = 16(\text{cm})$$

$$\sin 60° = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

따라서 $\overline{BC} = \dfrac{\overline{AC}}{\sin 60°} = 16 \div \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 32\dfrac{32\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$ 이다.

18. 정육면체을 밑면의 대각선 방향으로 잘랐더니 그림과 같이 □BEFC 가 정사각형인 삼각기둥이 되었다. 이 삼각기둥의 부피를 구하여라.



▶ **답 :** ____ cm^3

▷ **정답 :** 9 cm^3

해설

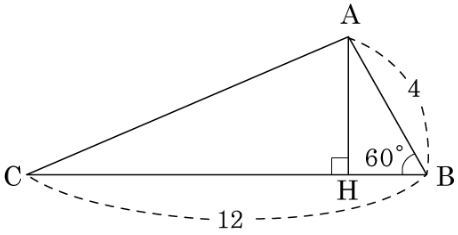
$\angle ACB = 30°$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{EF} \times \sin 30° = \sqrt{3}$, $\overline{DF} = \overline{EF} \times \cos 30° = 3$

□BEFC 가 정사각형이므로 $\overline{CF} = 2\sqrt{3}$

따라서 구하고자 하는 삼각기둥의 부피는

$V = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 \times 2\sqrt{3} = 9(cm^3)$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{7}$ ② $4\sqrt{7}$ ③ $5\sqrt{7}$ ④ $6\sqrt{7}$ ⑤ $7\sqrt{7}$

해설

$\overline{AH} = \overline{AB} \times \sin 60° = 4 \times \sin 60° = 4 \times \frac{3}{2} = 2\sqrt{3}$

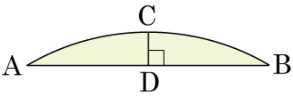
$\overline{BH} = 4\cos 60° = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

$\therefore \overline{CH} = 12 - 2 = 10$

$\overline{AC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 10^2}$

$= \sqrt{12 + 100} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$

20. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 는 지름의 길이가 16cm 인 원의 일부이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 8$cm 이고 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 연장선이 원의 중심을 지날 때, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이는?



① $(2-\sqrt{2})$cm ② $(2\sqrt{5}-4)$cm ③ 3cm

④ $(8-4\sqrt{3})$cm ⑤ $(6+2\sqrt{3})$cm

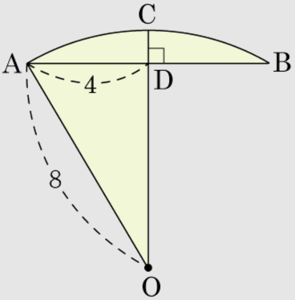
해설

원의 중심을 O 라 하면 $\overline{\mathrm{AO}} = 8\,\mathrm{cm}$

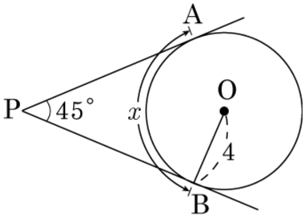
$\overline{\mathrm{AB}} = 8\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = 4\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{DO}} = \sqrt{8^2-4^2} = 4\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{CD}} = (8-4\sqrt{3})\,\mathrm{cm}$



21. 다음 그림과 같이 점 P 에서 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 하고, $\angle APB = 45°$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이는?



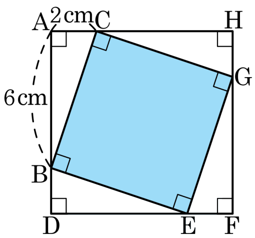
① π ② 3π ③ 4π ④ 6π ⑤ 12π

해설

$\angle AOB = 135°$ 이므로

$x = 2\pi \times 4 \times \dfrac{135°}{360°} = 3\pi$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 합동인 직각삼각형으로 둘러싸인 $\square BEGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\quad cm^2}$

▷ **정답 :** $40\,\underline{cm^2}$

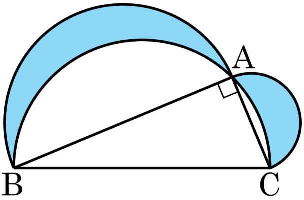
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ (cm)

따라서, $\square BEGC$ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{10}$ cm 인 정사각형이므로

$\square BEGC = \left(2\sqrt{10}\right)^2 = 40\ (cm^2)$

23. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원을 각각 그렸다. $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 인 직각삼각형이므로

$\overline{AB} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 라 하면

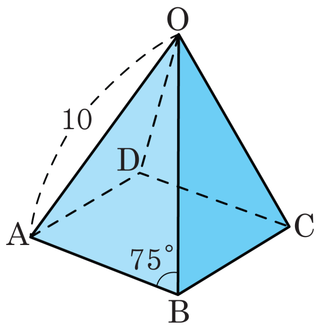
$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로

(색칠된 부분의 넓이)

$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$

$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

24. 다음과 같은 정사각뿔에서 삼각형 OAB 의 무게중심에서 삼각형 OCD 의 무게중심까지 겉면을 따라 이동할 수 있는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

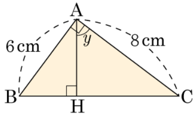
▷ 정답 : $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

해설

$\angle OBA = 75°$ 이므로 $\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30°$ 이고, 삼각형 OAB 의 무게중심을 P, 삼각형 OCD 의 무게중심을 Q 라 할 때, 전개도에서 $\angle POQ = 60°$ 이므로 $\triangle OPQ$ 는 정삼각형이 된다. 따라서 구하는 거리는 점 O 에서 P 까지의 거리이다.

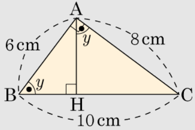
$\therefore\ \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 6cm$, $\overline{AC} = 8cm$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\cos y$ 의 값은?



① $\frac{3}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

해설



$\triangle ABH \backsim \triangle CBA$, $\triangle AHC \backsim \triangle BAC$

또한 $\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\,cm$ 이므로 $\cos y = \frac{3}{5}$ 이다.